

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ імені І. І. МЕЧНИКОВА

Том 1  
Вип. 5, 6

Строг  
7454

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ імені І. І. МЕЧНИКОВА

**ЗАПИСКИ**  
**ИМПЕРАТОРСКАГО**  
**НОВОРОССИЙСКАГО УНИВЕРСИТЕТА.**

---

Годъ второй.

---

ТОМЪ ПЕРВЫЙ.

Выпускъ 5. *6*

---

ОДЕССА.  
ВЪ ТИПОГРАФИИ Д. НИТЧЕ.  
1868.

De Jovis Lycaei natura cognominisque  
hujus ratione,

**COMMENTATIO.**

Scipsit

**LADISLAUS JURGIEWICZ,**

Litterarum Latinarum Magister, P. P. E. O. V. G.



*Список*  
7454.

IMPRIMATUR.

Auctoritate Ordinis Historicorum et Philologorum.

V. Grigorovitsch, h. t. Decanus.

Die 11 Januarii, 1867.

## Praefatio.

Cum ante hos octo annos mihi aliud agenti et occupato orationis in solemnibus anniversariis Lycei Odessani recitandae provincia data esset, deque Jove Lycaeo commentationem scriberem, materia subito collecta et velut tumultuaria in hunc usum adhibita ac plerisque necessariis librorum subsidiis destitutus, accidit, ut nec de Jove Lycaeo quaestio ad exitum suum, quemadmodum volueram, perducere, nec totum opus manifestam repentini et subitarii notam, quae ei, ut equidem arbitror, impressa est, effugere potuerit. Retractare igitur eandem rem iterumque tentare constitui, id quod tanto libentius feci, quod in recentioribus mythologiarum libris, quos inspicere mihi licuit, non secus quam in prioribus, Jovis Lycaei vim et naturam minus accurate a VV. Doctis explanatam invenerim. Ex horum tamen numero V. Cl. Henricus Dietrichus Muellerus excipiendus, qui cum illam chthoniam fuisse dicat, proxime ad veritatem accedere videtur. Dissertatio V. Docti de Jove Lycaeo, ut ex indicibus librorum notum mihi est, Göttingae anno 1851 excusa prodiit<sup>a)</sup>, sed neque quo tempore orationem scripseram, eam ad manum habui, propter librorum, quae nobis est, penuriam, neque post curavi habendam, cum ex quibusdam bonae notae auctoribus collegissem Muellerum VV. Doctis non persuasisse, unde facile haec mihi suspicio subnata est, illum aut parum idoneis argumentis usum, sententiam suam stabilire non potuisse, aut Jovis Arcadii naturam ancipitem haud perspexisse, quae licet antiquissimis temporibus, ut equidem  $\lambda\alpha\zeta$  καὶ  $\delta\delta\alpha\zeta$  probare contendam, ad inferos pertinuerit, at tantum abest, ut in hac proprietate semper perduraverit, ut serioribus seculis a Jovis Olympii natura non differret. Per me igitur ire meamque viam sequi satius duxi, sententiamque, quam multis ante Muellerum annis de Jove Lycaeo animo comprehenderam atque foveram, VV. Doctis aperire. Neque me a proposito abducere potuit, cum Welckeri auctoritas, ceteroquin in his rebus gravissima, cui in universum Muellerei ratio displicere videtur<sup>b)</sup>, tum Baehri, qui in notis ad Herodotum<sup>c)</sup> de Jove Lycaeo disputans, Prellerum potius sequi, quam Muellerum mavult, tum vero etiam aliorum e recentioribus, qui tacite diversam sententiam amplectuntur, cum viderem VV. Doctos

a) Ueber den Zeus Lykaeos.

b) Griechische Götterlehre von F. G. Welcker, 1, 422—424.

c) Vide ejus editionem Herodoti, Leipzig, 1861, lib. IV. cap. 203.

in hac quaestione illo errore laborare, ut tempora confundant atque ex seriore Jovis vi naturam ejus priscam, ipsumque cognomentum illustrare velint. Accidit nempe hic, quod saepius alias accidisse non mirabimur, si cogitemus nobis, ingenti saeculorum spatio deos veterum intuentibus, ex variis viribus ac proprietatibus, quae progressu temporis singulis accessere, turbidas singulorum apparere facies, ita ut difficillimum exploratu sit, quantum proprii adventiciive quisque habeat quantaque fabulas intervalla separent, cum praesertim saepissime soleat fieri, ut fabulae antecedentes causa sequentium sint, aliae ex aliis, mutatis deorum, hominum et locorum nominibus, adiectisque variis vulgi figmentis, ortae. Huic difficultati, quam ipsa res nobis affert, accedit saepius nominum deorum difficilis ratio, quorum alia ne Graeca quidem, nec a Graecis radicibus rependa, alia vero, quamvis de lingua graeca flexa, adeo tamen obscura sunt et inaccessa, ut vastum conjecturis campum praebeant atque ad falsas etymologias mythologos abducant. Hinc factum est, ne sexcenta exempla afferam, ut Jovis Arcadii cognomen Λυκαίων ab obsoleto λυκη (lux) derivandum esse VV. DD. statuerint, cum illud manifesto cognatum cum Apollinis cognomine, quod est Λύκειος, solis proprietatem denotare sibi persuasissent. Sed de his statim copiosius dicetur, ubi variorum de Jove sententias examinabimus, unde et illud spero apparebit nondum occupasse veritatem priores mythorum veterum religionisque ethnicae interpretes, ita ut aliquid ex illa etiam futuris relictum sit.

## I.

§ 1. Inter varia cognomina, quae a veteribus Graecis Jovi imposita fuere, nullum fere est, in quo illustrando VV. Docti plus terere subtilitatis reperiantur, quam cognomen Λυκαῖος. Ita vocatum fuisse constat Jovem Cyrenae, teste Herodoto, qui collem Jovis Lycaeii in hac urbe memorat<sup>a)</sup>, et in Arcadia, ubi antiquissima hujus religionis vestigia deprehendimus. Templum habuit et aram in monte Lycaeo<sup>b)</sup>, a quo nomen illum accepisse quidam volunt<sup>c)</sup>, primusque Lycaon, Pelasgi filius, Arcadum rex, Cecropis aequalis sacra ludosque in honorem ejus instituisse fertur<sup>d)</sup>. In Lycaeo natum atque educatum perhibebant Arcades; quin et locum, ubi lucem aspexisset, quae Cretea dicebatur, ostendebant, Nympharumque proferebant nomina, a quibus nutritus esset, Thisoae, Hagnus et Nedae<sup>e)</sup>. His fabulis, velut amplificandae admirationis causa, adjiciebant alia etiam monstruosa mendacia, quae ex vulgi sermonibus collecta servavit nobis Pausanias alique scriptores. Ejusmodi sunt, quae de area Jovis Lycaeii, de fonte sacro, de Lycaone in lupum mutato commenta leguntur. Aream nempe visentibus ostendebant, quam adire nefas putabatur, fingentes ei, qui religione sprete in illam pedem intulerit, fatale esse intra annum mori, homines insuper et animalia, si qua intra sacrum septum constiterint, nullas e corporibus umbras reddere<sup>f)</sup>. Fonti item sacro miram ajebant esse naturam imbriumque ciendorum potestatem; projecto enim ramo querno in summan aquam (quod solemni ritu, re divina antea facta, victimisque mactatis fiebat) nebulam oriri, mox nubes cogi, imbrisque arva Arcadica perfundi, atque hoc modo segetibus aritudine pereuntibus a sacerdotibus succurri<sup>g)</sup>. Lycaonem tandem fabulabatur Jovi apud se hospitanti infantis mactati exta inter sacra apposuisse ac propter id facinus in lupum fuisse mutatum. Idque deinceps etiam obtinuisse, ut singulis Jovis Lycaeii sacris

a) Herod. IV., 203.

b) Paus. IV, 22. 7., VIII, 38, 2, 6, 7. Plin. 4, 6, 10. Erat praeterea ara Jovis Lycaeii ad laevam viae, quae a Tegea in Laconicum agrum ducebat, ubi et templi fundamenta se vidisse tradit Pausanias VIII, 53, 11.

c) Paus. ib. Aliter Augustinus C. D. 18, 17, qui appellationis causam fuisse dicit, quod homines praestigiiis daemonum in lupos mutarentur. Adde Servium, qui Lycaeam ἀπὸ τοῦ Λύκειου cognominatam ait. Serv. ad Virg. Aen. VIII, 343.

d) Paus. VIII, 2, 1, 3. Schol. Eurip. Orest. 1462.

e) Paus. VIII, 38, 3.

f) Paus. VIII, 38, 6. Cf. Theopomp. apud Polyb. 16.

g) Paus. VIII, 38, 4.

unus eorum, qui rem divinam facerent, quasi in perpetuam rei memoriam in lupum mutaretur, pristinamque figuram nisi decimo anno non recuperaret, si intra hoc spatium humana carne abstinisset<sup>a)</sup>). Paulo prolixius Apollodorus<sup>b)</sup>). Narrat is Lycaoni fuisse 50 filios, qui cum omnes suae aetatis homines superbia et impietate erga deos superarent, Jovem exploraturum eorum animos, assumpta operarii specie, ad eos devertisse, hospitioque exceptum, appositis sibi inter sacra extis infantis vicini cujusdam, quem hortatu majoris natu fratris Maenali mactaverant, adeo ira exarsisse, ut mensam subverterit (unde Trapezanti nomen) patremque cum filiis, uno Nyctimo excepto, fulmine percusserit. A quibus auctoribus Tzetzes<sup>c)</sup> ita dissentit, ut Jovem nemini pepercisse dicat, omnesque Lycaonis filios una cum patre in lupos mutavisse.

§ 2. Hae Arcadum de Jove Lycaeo fabulae, sicut aliae plurimae, quae aliunde repetitae cum illis conferuntur, fidentius argutiusque a mythologis explicari solent, quam verius, tantumque abest, ut natura Jovis cognominisque ratio a VV. Doctis demonstretur, ut potius eorum opera in irritum cedat, nec vera Jovis aestimatio iniri queat. Cujus rei causam si quis quaerat, nullam aliam inveniet, nisi quod harum rerum interpretes, ne in levioribus laborasse videantur, nimis altos quaestionum sinus facere soleant, viamque malint tortuosam sequi quam rectam. Quod ut appareat, producam recentiorum sententias, quibus rem extra omnem controversiam constituere arbitrantur.

§ 3. Cum Λυκαῖος a Λύκος plerisque VV. Doctis optime derivari posse videatur, accedatque, ut Lycaonis nomen ejusdem sit radicis, cum praeterea de ejus in lupum mutatione fabulam respiciant, incidunt in opinionem cognomine Lycaeii propriam aliquam Jovis vim denotari, atque id negotii sibi primum dari recte existimant, ut, quomodo lupi notio cum Jove connexa sit, reperiatur. Creuzerus<sup>d)</sup>, vir acerrimi ingenii atque in hoc genere litterarum rarissimus, lupum in hieroglyphicis Aegyptiorum literis lucis symbolum fuisse ait, quippe qui Horo, quem Aegyptiorum Apollinem esse constat, consecratus fuerit, contenditque apud Graecos etiam eandem lucis notionem cum lupo fuisse conjunctam. Attamen argumenta, quibus vir doctissimus ad probandum nititur, totidem quasi testes sunt, qui contra ipsum clamant. Quod enim affirmat apud Aegyptios et Graecos lupum lucis symbolum fuisse, colligit ex fabulis, in quibus lucis notio a

a) Paus. VIII, 2, 6.

b) Apollod. lib. III. cap. 8. Cf. Ovid. Met. 1, 198 ss.

c) Lycophr. 481. Mittimus alia ad idem exemplum concinnata. Sic Apud Eratosthenem scriptum est Jovi immolatum fuisse Arcadem, eundemque post ab integro in vitam restitutum. Eratosth. Catast. 8. Secundum Apollodorum, Lycaonis epulas diluvium secutum est, cui nemo praeter Nyctimum supervixit.

d) Vide versionem gallicam J. D. Guignautii, vol. II. cap. 6. p. 532. Cap. 4. p. 108, 121 et alibi.

lupo est alienissima. Id dicendum de fabula, in qua Osiris in pugna Hori cum Typhone, assumpta lupi forma, auxilium filio ex inferis dicitur tulisse<sup>a)</sup>, ubi minime dubitat Creuzerus, quin de luce sit cogitandum. Quae sententia quantum ab omni veritate remota sit, vel tantisper examinanti manifestum est. Etenim ne sub cogitationem quidem cadit, ut ex inferis unquam lux possit emergere. Nec vero plus huic rei confert fabula, in qua Latona dicitur specie lupina induta Delon venisse<sup>b)</sup>, quandoquidem nisi Latonam, contra unice veram opinionem, qua dea noctis esse putatur, deam lucis putaverimus, maxime vereor, ne aliud quid hic etiam lateat. Parum quoque adjuvat propositum etymologica vocum similitudo, quae in argumentum a V. D. advocatur, cum ei etymologia plane diversa a Hesychio opponatur. Λυκάβας, annus solaris, quem Creuzerus ἀπό τοῦ λύκου derivatum esse vult, ex Hesychii sententia, vocabulum suum traxit, παρὰ τὸ λυγαῶς βαίνειν, ὃ ἐστὶ σκοτεινῶς λεληθότως γὰρ ὁ χρόνος διέρχεται<sup>c)</sup>. Simili modo Apollinis cognomen Λύκειος, confusum ab antiquis interpretibus cum Λυκαίῳ, quod Creuzerus ita interpretatur, ut dicat Lucetium vertendum esse, a Hesychio adjectivo φοβερός explicatur<sup>d)</sup>. En gravissima Creuzeri argumenta, quae parum valere in rem probandam quis non viderit. Eidem opinioni favent: Klopfer<sup>e)</sup>, Stackelberg<sup>f)</sup>, Preller<sup>g)</sup>, Richter<sup>h)</sup>, Schwenck<sup>i)</sup>, Leontieff<sup>k)</sup>, Baehr<sup>l)</sup>, Stoll<sup>m)</sup>, Hartung<sup>n)</sup>.

§ 4. In diversum ivit J. G. Hug<sup>o)</sup>, qui in explicanda fabula, in qua Latona, assumpta lupae specie, Delon migrasse dicitur, lupum esse crepusculi symbolum opinatur, idque perspicere posse sibi persuadet cum ex significatione vocis λυκόφως, quod Graecis crepusculum<sup>p)</sup>, tum ex ritu Aegyptiorum sacro, cujus mentionem facit Herodotus<sup>q)</sup>. Vulgata nempe

a) Diod. Sic. 1, 88. cf. a Creuzero citata ad cap. 4. p. 121.

b) Aelian. H. An. 4, 4.

c) Hesych. s. v. Λυκάβας.

d) Hesych. s. v.

e) Paul Fr. A. Nitsch, Neues mythologisches Wörterbuch, Leipzig, 1821, s. v. Jupiter.

f) In libro qui inscribitur: Der Apollotempel zu Bassae in Arcadien. Rom, 1828, quem nomine tantum mihi notum esse fateor. Disputavit auctor, teste Guignautio, quem supra laudavi, quaedam de Jove Lycaeo, consentitque cum Creuzero, ut ex notis Guignautii apparet.

g) Lexic. Paulyi s. v. Jupiter.

h) Phantasien des Alterthums.

i) Die Mythologie der Griechen. Frankf. a. M. 1843.

k) О поклонении Зевсу въ древней Греции. Москва, 1850.

l) In notis ad Herodotum IV, 324.

m) Handbuch der Religion und Mythologie der Griechen und Römer, Leipzig. 1864.

n) Die Religion und Mythologie der Griechen. Leipzig, 1866.

o) Untersuchungen über den Mythos der berühmten Völker der alten Welt, vorzüglich der Griechen. p. 174, 175.

p) In possessionem ivit hujus sententiae Nitsch, qui in lexico mythologico mire se torquet et macerat in Latonac natura explicanda, cum probare vult Latonam crepusculi deam fuisse.

q) Herodot. lib. II, cap. 122.

erat per Aegyptum fabula, Rhampsinitum regem vivum olim ad inferos descendisse, ibique cum Cerere alea lusisse, dein rursus in lucem emer-  
sisse. Quem illius descensum celebrabant quotannis Aegyptii, relinquentes  
unum e sacerdotibus, obligatis oculis, in via, quae ad Cereris templum  
ducebat, fingebantque eum a duobus lupis in templum duci atque reduci.  
Suspiciatur V. Doctus lupos hosce medium quid indicare inter lucem et  
tenebras, nimirum crepusculum, suamque sententiam stabilire nititur iis,  
quae de luporum natura ab aliis commenta tradit, eos scilicet in Aegypto  
minoris esse ferocitatis, quam in septentrionalibus regionibus, ideoque non  
interdiu grassari, sed vesperscente die e latebris suis exire, primoque  
diluculo aufugere. Ut haec vera sint, vix tamen, ac ne vix quidem, fieri  
potuit, ut inde illa symbolica crepusculi significatio lupo adhaeserit, et-  
enim quid causae est, cur non potius feram per totam noctem discurren-  
tem pro noctis symbolo acceperint Aegyptii vel, si vis, diluculi, quemad-  
modum jam Macrobius scribit vocabulum λύκος a nonnullis explicari:  
«Ipsos quoque λύκος ἀπὸ τῆς λύκῆς, id est a prima luce appellatos quidam  
putant, quia hae ferae maxime id tempus aptum rapiendo pecori obser-  
vant?»<sup>a)</sup> Etiamnum et illud accedit magis ad rem pertinuisse, ut Aegyptii  
Rhampsiniti descensum ad inferos quocumque modo, vel symbolo, signifi-  
carent, quam ut horam, qua ille descendisset, stricte definirent.

§ 5. Tertia est eorum sententia, qui, servata feritatis imagine, cum  
animalibus rapacibus conjuncta, lupum symbolum fuisse censent vindictae  
divinae, acrioribus suppliciis sceleratos homines coercentis. Hanc notionem  
inesse compluribus nominibus a λύκος derivatis, ut Λυκαῖος, Λύκαιος, Λύ-  
καιος, Λυκάων, Λυκοῦργος, Λυκομήδης, idque fabulis antiquis arbitrantur com-  
probari. Stuhr<sup>b)</sup>, vir in cognoscendis rebus multi studii, ex fabula de  
Lycaone in lupum mutato, qui dignas sceleris admissi poenas persolve-  
rat, colligit inditum fuisse Jovi cognomen Lycaeο, ut scelerum esse vin-  
dicem ultoremque appareret. Idem lupum Apollini sacrum nihil aliud signifi-  
casse ait apud veteres Graecos, quam promptum ad ulciscendum animum  
dei, qui pestem, morbos, locustas aliaque mala hominibus immittere puta-  
batur; qua etiam mente positum fuisse Delphis aeneum signum lupi<sup>c)</sup>, qui  
thesaurum templi furto surreptum detexerat. Hunc cum teneat V. Doctus  
significatum, minime dubitat, quin Λύκειος idem sit qui Λυκαῖος, eandemque  
exprimat notionem<sup>d)</sup>. Comparari possunt, quae disputat de hac re Winckel-  
mann<sup>e)</sup>, ac de Apolline Lyceo Haupt<sup>f)</sup>. Haud praetereundus tandem Wehr-

a) Macr. Sat. 1, 17.

b) Allgemeine Geschichte der Religionssysteme der heidn. Völker p. 196.

c) Paus. X, 14, 7.

d) Vide in universum, quae disputavit V. D. p. 37, 140, 195, 208, 223, 279.

e) Lycurgus p. 42.

f) Cf. ejus excursus in Aeschylī Sept. contra Theb. p. 317.

mann<sup>a)</sup>, qui inimicam luci vim et contrariam lupo inesse opinatur, eundem-  
que symbolum fuisse ait hiemis, tempestatum ac tenebrarum. Quae lupi  
significatio licet impropria, propius tamen accedit ad veritatem, quam quae  
a Schwartzio lupo inculcatur<sup>b)</sup>, cum eum symbolum Apollinis victoris V.  
D. esse dicat. Ab his omnibus C. Otf. Mueller<sup>c)</sup>, vir antiquitatis diligen-  
tissimus, ne iter a multis tritum ingrediatur, ita dissentit, ut Λυκαῖον, non  
a vocabulo Λύκος repetat, verum ab obsoleto, Λύκη, cognato cum Lati-  
norum voce lux, cujus vestigia in Λευκός, Λύχνος aliisque nominibus ap-  
pareant, nec desunt, qui huic sententiae adstipulentur, ut Bothe<sup>d)</sup>, Duncker<sup>e)</sup>,  
Welcker<sup>f)</sup>. Qua de re Viris Doctis Macrobius praeisse videtur, cujus ety-  
mologiam vocis Λύκος supra ascripsi.

§ 6. Cum igitur Viri Docti, praeter Otf. Muellerum, quique eum  
sequuntur, in enodando Λυκαῖου et Λυκαίου etymo praesidium a lupo pe-  
tententes nunc hanc nunc illam in eo reperisse opinentur notionem, eaque  
pro lubitu in suum usum arrepta, naturam horum deorum explicare anni-  
tantur, duae omnino diversae ortae sunt de Jove sententiae<sup>g)</sup>: 1) Deum  
lucis esse, quae opinio et multa est eaque jam fere pro vero recepta,  
2) Terribilem deum scelerumque humanorum vindicem. Sed utrumque fal-  
sum esse persuasum habeo, quod ut appareat fabulas antiquas scriptorum-  
que veterum testimonia operae pretium est altius considerare, quorum pra-  
vam explicationem erroris causam extitisse quivis facile intellexerit. Prius-  
quam autem ad explananda singula accedam, liceat mihi iis quorum inte-  
rest, unum veluti scrupulum injicere. Quid causae est, cur ne una quidem  
ex istis notionibus, quas lupo adjunctas esse volunt, ad illustrandos ritus  
fabulasque sufficiat, in quibus fit mentio lupi? Dum caeca exspectatione  
pendeo, quid responsuri sint ad hanc objectionem Viri Docti, quaeramus  
si forte possit fieri, ut alia verisimilior notio in lupo lateat. Quid quod  
fabulas antiquas Aegyptiorum examinantibus ultro sese offert lupi cum in-  
feris consociatio? In fabula, quam acceptam retuli Diodoro<sup>h)</sup>, Osiris in  
pugna Hori cum Typhone auxilium filio ex inferis tulisse dicitur, specie  
lupina indutus. Apud eundem Diodorum legimus alibi<sup>i)</sup>, Osirim, ut homines  
a fera agrestique vita ad cultum humaniorem deduceret, expeditionem

a) Wehrmann, das Wesen und Wirken des Hermes, 2. p. 19 ss. Magdeb. 1849.

b) Schwartz, de antiquissima Apollinis natura. Berolini 1843. p. 37 — 40.

c) Prolegom. p. 290. Dor. 1, p. 306.

d) Ad. Iliad. 4, 101.

e) Duncker, Geschichte des Alterthums. Tom. III. p. 23.

f) Welcker, Griechische Götterlehre, Göttingen, 1857. Tom. I. pp. 65, 210, 481 notae.

g) In Hugonis sententiam nemo, quod sciam, discessit, quae si cuiquam arrisisset, Jovem  
Lycaeam crepusculi deum esse probatum iret; quod vero ad Otf. Muellerum ejusque secta-  
tores attinet, re consentire eos cum Creuzero quivis videt.

h) Diodor. 1, 88.

i) Diodor. 1, 18.

suscepisse sociosque habuisse, praeter caeteros, Anubim et Macedonem filios, quorum ille canis, hic lupi forma assumpta patrem sit comitatus, ubi lupus cum Osiride, quem ipsum diis inferis annumeratum scimus<sup>a)</sup>, conjungitur. Pertinent huc etiam, quae de Rhampsiniti descensu ad inferos, ab Aegyptiis quotannis celebrato, supra retuli. Id si teneamus, verendum fortasse erit, ne inter lupum et inferos vinculum aliquod intercedat in antiqua Aegyptiorum religione quaerendum. Suspicionem cuius augere possunt antiqua Aegyptiorum monumenta. In sarcophagorum nempe mumiarumque picturis, ubi animarum in alteram vitam migrationem, ac veluti Tartari arcana effingi consentaneum est ut putemus<sup>b)</sup>, videre saepius est luporum formas. Fidem facere potest pulcherrimus sarcophagus Aegyptius Musei Odessani e lapide syenita affabre factus, cuius operculum feminam resupinatam exsculptam repraesentat, hieroglyphis et picturis in lapide exaratis ornatam. A lateribus figurae sunt, quarum altera capite accipitris, altera autem capite lupino praedita; in imo operculo duo canes aurei. Similem sarcophagum a Perrotio descriptum et illustratum habemus<sup>c)</sup>, hieroglyphis picturisque et ipsum ornatam, quarum una mulierem nobis sistit placentam tribus animalibus lupo, cani et arietem porrigentem. Mulierem Perrotius animam defuncti esse putat, lupum autem, canem et arietem janitores ante portas Elysii collocatos, nec dubitat, quin his animalibus Graecorum fabula de Cerbero originem debeat<sup>d)</sup>. In alia picturae parte<sup>e)</sup> mortui jacentis corpus cernitur, cuius ante pedes duae formae humanae capitibus lupinis conspiciendae adstant, totidemque juxta caput accipitris faciem referentes. Custodes vel bona et mala inferorum daemones cogitasse Aegyptios sub istis portentosis figuris quidni credamus? Pictorum certe figmenta haec esse, quae nullum occultum ac symbolicum sensum contineant, quis affirmaverit? Ceterum scimus accipitrem sacrum fuisse Osiridi et Apollini, bonum itaque genium vel lucidum hic repraesentare su-

a) Plutonem Aegyptiorum a nonnullis vocatum esse testis est Diodorus (Lib. 1, c. 25); alii eundem Mercurium fuisse apud Aegyptios retulerunt.

b) Verba de hac re Cl. Seyfarthi, olim professoris mei carissimi, honoris causa adscribam, qui quo loco de picturis, quibus varia antiquitatis Aegyptiacae monumenta ornata cernuntur disserit: in his, ait, tradita vidimus facta historica, ut ultionem Osiridis per filium Horum; adorationes et sacrificia deorum: agriculturae processum et negotia, iudicia suprema animarum, deliberationes bene maleve factorum, ejusdemque generis alia. V. Seyfarthi Rudimenta hieroglyphica, Lipsiae, 1836. p. 41.

c) Essai sur les Momies. Histoire sacrée de l'Égypte expliquée d'après les peintures, qui ornent les sarcophages, par J. F. A. Perrot, Antiquaire. Nîmes, 1844.

d) Tab. IV. p. 28. Inter lupos Aegyptiorum Cerberumque Graecorum affinitatem quandam intercedere observavit olim Boettiger (Ideen zur Archäologie der Malerei. 1811 Dresden). Tricipitem illum fingi coepisse putat, quo primum tempore de tricipiti Hecate fabula nata sit.

e) Tab. IX.

spicamur, lupum contra malum, tenebricosum<sup>a)</sup>. In imo praeterea mumiarum margine lupos sedentes aut stantes vulgo inveniri Zoega auctor est<sup>b)</sup>, qui stantes monilia collo gestare dicit, sedentes autem flagello Osiridis armatos effingi. Accedit testimonium Hammeri, qui plerasque figuras in sceletorum sarcophagorumque picturis lupina capita habere scribit<sup>c)</sup>. Hinc illustrari posse arbitror tabulam lapideam sepulcralem Graecam ante hos 25 annos in insula maris Aegei Therasia repertam, cujus apographum nuper, cum Petropolin in Academiam ex urbe nostra mitteretur, inspicere mihi contigit. Tabula defunctum insculptum exhibet in lecto accumbentem; ad lectum tripus, ante pedes figura minuscula cernitur, ut videtur, filii defuncti; juxta pulvinar lupo sedens; in summo lapide super caput defuncti tabula, ut opinor, picta, ad parietem suspensa, ambitu orbiculato, in qua nescio quid figurarum; in imo lapide inscriptio characteribus Graecis antiquissimis. Apparet hic lupo eadem mente positum, qua illum in Aegyptiorum monumentis sepulcralibus effingi diximus, nam de lupo vel cane a defuncto dilecto ideo cogitari non potest, quod ille hac significatione ante pedes defuncti collocatus fuisset, non vero juxta pulvinar, qui locus filio potius dari debuisset. Cum igitur haec lupi cum Osiride inferisque in fabulis et monumentis consociatio non possit esse fortuita, quid est, quod dubitemus eum, injuria contraque naturam suam a plerisque Viris Doctis perpetua luce damnatum, in pristinam civitatis infernae possessionem restituere.

§ 7. Sed ne quid nimis festinanter a me dictum videatur, auxilium veniant Aegyptiorum superstitioni, Aegyptio velut errore imbutae aliarum gentium opiniones. Videbimus maximam inter eas intercedere similitudinem, ita ut probabile fiat ex eodem fonte omnes dimanasse. Pascitur enim miraculis ac praestigiis vulgus, ac nesciens veri errores per manus tradit, mutua vero inter populos commercia patefaciunt iter fabulis easque remotissimae propagant posteritati. Neque adeo morum, religionis, imperiorum immutatio obstat, quominus conserventur, cum in gremio populi lateant ac velut pretiosa hereditas ab illo foveantur. Haud omnino repudianda est sententia Diodori, qui omnes de inferis fabulas ex Aegypto in Graeciam per Orpheum traductas esse asserit<sup>d)</sup> Ὀρφέα φασὶ τὴν τῶν ἐν ἄδου μυθοποιῶν

a) De accipitre cf. Dornedden, Pham. p. 296. Osiridis fuit symbolum (V. Zoega de Obeliscis p. 183, 439, not 3 p. 443. not. 30) et solis, τὸν ἥλιον ἱερακόμορφον ζωγραφῶσαι. Horapollo 1, 6, p. 8. Cfr. Aelianus H. A. X, 24, qui adorari accipitrem a Tentyritis ait, propter comparisonem, quae ei cum igne sit, quod similiter atque ignis velox et violentus sit. Quae de lucido et tenebricoso genio dixi; stabiliantur sarcophagorum picturis, quae defunctum lanci insistentem repraesentant, astantibus duobus genis, altero capite accipitris, altero capite canis praedito. Ad iudicium animae post mortem haec referenda esse manifestum est, atque ita intelligenda, ut alterum genium bona defuncti facta appendere, alterum mala credamus. Cfr. Boettiger, Ideen zur Arch. p. 94.

b) De obelisc. p. 308—310.

c) Hammer, Fundgruben des Orients, V. p. 273 ss.

d) Diodor. 1, 1, c. 77.

ἀπενέγκασθαι. Qui Plutarchus adstipulatur<sup>a)</sup>. Utrum vero Orpheus, an Aegyptii eas transtulerint coloni, directone ex Aegypto cursu, an interjacentes regiones pervagatae per Asiam minorem Thraciamque in Graeciam immigraverint, non est quod anxie inquiretur. Id potius, quod in rem praesentem facit, videamus. Apud Xenophontem<sup>b)</sup>, ubi ille de solemnibus narrat ritu, quo foedus inter Graecos et Persas percussum est, haec leguntur: ταῦτα δ' ὤμοσαν, σφάζαντες ταῦρον καὶ λύκον καὶ κάπρον καὶ χριὸν εἰς ἀσπίδα, βίπτοντες οἱ μὲν Ἕλληνας ξίφος, οἱ δὲ βάρβαροι λόγχην<sup>c)</sup> Haec quidem jurarunt, mactantes super clypeo taurum, lupum, verrem et arietem ac tingentes ense Graeci, hastam autem barbari. Qui significationem symbolicam lupo adjunctam ignorarunt, negarunt prorsus intelligi posse, cur in ejusmodi sacrificio lupo commemoretur, ut Ablanconius a Schneidero citatus, nec non ipse Schneiderus. Huic difficultati suppetias accurrit Bornemannus<sup>d)</sup>, duosque locos affert e Plutarcho et Kleukero, quibus oppido quam mea firmatur sententia. Plutarchus morem fuisse Persis scribit, ut herbam quandam, *homomi* dictam, in mortario tunderent Orcum invocantes et tenebras, eamque deinde, sanguini lupi caesi permixtam in locum opacum efferrent ac projicerent, (πόαν γὰρ τινα κόπτοντες, Ὁμομι καλουμένην ἐν ὄμφῳ τὸν Ἄδην ἀνακαλοῦνται καὶ τὸν σκότον, εἶτα μίξαντες αἵματι λύκου σφαγέντος εἰς τόπον ἀνήλιον ἐκφέρουσι καὶ βίπτουσι<sup>e)</sup>). Qui mos facile intelligitur, si cogitamus apud Persas lupum Arimani filium et imaginem fuisse, ut testatur Kleukerus<sup>f)</sup>. Quid enim est ipse Arimanius nisi Graecorum Pluto? Ita certe appellatum fuisse apud Persas Plutonem tradit Hesychius<sup>g)</sup>. Adjice Diogenem Laertium<sup>h)</sup>, qui malum deum apud Persas Orcum et Arimanium vocari dicit: τῷ μὲν (scilicet Ἀγαθοδαίμονι) ὄνομα εἶναι Ζεὺς καὶ Ὁρομάσδης, τῷ δὲ (id est κακοδαίμονι). Ἄδης καὶ Ἀρειμάνιος. Eundem itaque fuisse patet ac Aegyptiorum Osirim, eodemque modo a superstitioso populo cum lupo conjunctum. Ex hac tanta inter Persicas et Aegyptias opiniones analogia cum satis eluceat vera ac propria lupi apud hosce populos significatio, facilius me Viris Doctis persuasurum existimo, lupum apud Graecos et Romanos inferis diis sacrum symbolumque Orci fuisse. Quam sententiam tantum abest, ut non unice veram esse putem, cum multis argumentis

a) Plutarch. in Iside et Osir.

b) Xen. Exp. Cyri, 2, 2, 9.

c) Sic haec interpungenda, non ut vulgo scribitur, commate post χριὸν posito, quam lectionem post Schneiderum et alios Bornemannus servavit. Cf. Aeschylus Sept. c. Theb. 43. Ταυροσφαγοῦντες ἐς μελάνδετον σάκος, ubi Scholiastes: οὕτω θύοντες ἐπάνω τῶν ἀσπίδων ἐμαντεύοντο. Clypei cavo sanguinem colligebant, quare super clypeo victimas mactabant.

d) Vide ejus edit. Exp. Cyri 1825.

e) In Iside et Osir.

f) In Persicis seu appendice ad Zend-Avestam T. 2, P. 3, p. 78 et 84.

g) Hesych. s. v. Ἀρειμάνης.

h) Diog. Laert. in prooem.

possit comprobari. In gemma quadam cernitur Hecate duobus capitibus lupinis conspicua, cum quatuor manibus effigiata, duas faces tenens, duasque sicas<sup>a)</sup>. Quae ista, quaeso, nisi symbolica in terribili inferorum Maniumque dea lupinorum capitum ratio? Hinc facile intelligitur, cur in magicis veneficarum ritibus, quibus praefuisse Hecaten scimus, lupo commemoretur. Sic apud Horatium Canidia et Sagana veneficae inter magica sacra lupi barbam in terram defodere dicuntur:

Singula quid memorem? quo pacto alterna loquentes  
Umbræ cum Sagana resonarent triste et acutum,  
Utque lupi barbam variae cum dente colubrae  
Abdiderint furtim terris, et imagine cerea  
Largior arserit ignis, et ut non testis inultus  
Horruerim voces furiarum et facta duarum<sup>b)</sup>.

Quemadmodum autem veneficae in incantationibus lupi barba utebantur, sic magicarum artium ignari, eodem velut genere armorum ad avertendas incantationes uti necessarium esse putabant, qua de re Plinius<sup>c)</sup>: «veneficiis rostrum lupi resistere inveteratum ajunt ob idque villarum portis praefigunt». Apud eundem legimus sponsas, quo fascinationem averterent, adipe lupino postes aedium unxisse, unde vocis uxor origo<sup>d)</sup>. Hanc etiam ob causam veneficae induere luporum formam credebantur. Ita Propertius<sup>e)</sup>:

Audax cantatae leges imponere lunae  
Et sua nocturno fallere terga lupo.

Et Virgilius<sup>f)</sup>: «His ego saepe lupum fieri et se condere silvis». Easdem lupos etiam cicurare potuisse testatur Homerus<sup>g)</sup>, in lupos mutasse homines Virgilius<sup>h)</sup>:

Setigerique sues, atque in praesepebus ursi  
Saevire, ac formae magnorum ululare luporum:  
Quos hominum ex facie dea saeva potentibus herbis  
Induerat Circe in vultus ac terga ferarum.

§ 8. Quocirca, si notionem in lupo latentem respicimus, non amplius in spectrorum nocturnorum vocabulo, quae Graecis μορμολυκεῖα dicebantur, haerebimus. Ex duobus dissimilibus formatum est, quorum primum μορμολυκεῖα ἀπὸ τοῦ μορμύρειν, Lat. murmurare, derivandum, quo designantur larvae cum murmure et strepitu per noctis silentium ac tenebras incursantes. Cfr. Eustathius ad Odysseam: τὸ ἀναμορμύρειν, ἐξ οὗ καὶ ἡ μυθικὴ Μορμολυκεῖα πλάττεται, δαίμονιόν τι φοβερόν<sup>i)</sup>. Quod attinet ad alteram vocis partem,

a) Catalogue raisonné d'une collection générale des pierres gravées etc. etc. moulées en pâtes par J. Tassie. Londres, 1791, No 2054.

b) Horat. lib. 1 Sat. 8, 40.

c) Plin. H. N. 28, 44.

d) Plin. H. N. 28, 9.

e) Propert. 4, 5, 13.

f) Virg. Ecl. 8, 97.

g) Hom. Odyss. K. 210.

h) Virg. Aen. VII, 18.

i) Hom. Odyss. N. 240.

minime dubito quin a λύκος sit derivata, ad designanda spectra vel larvas ex inferis prodeuntes. Certe ab ipsa Hecate immitti putabantur, ut Empusa<sup>a)</sup>, carnumque esse humanarum avidae, ut apud Philostratum scriptum est: ἡ χρηστὴ κόμην μία τῶν Ἐμπουσῶν ἐστίν, ἃς Λαμίας τε καὶ Μορμολυκίας οἱ πολλοὶ ἠγούσιν. Ἐρῶσι δ' αὐταὶ οὐκ ἀφροδισίων μὲν, σαρκῶν δὲ, καὶ μάλιστα ἀνθρωπείων ἐρῶσιν καὶ πάλλουσι τοῖς ἀφροδισίοις, οὓς ἂν ἐθέλωσι δαίσασθαι<sup>b)</sup>. *Benigna nymp̄ha est Empysarum una, quas Lamias et Mormolycias vulgus putat; non venerem illas, sed carnes amant et quidem prae ceteris humanas, pellicuntque rebus veneris, si quos velint devorare.* Hinc μορμολυκεῖα dicebantur spectrorum imagines, quae pro amuleto contra effascinationes de collo suspensa gestabantur, iisque saepenumero lupi caput insculptum invenimus<sup>c)</sup>, aut ipsa amuleta in lupinam figuram formata. Sic, teste Blanchini, in agro romano inter antiqua rudera anno 1696 reperiuntur vas fictile ex argilla peregrina, nitentibus ramentis aurei coloris ac marmoreis frustulis interspersa cum inclusis amuletis hominum figuras XXXVI atque animalium diversorum paria XXI exhibentibus, ubi inter ceteras animalium figuras leones, pantheras, cervos, equos, asinos, tauros, vulpes, lupi quoque cernebantur<sup>d)</sup>.

§ 9. Nec nisi hanc antiquiorem lupi significationem symbolicam respexisse videtur Hesychius<sup>e)</sup>, qui, ut supra memoravi, Apollinis cognomen Λύκειον interpretatur φοβερόν. Quo sensu et virginum chorus in Aeschyli Septem contra Thebas<sup>f)</sup>:

Καὶ σύ Λύκει' ἀναξ, Λύκειος γενοῦ  
Στρατῶ δαίω, στόνων αὐτᾶς.

Ubi scholiastes: Λύκειος πολέμιος; et alius: Λύκει' ἀναξ' ὁ λύκον βλέσας ποτέ<sup>g)</sup> et ad Λύκειος γενοῦ: φοβερὸς καὶ οἶος ἐφάνης λύκω ποτέ. Quae facilia explicatu sunt, modo notionem, quam in lupo reperisse mihi videor, teneamus. Quid enim Apollini, qui deus lucis esse putabatur, cum lupo, nisi hoc animal Orci symbolum, quare et tenebrarum, crederent antiqui? Quod si ita est, facile fieri potuit, ut fabulam de Apelline lupos interimente confinxerint, quo designaretur perpetuum quasi inter lucem et tenebras certamen, victoriaque solis radiis suis tenebras dissipantis, cujus sub ortum nocturna spectra evanescerent. Nec profecto alia ratio cum istiusmodi figmentorum, tum ipsius λυκείου cognomen inveniri probabilior potest, si cogitamus, quanta Apollini cum Dionyso et Osiride antiquissimis tempori-

a) Schol. Apoll. Rhod. 3, 8. Cf. Aristoph. Ranae 288 Lobeck. Aglaoph. 121, 223.

b) Philostr. Vita Apoll. Tyan. 4. 25, Cf. Plato, de rep. 1. 2. t. 2, p. 381.

c) Cf. Jahn, über den Aberglauben des bösen Blicks bei den Alten, p. 57.

d) V. La storia universale provata con monumenti. Opera di Monsignor Franc. Bianchini Veronese. Roma, 1747. p. 178, Cf. Gerhardi. Etruskische Spiegel. Berlin 1843 part. 1 p. 36.

e) Hesych. s. v. λυκεῖον.

f) V. 131. 29.

bus fuerit conjunctio. Ac de hac re infra disputaturus, hic tantum annoto Apollinis, aequae ac Dionysi et Osiridis, vim ad inferos quoque pertinuisse, neque dubitandum opinor, quin Apollo Corybantis filius, a Cicerone memoratus, et Dionysus Zagreus Cretensium idem deus fuerit. Quid, quod Zagreus Orci filius ab Aeschylō vocatur<sup>a)</sup>? Adde Plutarchum<sup>b)</sup>: Διόνυσον δὲ καὶ Ζαγρέα καὶ Νυκτέλιον καὶ Ἴσοδαίτην αὐτὸν ὀνομάζουσι. Quid Ἴσοδαίτης sibi velit a Hesychio discimus: Ἴσοδαίτης ὑπ' ἐνίων ὁ Πλούτων ὑπὸ δὲ ἄλλων ὁ Πλούτωνος υἱός. At eodem nomine et sol dictus est, ut e loco in Anecdotis Bekkeri apparet: Ἴσοδαίτης θεὸς ὁ ἥλιος, ὁ τὸν ἴσον ἐκάστω θάνατον διανέμων<sup>c)</sup>. Sunt et alia argumenta, quibus natura chthonia dei demonstrari potest. Pertinet huc theologorum veterum opinio, qua Apollo Vulcani<sup>d)</sup>, vel ipsius Dionysi<sup>e)</sup> filius esse putabatur. Sed plus momenti in se habet derivatio nominis, quae est ab ἀπολλύναι, perdere. Haec etymologia placuit jam veteribus magnae auctoritatis viris, ut Archilocho, Hipponacti, Aeschylō, Euripidi, Ammiano<sup>f)</sup>, eamque veram esse vel inde patet, quod multi Graecorum, teste Platone<sup>g)</sup>, malam vim inesse nomini Apollinis crederent, adeo, ut illud ne pronuntiare quidem, eadem ratione, qua nomina Plutonis et Proserpinae, auderent. Quare minime audiendi sunt Viri Docti, qui his testimoniis non contenti, Apollinem ab ἀπέλλειν, ἀπείργειν derivari volunt, tanquam si ille quoad significationem idem plane sit, qui Ἀλεξίκακος, Ἀποτροπαῖος, Avernuncus<sup>h)</sup>. Nam quod ab iis praetenditur Apello fuisse antiquissimam nominis formam, eamque in quibusdam monumentis reperiri, ut in inscriptione Megarica<sup>i)</sup>, in Cadmi vase, quod Berolini asservatur, et in vase Vulcino, quodque adjicitur ita etiam apud veteres Romanos Apollinem vocatum<sup>k)</sup>, mensemque apud Macedones Ἀπελλαῖον dictum, non propterea in causa est, cur eorum sententiae acquiescamus, cum Herodianus formam participii ἀπέλλων Doricam esse dicat<sup>l)</sup>. Quod vero arbitrantur malam vim Apollini postea tribui coepisse, fidem non habet, quia deorum ethnicorum natura temporis progressu in melius potius, quam in pejus mutari solet. Accedit, quod ab Apolline pestis, morbi, locustae aliaque mala immitti credebantur, atque illum, ut deum chthonium, victimis humanis Iones placabant. Scimus enim morem fuisse Atheniensibus, ut Thargeliorum die festo duos homines coronis ceu victimas ornatos ad portas

a) In Sisyphe. Etym. Gud. p. 227. apud Lobeck. Aglaoph. 1, 621.

b) Plut. de El. cap. IX, 228.

c) Anecd. Bekk. p. 267. Lobeck Agl. 1, 621.

d) Cic. N. D. III. 21.

e) Herod. II, 156.

f) a Welckero citati o. c. 1. p. 461.

g) Plato Crit. p. 403.

h) K. Otf. Mueller Dor. 1, 301; Schoemann Opusc. 1, 339; Welcker o. c. ib.

i) Boeckh. C. 1. No 1065.

k) Festus.

l) π. μον. Αἰξ. p. 12.

urbis ducerent et cum imprecationibus de rupe praecipitarent<sup>a)</sup>. Simile quid in Leucade usu venisse docet Strabo<sup>b)</sup>. Nec praetereundus Scholiastes Euripidis<sup>c)</sup>, qui originem proverbii: Θεσσαλον σόφισμα, *Thessalum commentum*, explicaturus, narrat Diotimum quendam Thessalum, cum oraculum Apollinis consulisset et ab eo monitus fuisset, ut caveret, ne inimici votis suis eum vincerent, hecatomben virorum Apollini promississe, nec tamen postea voto se exsolvisse, cuius exemplum secutos Thessalos quotannis tale sacrificium deo polliceri, sed nunquam exsequi. Ex hoc Thessalorum more, si ejus originem missam faciamus, facile possumus suspicari Apollinem revera sanguine humano fuisse placatum. Quid tandem innuunt illa nocturna, orgiastica Dionysi et Apollinis sacra ab Atticis et Delphicis mulieribus<sup>d)</sup> in summo Parnassi jugo celebrata<sup>e)</sup>, qui locus nostris etiam temporibus, a Graecis illam regionem inhabitantibus το Διαβολάλωνο vel Δαιμονάλωνο (Diaboli abies) appellatur<sup>f)</sup>. Ex quo manifestum fit, cur Servius triplicem dicat esse Apollinis potestatem, eundemque esse solem apud superos, Liberum patrem in terris, Apollinem apud inferos, unde etiam sagittis, quae inter cetera insignia Apollini tribuantur, deum noxium et infernalem significari<sup>g)</sup>. Ejusdem notae sunt, quae leguntur de Dionyso apud Ausonium<sup>h)</sup>:

Ἀιγύπτου μὲν Ὅσιρις ἐγὼ, Μουσῶν δὲ Φανάκης,  
Βάχχος ἐνὶ ζωῶσιν, ἐνὶ φθιμένοις Ἀἰδωνεύς,  
Πυρογενής<sup>i)</sup>, δίκερως, τιτανολέτης Διόνυσος.

Unde Apollinem deprecantes terram petebant, ut tradit Servius, quandoquidem ipse et sol esse putabatur et Liber pater, qui inferos petiit<sup>k)</sup>. Nec immerito Apollo a Romanis cum Vejove est confusus, ut ex Gellio discimus<sup>l)</sup>, cuius verba ascribere placet. Simulacrum igitur dei Vejovis, quod est in aede, de qua supra dixi, sagittas tenet, quae sunt videlicet paratae ad nocendum. Quapropter eum deum plerique Apollinem esse dixerunt. Immolaturque illi ritu humano capra, ejusque animalis figmentum juxta simulacrum stat. Propterea Vergilium quoque ajunt multae antiquitatis hominem sine ostentationis odio peritum, numina laeva in Georgicis

a) Hippon. et Ananii fr. Gottingae, 1817, p. 68—71.

b) Str. 10, 452.

c) in Phoeniss. 1416.

d) Thyades, quas a Thya, Castalii filia, nomen accepisse dicit Pausanias (X, 6, 2), Dionysi et Apollinis sacrificulae (Paus. X, 22, 5). Eisdem Hesychius vocat θεωρίδας, τὰς περὶ Διόνυσον γυναῖκας.

e) Paus. X, 4, 1.

f) Ulrichs Reisen und Forschungen in Griechenland 1, p. 119 ss.

g) Serv. Ad Ecl. 5, 66.

h) Epigr. XXVIII.

i) Ut Apollo, Vulcani filius.

k) Serv. Aen. III, 93.

l) Gell. N. A. V. cap. XII.

deprecari, significantem quandam vim esse hujuscemodi deorum in laedendo magis, quam in juvando potentem. Versus Vergilii hi sunt:

In tenui labor, at tenuis non gloria, si quem  
Numina laeva sinunt, auditque vocatus Apollo.“

§ 10. Ex his omnibus colligitur et eos Viros Doctos falli, qui praemeditata opinione ducti lupo lucis significationem inculcare volunt, et eos, qui etymologiam cognominis Λυκείου ab obsoleto λύκη praeferendam esse sibi persuadent. Et probassent forsitan, nisi lupo tam arcte in religione vetere cum Apolline esset conjunctus, ut ab illo divelli sine maxima vi et injuria nequiret. Cujus rei argumenta cum ex ritibus sacris, tum ex fabulis monumentisque deprompta haec sunt. Lupis praecipuum honorem fuisse Delphis Aelianus auctor est<sup>a)</sup>. Stabat ibi ante templum Apollinis prope aram maximam lupo aeneo, dedicatus ab incolis in memoriam lupi, qui instinctu, ut creditum est, dei pecuniam templi sacrilegio ablatam absconditamque indicaverat<sup>b)</sup>. Fuit enim lupo dilectus Apollini, teste Plutarcho<sup>c)</sup>. Quam apparet fuisse causam, cur Argis Apollini Lycio lupi immolarentur<sup>d)</sup>, nam diis ea potissimum immolari solebant quae iis accepta erant et convenientia, id quod expresse docet idem Plutarchus.<sup>e)</sup> Accedunt et illa, quae de antiquissimo apud Argivos Apollinis Lycii cultu prodita sunt memoriae. Erat Argis Pausaniae tempore templum Apollinis celeberrimum, quod a Danao Aegyptio dedicatum olim fuisse cum statua dei credebatur. Ac hujus quidem dedicationis causam hanc tradit Pausanias. Cum Danaus Argos venisset, certamen illi fuit de regno cum Gelanore Sthenelae filio, cumque populus dubitaret, utrum alteri anteferret, accidit, ut lupo in boum gregem pro muris pascentium impetu facto, taurum gregis ducem adortus prostraverit. Quod signum esse voluntatis divinae rati Argivi, imperium Danao adjudicavere, ille autem, quod lupo ab Apolline immissum putaret, Λυκείου id est Lupini aedem excitavit. Visebatur utique adhuc Pausaniae aetate pro aede solium, in quo incisa erat lupi et tauri pugna<sup>f)</sup>. Erat praeterea Argis forum nomine Lycium et ibidem lupi effigies<sup>g)</sup>. Non praetermittendum, quod Athenis quoque juxta Lyceum, quod antiquitus templum Apollinis Lycii fuisse perhibebatur, a quodam Lyco aedificatum, lupi signum stetit a Pausania comperimus<sup>h)</sup>. Eandem Apollinis

a) H. A. 12, 40.

b) Paus. X, III, 7.

c) Pyth. orac. 12.

d) Schol. Soph. El. 6.

e) Plutarchus, edit. Xylandri, 1570. T. II. Q. R. p. 284. Non audiendus itaque mihi videtur Welckerus, qui lupos in sacrificiis immolandi morem ita explicat, ut dicat lupos infestos fuisse gregibus et propterea ipsi Apollini.

f) Paus. II, 19, 4. II, 19, 7.

g) Eustath. ad Iliad. p. 354, 18. 443, 1.

h) Paus. 1, 19, 8.

cum lupo conjunctionem animadvertere etiam est ex nummis Argolicis, Phocensibus, aliarumque urbium, in quibus lupo nunc dimidius, nunc totus, vel nonnumquam caput tantum lupinum cernitur, cum a parte antica saepius Apollinis caput aut solis facies inveniatur<sup>a)</sup>.

§ 11. Similiter explicari potest, cur Marti lupo fuerit consecratus<sup>b)</sup>; non quia animal cruentum et rapax proprium esse videretur ad significandas bellorum strages, sed quod dei, qui innumeras Orco mactaret victimas, et ipse non multum temporibus antiquissimis a ceteris diis inferis differret, aptissimum esset insigne. De natura huius dei quid sentire debeamus, per multa colligitur. Quid, quod ei etiam utare humanis hostiis mos fuit Lacedaemoniis<sup>c)</sup>? Idem fecisse Thraces ex Ammiano scimus<sup>d)</sup>. Contra vero Cares immolasse ei canes proditum est, animalia Hecatae sacra, quorum in sacrificiis deorum superum nullus fuit usus, auctore Plutarcho<sup>e)</sup>. Huc pertinet testimonium Hellanici, qui fontem prope Thebas memorat, a dracone, filio Martis et Erinnyos, custoditum<sup>f)</sup>. Hunc cum Cadmus interemisset, octo annos Marti servire piaculi gratia coactus est, unde patet Martem cum Plutone in fabula confundi<sup>g)</sup>. In alia aequae narratione apud Homerum<sup>h)</sup>, cum Mars inclusus fuisse dicatur ab Alodis Oto et Ephialte in aeneum carcerem, de inferis est intelligendum<sup>i)</sup>. Adde his, quod Romanorum Mars a lupa nutritus esse fertur, eique sacra in luco Robiginis ove et cane fiebant. Non igitur sine causa Julianus Apostata in oratione εἰς τὸν βασιλέα Ἡλίου, lupo Marti sacrum in inferis collocat.

§ 12. Nec alia ratio est Scyllae, monstri ex diversorum animalium

a) Mionnet, T. II, p. 229. Pl. 46, № 1. Eckhel D. N. 286 ss. Cfr. Welckerus o. c. I, p. 479, 480, qui in nummis urbis Hadriae ejusque coloniae Tuderis lupum cubantem juxtaque eum citharam a parte postica, Apollinis caput imberbe a parte antica impressa inveniri (e Lanzi S. Etr. T. III. p. 643, tav. 2, 7) docet, recensetque aliarum urbium nummos huc pertinentes.

b) Unde Martialis dicitur Horatio Od. 1, 17, 9, Martius Virgilio Aen. 9, 566, et ipsum Martem lupo armatum vocat Lycophro (937, 1410). Eodem fere sensu intelligendus Ἄρης Λυκόερως Homeri, quod cognomen Boeckhio ex λύκος et ἔργω vel ὄργη conflatum videtur. Cf. 1. Gr. № 52. Aliter Welckerus, qui Λυκοῦργον lucem arcantem significare in Iliade vult, i. e. hiemem, utpote qui ibi Dionysio seu Baccho opponatur, alteram vero significationem, quae est lupo arcens, per paronomasiam ortam putat. o. c. I, 416. Ne multis contra V. D. argumentis utar, hoc tantum annoto, Lycurgum quem contra deos pugnassem ex Homero notum est, quique Dionysum in summas angustias adduxisse dicitur, ita ut ille fugiens in mare sese praecipitaverit, nihil aliud fuisse, nisi Typhonem, ex Aegyptiorum fabulis notum, cujus vim cum ad inferos pertinere sciamus, Boeckhii conjectura a λύκος et ἔργω unice vera est. Cf. Hom. II. Z. 130. Schol. Soph. Antig. 955 ss. Apollod. III, 5. Paus. 1, 20, 4.

c) Apollodor. apud Porphy. de Abstin. II, 55.

d) Ammian. 27, 11.

e) Plut. Q. R. II, p. 290.

f) Apud Welck. o. c. I, p. 416.

g) Hartung, o. c. II, p. 81.

h) Hom. II., E., 385.

i) Cf. Hartung III, 175. In alia sententia est Welck. o. c. I, 421.

membris compositi, quod utrum lupi habere veteres commenti sunt, cum de natura ejus daemoniaca cogitent.

Prima hominis facies et pulcro pectore virgo  
Pube tenus, postrema immani corpore pistrix,  
Delphinum caudas utero commissa luporum<sup>a)</sup>.

Quid enim est, cur non existimemus ejusmodi figmenta cum inferis cohaerere, cum sciamus Scyllam Hecates filiam fuisse<sup>b)</sup>, magicisque incantationibus ac venenis in hanc formam versam. Alii eam in latrantes canes ab inferiori parte mutatam fuisse prodiderunt<sup>c)</sup>, quod fere ad idem redit, quantum ad vim symbolicam pertinet<sup>d)</sup>, et ad vocis etymologiam propius accedit, ut recte docet Hartung<sup>e)</sup>, qui Scyllae nomen canem significare ait, formamque primitivam vocis κύων fuisse σκύων, ut ex derivatis σκύλαξ et σκύμνος (catulus) elucet, quae a σκύλλω veniunt, unde et σκύλον, spoliū. Idem in συλᾶν literam κ excidisse putat, ut in κύων σ.

§ 13. Hactenus de veteribus, nunc ad recentiores populos veniamus, quorum ex fabulis eadem symbolica lupi vis elucebit. Mala inferorum daemonia luporum formam induere credebat olim superstitiosum Slavorum vulgus, idcirco omnia tribuebat lupis, quae daemoniorum perniciose vi fieri arbitrabatur. Ex quo intelligimus, cur, cum videret solem aut lunam nubibus obrui, hoc tenebrarum cum luce velut proelium ita explicaret, ut lupos invadere solem aut lunam diceret. In occidentalium Slavorum fabulis sol pugnare dicitur cum malo daemone, qui eum adoritur lupi formam indutus. Hodie etiamnum filicti herbam, quae in igneam florem emicare creditur, fama apud Chorutanos est tum florere, cum sol nigrum vincat lupo, ideoque daemonia summa vi obluctari, ne floreat, sed frustra. Eandem ob causam herbam, cui ad abigenda daemonia maxima vis inesse creditur, praeterquam quod vulgo Cupalo, Volcobo etiam nominatur, Latine *Lupicidam* dicas. In Institutionum veterum Rossicarum libro, qui inscribitur Cormtschaia, locus est, ubi haec leguntur: siquando interit luna aut sol, lupos dicunt lunam aut solem devorasse. Huc etiam pertinent Chronicorum verba de solis defectu, ubi ille similiter devorari dicitur. Illud aequae inter annotanda ponas licet, quod veneficas, quas cum daemoniis commercia habere putet vulgus, lupis alatis vehi in fabulis inveniamus. Unde nec magicorum medicaminum compositiones sine lupi corde a veneficis fieri putantur. Ex eodem fonte fluxerunt nonnulli ritus sacri. Coladae festum celebrantes Slavos in Polonia lupi vel tauri imaginem circumduxisse olim proditum est, quacum ante domos subsistentes carmina cecinisse ludosque

a) Virg. Aen. III, 427.

b) Schol. Odyss. M. 85.

c) Propert. 4, 4, 37.

d) Vide infra de symbolica canis significatione.

e) Hartung o. c. III, 210.

celebrasse<sup>a)</sup>. Quam analoga haec sint cum veterum idololatrarum fabulis ritibusque magicis, ex iis, quae a me supra allata sunt, patet.

§ 14. Non aliena ab his sunt, quae de Germanis leguntur. Nomen ipsum lupi, recte observante J. Grimm<sup>b)</sup>, cum in lingua vetere Germanica varg audiat, comparari potest cum Slav. Vrag (hostis), quod in dialectis quibusdam Slavicis daemonium malum significat. Eadem vocis significatio fuit apud priscos Anglosaxones, qui sicarios, periuros et adulteros in Nâströnd diu a torrentibus rapidis factatos denique a lupo (vargr) et serpente (nidhögr) lacerari persuasum habuere<sup>c)</sup>. Adjice nunc, quod vetulas in silvis degentes (easdem sagas esse puta) lupos a venatoribus exagitatos in casis suis occultare credunt rustici, ideoque luporum matres (Wolfmütter) eas indigetant, quod praeterea in magicis incantationibus, quoties veneficae conjuges novos perdere constituerint, lupi corde eas uti putat vulgus, quo in viam projecto perterrefactos equos per devia locorum currum rapere atque frangere. Quae quamvis ejusmodi sint, ut non amplius de lupi apud Germanos significatione ambigi queat, verumtamen unum adhuc sublegere placet e Scandinavorum fabulis sententiae meae firmamentum. En mundi interitus ex eorum opinione descriptionem<sup>d)</sup>: solem et lunam continuo insectari dicuntur duo lupi e Phenridis genere, summaque vi niti, ut his astris potiantur. Phenris nomen lupi est ab immundo daemone Loca oriundi. Huic tres filii fuere Lupus, Serpens et Gela (Mors). Dii nutrivere lupum, verum admoniti imminere sibi ab illo exitium, catena compescendum eum statuere, quam cum saepius rupisset, magica tandem catena ab ipsis fabricata, cujus firmitudo formidabili lupi robori resistere posset, rupi eum alligavere. Ante mundi interitum omnia mala ad exitium generis humani incumbent. Per triennium hiems erit, acerbissimumque frigus, gelidissimique venti, ipseque sol pristina benefica vi sua privabitur. Hoc temporis spatium in Edda lupinum appellatur. Hoc etiam proeliorum caediumque tempus erit infernique daemones, vinculis soluti, contra deorum superum opera conjunctis viribus irruent. Calamitatem exceptura est calamitas, nec erit longa mora exitii. Luporum unus devorabit solem, alius potietur luna eamque terribili afficiet damno, sidera a firmamento avulsa decident, terra crebris concutietur motibus, libertatemque suam Phenris diu coercitus recuperabit. Immenso rictu diducet ille rostrum, cujus pars superior attinget coelum, inferior terram. Aëre tandem et mari incensis, coeloque fracto, Phenris devorabit Odinum.

a) Athanasiev, de zoomorphicis diis apud Slavos commentatio, in Ephemeridibus patriis, Petropoli, 1852.

b) Deutsche Mythologie II, 948, ss.

c) Völuspá 35. Cf. Ettmüller, Beowulf, Heldengedicht des achten Jahrhunderts, Zürich, 1840. not. ad vers. 594, p. 89, 90.

d) Grimm II, 774 ss. 11, 263. 1, 224.

§ 15. Plura ad eandem rem probandam congerere taediosum foret<sup>a)</sup>, tantumque abest, ut exercere verba videri velim. Quomodo autem factum sit quaerentibus, ut ejusmodi symbolica significatio lupo accesserit, sententiam meam aperire haud detrecto. Animos vulgi superstitione imbutos vanis terroribus obnoxios esse quotusquisque est qui nesciat? Quodnam vero tempus magis ad terrorem augendum aptum est, quam nox, quae proinde, juxta poetarum descriptionem, Erebi filia, Furiarum mater, somni et Mortis nutrix appellabatur. Quapropter, simulac tenebrae terras oppreserint, obversari spectra, insidias struere daemonia, sagasque nefanda peragere ministeria, sicut hodie, ita etiam antiquissimis temporibus credidisse rude vulgus consentaneum est, ut putemus. Quod cum ita est, facile fieri potuit, ut lupum, feram saevissimam, quae potissimum per noctem grassari soleret, ululatusque rumpere noctis silentia, cujus in tenebris igne micantes oculi<sup>b)</sup> tanto majorem incuterent terrorem, pro symbolo tenebrarum, maximique noctis Arbitri, umbrarumque potentis Orci, ut verbis Claudiani utar<sup>c)</sup>, acciperent. Haud parum quoque valuit ad istam opinionem magna lupi cum cane similitudo, quam consecrationis illius fuisse causam opinabantur jam Aegyptiorum nonnulli, teste Diodoro<sup>d)</sup>. Canem certe diis inferis sacrum fuisse non ambigitur. Hecates Furiarumque eum comitem vocatum scimus diisque inferis immolatum<sup>e)</sup>. Cujus rei cum alii, tum Plutarchus testis est, qui fere omnes Graecos cane in piaculis usos esse ait, istumque morem in suam usque aetatem perdurasse, ut nonnulli eo utantur pro piaculari hostia, Hecataeque inter alia purgamenta etiam catulos offerant, expiandosque catulis tangant. Quam februationem lingua Graeca περισχυλακισμόν vocari. Idem addit apud Boeotos publicum esse sacrificium, quo, cane in duas discisso partes, per earum medium lustrantes sese transeant. Nec ulli coelitem umquam canem immolatum fuisse, utpote qui non usque quaque mundus ab antiquis judicatus sit. Quapropter et Romae lege vetitum esse, Flaminem Dialem cum tangere eum tum nominare, et apud Graecos eum arce Atheniensium insulaque Delo prohiberi<sup>f)</sup>. Ceterum, quae a Plutarcho de immunditia canis hic dicuntur,

a) Quam late medio aevo per Europam disseminata fuerit opinio de hominum in bestias et praesertim lupos transmutatione, quae fieri credebatur daemonum vi praestigiosa, multis docet Rud. Leubuscher in Dissert. de Lycanthropia medio aevo, Berlin 1850. Vide etiam Welckerum, qui hujus superstitionis originem ab antiquissimis temporibus repetit. Kleine Schr. 3, 160; Mythol. 1, p. 212. Multas quoque congressit fabulas septentrionalium populorum Lobeck. Akad. Reden. p. 119 ss., qui λύκος cum λύσσα cognatum rabiem significare videtur.

b) Sunt, qui hanc proprietatem oculorum in causa fuisse dicant, cur lupo symbolica lucis significatio accesserit, quorum manifestum errorem demonstrare nec libet, nec vacat.

c) Rapt. proserp. 1, 55.

d) Diod. L. 1. c. 88.

e) Cf. Heind. ad Hor. Sat. 1, 8, 35.

f) Plut. Q. R. p. 280, 290.

levia sunt, nec ad rem pertinent, cum alioquin ejus cum Orco diisque Manibus conjunctio nota sit, qui

Orci janitor,  
Ossa super recubans antro semesa cruento,  
Aeternum latrans exsanguis territat umbras.

Hinc et custos Manium ac veluti libitinarius a Horapolline appellatur: ἐνταφιαστῆς εἰδώλων ὑπ' αὐτοῦ κηδευομένων<sup>a)</sup>. Similis Persarum veterum opinio fuit, qui functorum animas a deo vultu canino praedito ad inferos deduci credebant<sup>b)</sup>. Cujus opinionis fons haud scio an apud Indos sit quaerendus, cum in eorum Vedis via tenebris obsita, quae ad Elysium ducit, duarum canum custodiae commissa esse dicatur<sup>c)</sup>. Communis quidem haec omnium populorum superstitio est, unde et Larum apud Romanos caninis pellibus amiciendorum morem illustrari posse arbitror ex magna, quae illis fuit, cum Manibus necessitudine, nec dubito, quin Larum cultus e Manium religione sit derivandus. Id quod ex Appuleji verbis elucet. *Est, ait ille, et secundo significatu species daemonum, animus humanus, emeritis stipendiis vitae, corpore suo abjurans. Hunc vetere lingua reperio Lemurem dictitatum. Ex hisce ergo Lemuribus, qui posteriorum suorum curam sortitus, placato et quieto numine domum possidet, Lar dicitur familiaris; qui vero ob adversa vitae merita, nullis bonis sedibus, incerta vagatione, seu quodam exsilio, punitur, inane terriculamentum bonis hominibus, ceterum noxium malis; id genus plerique Larvas perhibent. Cum vero incertum est, quae cuique eorum sortitio evenerit, utrum Lar sit, an Larva, nomine Manem deum nuncupant<sup>d)</sup>*. Haec canis cum Orco diisque Manibus conjunctio usque in hunc diem in vulgi nostri opinionibus durat. Quid, quod canis ululatu rustici mortem aegris portendi credunt?

§ 16. Cum igitur de lupi significatione apud veteres Graecos dubitari nequeat, causa quaerenda est, cur eam Graeci ignoraverint. Oblitteratam enim et velut extinctam apud eos invenimus, quippe quam auctores nusquam ne verbo quidem memoravere. Hoc dicendum jam de Pausaniae tempore; neque enim, quo loco de Jove Lycaeo narravit, eam silentio praeteriisset, si quicquam ex sacerdotum aut vulgi traditionibus comperit haberet. Quin anteriorum Pausania auctorum nemo, quod sciam, ne Diodorus quidem, qui consecrationis lupi apud Aegyptios causas explicare studuit, de ea retulit. Similiter Scholiastae ignorasse eam prorsus videntur, quamvis de sacrificiis, quae apud Argivos Apollini Lycio lupis mactatis fiebant, prodiderint, fabulisque mythicis explicandis operam navarint. Apparet hinc eos aut naturam deorum priscam illustrari nefas putasse, aut opiniones de diis priscas adeo a recentioribus diversas fuisse, ut ne ex-

a) Hieroglyph. 1, 39.

b) Hartung. o. c. II, p. 85.

c) Id. ib.

d) Appul. de Deo Socr. Cf. August C. D. 9, 11.

plicari quidem potuerint. Quae auctorum ignorantia adducit me, ut ritus fabulasque, in quibus lupi mentio fit, reliquias esse antiquissimae religionis situ ac senio obsitas fidenter asseram.

§ 17. Primum praecipuumque illius religionis elementum deorum inferorum (θεῶν χθονίων) cultus fuisse videtur, utpote qui cum hominum agrestium rudiumque ingeniis vel maxime congruat<sup>a)</sup>. Homo agrestis, ignorantiaque rerum rudis, cujus tota vita nihil aliud erat, nisi continua luctatio cum validis naturae viribus, cum omnem vim divinam in natura sitam esse arbitraretur, vix ac ne vix quidem poterat aliam in animo informare notionem deorum, nisi eos terribiles esse ac metuendos. Terrore certe attonitus prius fuisse, quam magnitudinem utilitatum, quas naturae beneficio perciperet, intellexisset, existimandus est; neque beneficam cunctisque vitam praebentem solis vim aut foecunditatem terrarum, ceteraque commoda ad informandas deorum notiones aequae valere potuisse ac tonitruum fragorem, fulminum ictus, terrarum tremorem, subterraneorum ignium eruptiones, incendiorum ruinas subito lapsu procidentes, aquarum molem terras quassantem, vastitatemque secum ferentes nimbis nivibus grandinibusque gravidas tempestates. Harum rerum contemplationem<sup>b)</sup> causam fuisse, cur dii esse crederentur, putarunt jam veteres<sup>c)</sup>. Ad has physicas rationes accessit mortis timor. Cum enim videret mortem ubique superesse ac undique imminere, exemplumque eorum recognosceret, qui fluviorum altis voraginibus hausti, aut in montium barathris conditi, aut in silvis a feris lacerati, aut quocumque modo uspiam exanimati interierint: terrore percussus atque stupens rem ita explicabat, ut ubique locorum vitae humanae insidiantes deos sibi fingeret. Ex hac δεισιδαιμονία (daemoniorum metu) nata sunt monstra efferata et humano cruore gaudentia, longaque fabularum animos vulgi territantium series. Sed nescio an plurimum momenti ad hanc illius persuasionem mortuorum sepulturae attulerint, ut observat Bäumleinus. Summum enim jus summamque terrae esse sentiebat in homines potestatem, omnesque ejus praedam fieri tantum non quotidianis exemplis edocebatur. Corporibus humo tectis, cum ita mortuos in gremium ditionemque terrae traderet, in imis ejus recessibus numina putabat esse, a quorum arbitrio penderet, quae sibi carissima esset vita. Quapropter jam antiquissimi Graeci terram Matrem Deum et πρεσβυτάτην θεῶν indigebant<sup>d)</sup>. Ea fuit religionis origo apud omnes idololatrias, cui

a) Cf. Bäumlein, Pelasgischer Glaube und Homers Verhältniss zu demselben, in Zimmermanni Ephemeridibus 1839 p. 1185.

b) Quas coeli minas vocant Romani, rposa Russi.

c) Ut Cleanthes apud Cic. de N. D. 2, 5. Non abjudunt hinc ista Petronii in fragm. primus in orbe Deos fecit timor. Cf. Stat. Theb. 3, 661. Nec nisi sapientibus, qui causas rerum inquirebant, manifestum esse coepit nihil horum deos facere. Cf. Sen. N. Q. 10, 3.

d) Hom. Hymn. 13. Procl. in Plat. Tim. Hesiod. Deor. gener. 453—457 Apollod. 1, 4.

priscae illae opiniones propriam et singularem notam impressere. Eorum dii sub terris habitantes vitaeque hominum inhiantes, sanguine ut plurimum humano erant placandi, in terrae specubus, per noctis tenebras, cum pio terrore animique consternatione. Quemadmodum enim nulla res est, quae non ejus, a quo nascitur notas reddat, ita et dii tales fuere initio, quales homines ipsi, qui eos sibi finxere: truces ipsi, truces atque cruore gaudentes dii, qui nisi caedibus tristibusque supplicationibus non poterant propitiari. Verumenimvero procedente tempore opiniones immutatae: ex quo homines a fera agrestique vita ad humanum cultum deducti coeperunt utilitates cuncta versantibus diis acceptas referre et simul bonum a malo in semetipsis discernentes, de honorum praemiis, malorum poenis cogitare, novae vires diis sunt attributae novaque numina nata, aut plerisque, terribilibus ante et noxiis, benefica vis accessit, ita ut in sceleratos tantum saevire crederentur. In montium jugis, unde despiciebant res humanas, erectae arae, mollior mos ritusque sacrorum introductus. Ex quo perspicuum est, cur non antiquissimi tantum dii, sed plerique eorum, qui recentiores putantur, duplicem naturam habeant, ita ut, si poetarum commenta, fabulasque vulgi, ritusque sacros respiciamus, ad deos inferos et superos simul pertinere videantur. Quae quorundam deorum naturae diversitas magnum plerisque interpretibus facessere solet negotium, nec pauci fuere, qui, cum sibi praesto esset tanta veterum fabularum farrago, recentiores cum antiquissimis, haud perspecta earum indole omnique discrimine sublato, confuderint, omnemque figmentorum copiam ad unum velut religionis systema redegerint. Hi non attendisse animum mihi videntur, quantum inter fabulas, pro temporibus et locis, discrimen soleat intercedere, nec dispexisse intervalla, quibus singulae distant, quarum multas ex ore vulgi collectas non ad tempus, quo collectae sint, pertinere, aut si quae pertinent, non ejusmodi esse, ut ex iis de religione possit judicari. Exemplo sint mirae vulgi nostri fabulae, quas religionis partem constituere quotusquisque est, qui dixerit?

II.

§ 1. His praemissis ad Jovis naturam adumbrandam accedamus, de qua liquere nobis non posse judico, nisi eam ad formulam generalem, modo a me de diis veterum constitutam, exigamus. Nec existimo quidem diu nos haesituros, an credamus Jovem duplicem prae se ferre faciem, si fabulas Arcadum huc spectantes excusserimus, personamque illi, qua inquirentibus velut indutus apparet, detraxerimus. Opiniones utique de illo seriores ab antiquissimis sedulo distinguendas esse manifestum est, nec temere miscenda omnia, quae a Pausania ceterisque scriptoribus de illius in Arcadia cultu relata leguntur. Jupiter enim, quem Pausaniae aetate Arcades coluere, non amplius, quantum ad naturam ipsius, priscus ille Jupiter Lycaeus fuit victimis humanis gaudens atque noxius, qualem eum olim fuisse fabula de Lycaone ejusque filiis satis superque declarat, licet Porphyrius morem hominibus in sacris Lycaeis litandi multis seculis post obtinuisse tradat<sup>a)</sup>. Cui quominus credamus, obstat Pausanias. Etenim non ille tam efferum morem, postquam victimae humanae in tota Graecia jam dudum erant abolitae, si etiam tum durasset, silentio praetermisisset, qui, cum sacra Jovis in operto (ἐν ἀπορρήτῳ) fieri dicat<sup>b)</sup> et mox subjungat se noluisse ritus curiose inquirere, non ita est intelligendus, quasi ob eorum atrocitatem ab inquirendo abstinuisset. Platonis verba Min. p. 315 c., ubi sacra Lycaea non communi apud Graecos more fieri dicuntur, nihil probant. Imo Pausanias ipse alio loco rem extra omnem dubitationis aleam ponit. In colle urbis Pallantii fanum esse deorum narrat, qui Καθαροί, id est Puri, appellantur, atque hujus appellationis causam fuisse conjicit, quod illis Pallas, Lycaonis filius, non eodem ritu sacrum fecerit, quo pater ejus Jovi Lycaeo<sup>c)</sup>. Accedunt et alia testimonia, e quibus colligimus Jovem ex Arcadum illius aetatis opinione summum fuisse deorum, scelerum vindicem, in benemeritos autem beneficum. Hinc cum Arcades Aristocratem Messeniorum tyrannum lapidibus obruissent, in columna, quam in Lycaei templo erexerant, hos versus incidi jusserunt:

Πάντως ὁ χρόνος εὔρε δίκην ἀδίκῳ βασιλῆι.  
Εὔρε δὲ Μεσσήνης σὺν Διὶ τὸν προδότην  
Ῥηιδίος· χαλεπὸν δὲ λαθεῖν θεὸν ἐπιτοκόν.  
Χαῖρε Ζεῦ βασιλεῦ, καὶ σάω Ἀρκαδίαν<sup>d)</sup>.

a) Porphyr. de Abst. 2, 27.

b) Paus. VIII, 38, 5.

c) Paus. VIII, 44, 3.

d) Paus. IV, 22, 7.

At idem ille Jupiter colebatur in quodam Arcadiae vico sub titulo Boni dei<sup>a)</sup> et clemens facilisque erat in hominum precibus audiendis, si quando segetes Arcadicae siccitate arescebant, imbrisque eas recreabat<sup>b)</sup>. Verumtamen, quod proprium divinae majestatis est, non sine noxa et piaculo aream ei consecratam adire licuit, ita ut, si quis loci religione contempta introisset, intra annum e vita excederet<sup>c)</sup>. Hanc majestatem dei cum sacerdotes magis augere vellont aciemquè colentium praestringere, addebant et alias prodigiosas narrationes. Homines ajebant et bestias, quae forte intra illius loci ambitum stetissent, nullas e corporibus umbras projicere<sup>d)</sup>. Occultum hujus fabulae sensum ita explicat Schwenck<sup>e)</sup>, ut dicat perspicuum esse ibi non posse de umbra cogitari, ubi dei lucidi sedes sit, nec improbabilis V. Docti interpretatio est, si cogitamus Jovis vim illa aetate ad coelestia pertinuisse, ut ex fabula de attracta ab ejus sacerdotibus tempore siccitatis pluvia, colligimus; sed maxime vereor, ne sub hujus figmenti involucro is sensus lateat, quod homines et bestiae in illa area ἀόρατοι seu invisibiles fiebant. Id colligo ex Plutarcho<sup>f)</sup>, qui eos, qui in area stetissent, ἐλάφους id est cervos vocatos ait, atque hoc vocabulum inde ortum puto, quod Graeci verbum ἐλεφαίρειν, ad nihilum redigere, in animo habuerint. Similis causa fuit, ut recte observat Hartung<sup>g)</sup>, cur Homerus somnia vera per Portam corneam, inania vero et vana per eburneam exire dixerit, nam adjectivum κεράτινος de substantivo κέρα flexum est, quod ad verbum κραίνειν respicere nos cogit, contra ἐλεφάντινος, ab ἐλέφας derivatum, facile verbum ἐλεφαίρειν nobis sistit.

§ 2. Cum igitur vis Jovis Lycaeii tempore historico longe ab illa antiquissima recessisset, facile intelligitur, cur Pausanias eum non a λύκος ita appellatum dixerit, verum a monte Lycaeo. Eadem causa est, cur in nullo, quotquot habemus antiqua monumenta, juxta Jovis effigiem lupus conspiciatur, quem certe in nummis Arcadiis, si animal ei sacrum fuisset, inveniremus<sup>h)</sup>. At contra Pausaniae tempore duae aquilae pervetusti operis ante aram Jovis in montis Lycaeii cacumine positae visebantur et ipse

a) Paus. VIII, 36, 5.

b) De hoc Jove Pluvio infra erit dicendi locus. Fabulam ipsam pag. 5 retuli. Ceterum communis hic error est rudis vulgi, ut credat imbres et attrahi posse incantationibus et repelli. Cfr. Seneca N. Q. IV, 6.

c) Paus. VIII, 38, 6.

d) Paus. ib.

e) Mythol. 1, p. 18. Eadem est sententia Muelleri. Dor. T. II, p. 306.

f) Plut. Q. G. 390.

g) Mythol. 1, 137. 1, 155. Aliter Lobeck Agl. 1, p. 895.

h) In nummis Arcadicis Jupiter stans effingitur, hastam aut sceptrum sinistra gerens, aquilam dextra sustinens. Eckhel., 2, 293. Etenim nummi, quorum pars antica caput barbaturum exhibet, aversa autem lupum dimidium capite radiato, certe non Jovis caput representant, quemadmodum videtur Havercampio (ad Oros. p. 20) sed Apollinis, qui interdum barbatus in nummis Aesae et Miletii, effingi solet. Welcker, o. c. 1, p. 480.

mons ab Arcadibus Olympus dicebatur<sup>a)</sup>, unde minime dubium est, quin Jovem Lycaeum non secus ac Olympium, ex communi illius aetatis Graecorum opinione, Arcades coluerint.

§ 3. Quae cum ita sint, nequaquam tamen idcirco sequitur, ut cognomen Lycaeii, quod ad naturam Jovis illustrandam plurimum valere Viri Docti existimant, *Lucetium* significet, cum ne Apollinis quidem Λυκείου cognomen ex veterum sententia ita explicari posse sciamus. Nec perperam huc trahenda fabula de Lycaone ejusque filiis ceteraque ejusdem generis, ubi luporum mentio fit, quae remotissimam redolent antiquitatem atque ejusmodi sunt, ut ex iis nisi de natura Jovis antiquissima omninoque diversa judicari nequeat. Sed hoc procedente disputatione planius ostendam, ubi de cultus origine dicturus sum, nunc illud annoto fabulam de Lycaone, cujus nomen tam arcte cum Lycaeii cognomine ejusque cultu copulatum est, cum inferis conjunctionem manifestam habere. Quid, quod Lycaonis filius, qui Terrae rogatu servatus fuisse fertur, cum Jupiter ceteros fulmine percussisset<sup>b)</sup>, vocatur Nyctimus, id est Nocturnus? Similiter Lycus Labdaci et Laji tutor fratrem habuit Nycteam<sup>c)</sup>. Hos filios Spartae chthonii dicit Apollodorus<sup>d)</sup>. Scimus praeterea Plutonis equum nomen habuisse Nyctei<sup>e)</sup>. Numquid fortuitam hanc esse nominum consociationem quis dixerit? Non secus et Lycoro Lycorae urbis conditori, Apollinis filio Pausanias neptem fuisse narrat Κελαινῶ nomine, id est Nigram, e qua Delphum Apollinem suscepisse, eandemque ab aliis vocari Μελαίνην Nigram<sup>f)</sup>; conferantur Plutonis nomina μελάμπους, μελάνιππος. Adjice nunc quod Lycus, qui in insulas beatorum missus fuisse in fabulis dicitur, filius Neptuni et Plejadae Celenus fuit<sup>g)</sup>. Numquid fortuita haec sint, iterum iterumque a Viris Doctis lupi lucis significatum tribuentibus quaero, et annon potius ex cognomine Lycaeii, fabulisque de lupis, quae Jovi Arcadio sunt adjunctae, de cultu chthonio sit statuendum?

§ 4. Jam, quo id manifestius fiat, quaeramus, si fieri poterit, unde cultus Jovis Lycaeii origo repeti debeat, quo simul et fabularum Arcadicarum fons cognoscatur. Haud levia quidem habemus hujus rei indicia in fabulis, quas de Jovis in Arcadia ortu nobis servavit Pausanias. In monte Lycaeo natum illum asserebant Arcades ibique a Nymphis Thisoa, Hagno et Neda educatum, et quo magis Cretenses Jovem sibi vindicantes erroris

a) Paus. VIII, 38, 2.

b) Paus. VIII, 3, 1.

c) Paus. II, 6, 2. IX, 5, 5.

d) Apollod. III, 5, 5.

e) Claud. Rapt. Proserp. 1, 283.

f) Paus. X, 6, 3, 4.

g) Apollodor. III, 10, 1.

convincerent, locum ubi natus fuisset, ostendebant, quae Cretea dicebatur<sup>a</sup>). Hoc commentum nihil aliud docet praeterquam, quod opinio de Jovis in Creta natalibus antiquior fuit et in Graecia vulgatissima, alioquin minime opus fuisset, ut nominis similitudine certarent; unde et illud perspicuum est cultum ex Creta in Arcadiam fuisse propagatum. Neque alia fuit causa, cur inter nymphas, quas Tegeae insculptas arae Athenae se vidisse tradit Pausanias, nomen Idae, montis in Creta insula Jovis natalibus clari, confixerint<sup>b</sup>). Rheam et Oenoam insculptas ibi fuisse discimus Jovem parvulum tenentes, atque utrinque adstantes nymphas. Ab una parte fuit Glauce, Neda, Thisoa et Anthracia; ab altera Ida, Hagno, Alcinoe et Phrixa. Sunt qui quaerant an quid ex hisce nympharum nominibus ad naturam Jovis illustrandam erui possit, sed lubrica res est, tum ob difficillimam quorundam etymologiam, tum vero etiam, quod pleraque varias propter causas conficta esse videantur. Cujusmodi sunt, quae attulimus, Thisoae, Hagnus et Nedae nomina, quorum istud a Thisoa urbe vel pago Megalopolitano, illud a Hagno fonte, hoc a Neda flumine tractum fuisse probabile est. Ceterum Creuzerus, vir in hisce rebus scrutandis sagacissimus atque unus ex iis, qui plurimum mythologiae contulerunt, e Megalopolitanorum monumentis, a Pausania descriptis, aliquid colligi posse arbitratur. Erat Megalopoli juxta Cereris et Proserpinae aedem Herculis statua et ante eam mensa, in qua duae Horae stantes erant effictae, Pan fistula, Apollo cithara canens. In mensa illa Nymphae: Neda Jovem infantulum gremio ferens, Anthracia facem, Hagno manu altera hydriam, phialam altera, Anchirhoe et Myrtoessa hydrias effluente aqua praeferentes<sup>c</sup>). Anthraciam Creuzerus ignem significare vult, Nedam et Hagno aquam lustralem. Haec ille; at si monumentum illud probe consideramus, invenientur fortasse, quae Virum Doctum effugere. Quis enim fieri poterat, ut Apollo, qui Jovis filius a plerisque veteribus theologis dicitur, Jovi recens nato cithara cecinerit? At plures Apollines memorantur, quorum duo non Jove nati, sed alter Vulcani filius, quem antiquissimum vocat Cicero, alter Corybantis, natus in Creta<sup>d</sup>). Uter igitur horum Jove antiquior? An Vulcani? At Vulcanus ipse Jovis filius esse putabatur. Igitur Corybantis, cui certamen cum Jove fuisse de possessione insulae Cretae apud Ciceronem legimus. De hoc Apolline mihi quaerenti illud occurrit, unde fortasse Jovis Arcadii naturae, atque cultus ejus origini major lux affulserit, Quid, si quis Corybantis filium eundem esse Apollinem Λύκειον et cum Magnae Matris cultu e Phrygia in Cretam ac deinde in Arcadiam venisse putet?

a) Paus. VIII, 38, 2.

b) Paus. VIII, 47, 3.

c) Paus. VII, 31, 4.

d) Cic. N. D. III, cap. 23. Cf. Tzetzes ad Hes. Opp., V. 1, p. 25. Ἀπόλλων τοῦ Κάβαντος.

§ 5. Haud enim parvi pendenda est illa insulae Cretae cum Phrygia conjunctio, quae vel inde emergit, quod Jovis cunabula alii in Phrygio, alii in Cretensi monte Ida collocavere, quodque Jovem parvulum a Corybantibus, Matris Idaeae, seu Cybeles, sacerdotibus educatum fabulati sunt. Quo etiam pertinent, quae de Minoe II, rege Cretensium traduntur, qui filius Lycasti et Idae Corybantis filiae dicitur<sup>a</sup>). Nec credendus Demetrius<sup>b</sup>), qui Rheam inter deas a Cretensibus cultas numerandam esse negat, alioquin nec Diodori testimonium, qui fundamenta templi Rheae antiquissimi in agro urbis Gnossi sua adhuc aetate extitisse narrat<sup>c</sup>), nec Apollinis a Corybante in Creta ortus ejusque cum Jove de insula certamen explicari possent. Jam ipse Corybas quomodo a Cybele separari queat non reperio, cum et filius esse hujus deae a Cicerone dicatur<sup>d</sup>) et nomen suum traxisse illum a Corybantibus aperta res sit. Cum Cybele atque simul cum Creta et cum Arcadia arcte eum cohaerere aliunde etiam discimus. Deorum Samothracum mysteria, quae in honorem Rheae celebrata fuisse affirmat Diodorus<sup>e</sup>) aliique<sup>f</sup>), et inter quae et Phrygia mysteria nullum fuisse discrimen docet Strabo<sup>g</sup>), cum a nonnullis a Corybante instituta esse tradantur<sup>h</sup>), ab aliis tum ex Arcadia, tum ex Creta in Phrygiam migrasse dicuntur<sup>i</sup>). Ex his satis elucet jam antiquissimis temporibus Phrygias religiones in Cretam penetrasse. Quod si cogitamus, quanta inter Sabazium Phrygum Dionysumque Cretensium, Apollinem et Pana necessitudo intercesserit, quid ni credamus Pana Lycaeam, cui antiquitus communia cum Jove certamina Lycaea Lycaon instituisse fertur, et Apollinem Λύκειον eundem deum fuisse atque illius religionem multum ad Jovis Lycaeii vim naturamque attulisse momenti? Sed ne a summis labris haec venisse existimes, Panos naturam excutere proderit, quo colligas eum ab Apolline

a) Diod. IV, 62.

b) Demetr. apud Strab. p. 472.

c) Diod. V, 66.

d) N. D. ib. Cf. Serv. ad Aen. III, 111. Quidam Corybantas dictos putant ἀπὸ τῆς Κόρης, Corybas enim Proserpinā, quae Κόρη dicitur, sine patre natus. Lobeck Corybantum nomen illic natum putat, ubi Corybantion et Corybissa fuit, in Troade scil. quam religionum Phrygiarum propriam sedem fuisse dicit. Aglaoph. II, p. 1140.

e) Diod. V, 51.

f) Schol. Arist. p. 106. Strab. Exc. lib. VII, 24, p. 134. Lucian. D. Syr. VX, 97. Pherecydes, qui Corybantas cum Rhee Samothraciam venisse ait, Stesimbrotus ceterique, qui Dardanum sacra instituisse Samothraciae et in Phrygia volunt. Cf. Lobeck, Agl. p. 1225.

g) Strabo l. c.

h) Diodorus (l. c.) Harmoniam Jasionis sororem, cum Cadmo nupsisset, Magnae Matris Deūm sacra a matre sua accepisse ait, dedisseque Corybanti, qui ea in Phrygiam attulit.

i) Dionys. A. R. 1, 68, Dardanum scribit cum matre Jasione sororeque Harmonia, Palladio ex templo Palladis sumpto, ex Arcadia Samothraciam ad Cadmum regem venisse, atque in amicitiam ab eo receptum ad Teucrum in Troadem missum. Dardanum hunc alii Cretensem, alii ex Asia oriundum volunt. Serv. ad Virg. Aen. III, 161, Steph. Byz. s. v. Δάρδανος. De Jasione inter veteres Logographos non convenit, quandoquidem sunt, qui eum ex Arcadia, sunt vero etiam, qui ex Creta deducant. Cf. Paus. X, 28.

Hesychio, aut Θοράϊον, auctore Lycophrone<sup>a)</sup>), praeterea Θοράτην Locris<sup>b)</sup>), quod nomen Panos proprium fuisse scimus, qui et ipse Θοράτης et Αλιβάτης vocabatur, id est Inuus et salax ἀπό τοῦ συνουσιάζειν<sup>c)</sup>), sive Ἀφροδισιαστής, nam θορεῖν est ἀγεῦσαι: θόρος, βάτης, ἀφροδισιαστής apud Scholiastam Lycophronis, ἐμβρατεύων apud Hesychium. Hinc et ὁ Ἐφιάλτης (Incubus) ὁ αὐτὸς τῷ Πανί νεύεται<sup>d)</sup>). Ex quo intelligitur, cur in Panos delubro ignis perpetuus arserit<sup>e)</sup>), nam et Apollini Carneo ignem perpetuum servatum fuisse Callimachus testis est<sup>f)</sup>), sicut Apollini Lycio, cujus templum Argis a Danao conditum memorat Pausanias<sup>g)</sup>), nec non Apollini Delphico<sup>h)</sup>) et Ismenio<sup>i)</sup>).

§ 8. His argumentis acquiescere possim, ni me ipsa materia invitet, ut de una adhuc Apollinis proprietate disseram, quae quin communis ei cum Pane fuerit, nullus dubito. Notum est Apollini apud Lycios praeter cetera fuisse cognomen Ἐρεθύμιος<sup>k)</sup>), quod par est Graeco Rhodiorum Ἐρυθίβιον<sup>l)</sup>). ita dicto ab uredine seu robigine, quae Graecis ἐρυθίβη vel ἐρυσίβη, quod ille eam frugibus immittere crederetur. Id cognominis habuisse Apollinem Argis et in Cypro scimus<sup>m)</sup>). Patet quidem hunc Ἐρυθίβιον nihil differre a Romanorum deo Robigo, sic dicto a satorum robigine, cui Numa sacra dicitur instituisse, sed, alucinor an verum video, cultus hic non tunc primum Romam advectus fuit, nec ad Numam est referendus, cui pleraque omnia ad religionem veterem pertinentia sine ullo delectu accepta referre soliti sunt Romani, verum a temporibus priscis repetendus, quibus Panos cultus ex Arcadia Romam penetraverat. Accidit nimirum hic, quod saepius factum apud veteres ethnicos constat, ut singulae unius dei proprietates progressu temporis seorsim, ceu totidem diversi dii, colerentur. Sic enim ex Pane Satyrus Silenusque Graecorum et Faunus et Sylvanus et Pales Romanorum nati sunt. Neque alia fortasse fuit causa, cur veteres Pana facie rubente pinxerint, nisi quod eum ἐρυθίβιον esse crediderint atque hac proprietate signare voluerint. Nihil enim moror, quod alii id ad ignem aetherium referant. Quid, quod Robigalibus aequae ac Lupercalibus cane Romani litavere, morbumque, obscoenae libidinis vitium, quam Graeci σατυρίασιν, robiginem appellavere?

a) 352.

b) Hesych.

c) Varro, R. R. II, 7. Plin. H. N., X, 63, 83.

d) Artem. II, 37.

e) Paus. VII, 37, 11.

f) Callim. Hymn. in Apoll. 82.

g) Paus. II, 19, 5.

h) Aesch. Choeph. 1033. Plut. N. 9.

i) Plin. XIV, 31, 8.

k) Hesych.

l) Strabo 13, 912.

m) Ptolem. Heph. 7.

§ 9. Accedunt quae de cultu Panos Lycaei in Arcadia a Pausania aliisque relata accepimus. Ad antiquissimos Arcadum deos pertinebat oraculumque habebat et templum, ubi ignis ei perpetuus alebatur<sup>a)</sup>). Haec quidem naturam ejus chthoniam et cum Apolline chthonio cognitionem satis superque ostendunt<sup>b)</sup>). Constat etenim nec oracula, ex opinione veterum, sine instinctu deorum inferorum fundi potuisse<sup>c)</sup>), nec ignem nisi diis chthoniis dicatum fuisse<sup>d)</sup>). Hinc intelligitur, cur a multis cum Osiride Aegyptiorum, qui Pluto a plerisque Graecorum vocatus est<sup>e)</sup>), non secus quam Apollo, confusus fuerit, Mercuriique filius habitus. Unde viarum custos (ἐνόδιος) vocabatur. Dementia quoque aliaque mala immittere eum credebant, ut nervorum distentiones, quae proinde Πανός ὀργή appellabantur. Hanc etiam ob causam saepius de eo sic locuti sunt, ut cum Hecate conjunxerint<sup>f)</sup>). Quo pertinet, quod eum noctu cubantes insilire eosque praefocare credebant. Illud quoque non leve momentum in se habet, quod de Panos religione apud Romanos auctores tradidere, cujus cultus cum ex Arcadia originem duxisse dicatur, sacris quippe ab Evandro institutis, sequitur, ut multa retinuerit, quae priscis Arcadibus in hujus dei caerimoniis observata fuere. Quid, quod Lupercalibus canis immolabatur lustrandae urbis causa, ut tradit Plutarchus. Nam et Lupercalia celebrari dicit mense Februario, quem ita ab expiando seu expurgando vocatum esse, et ipsum diem appellari februatum<sup>g)</sup>). At apud eundem legimus alio loco testimonium gravissimum, canem nisi diis inferis non immolari<sup>h)</sup>), ex

a) Paus. VIII, 37, 11.

b) De Apollinis natura chthonia supra diximus.

c) Cf. Cic. Div. 1, 50. Credo etiam anhelitus quosdam fuisse terrarum, quibus inflatae mentes oracula funderent. Hinc prisca oracula in ditioe et potestate telluris (γῆς) fuisse dicuntur, draconumque custodiae commissa esse credebantur, veluti Olympicum (Paus. V, 15, 8) et Delphicum (Paus. X, 5, 3) antequam illud Jovis, hoc autem Apollinis oraculum factum est. Sed et post Pythicum oraculum vocatur μαντιῶν χθόνιον. Eurip. Iph. T. v. 1249.

d) Ignem aeternum custoditum fuisse praeterea scimus in templis Vestae, Plutonis uxoris, Vulcani, Cereris et Proserpinae (Paus. VIII, 9, 2), quos deos chthonios esse non ambigitur. Attamen Welckerus, qui Pana solem esse docet, inter alia argumenta et ignem ponit, nec sine causa Athenienses in festo Panos cursum cum facibus instituisse ait, ideoque in nummis juxta Panos effigiem facem inveniri, aut ipsum Pana facem manu tenentem effingi. Qui hoc dicit, necesse est recipiat, et memoratos a me deos et Hecaten et Furias, quae facies manu gestantes exprimitur, ad deos superos pertinuisse. At nisi maxime fallor non haec symbolica vis ignis fuit, qui in mysteriis quoque et mortuorum exsequiis magicisque ritibus adhibebatur. Cum enim praeter ceteros ejus in vita humana usus is etiam maximus sit, ut ejus ope tenebrae discutiantur, facile subnata est illa significatio, ut ignis indicium esset deorum inferorum vel daemonum in tenebris degentium. Accessit illud quoque, quod de igne subterraneo in ejusmodi figmentis cogitarunt, unde intelligitur cur diis chthoniis ignem adjunxerint.

e) Diodor. 1, 25.

f) Cf. Eur. Hipp. 135. αὐ τ' ἄρ' ἐνθεος ὦ κόρα, εἴτ' ἐκ Πανός εἴτ' Ἐκάτας ἢ σεμνῶν Κορυβάντων φοιτᾷς ἢ Μαρτὸς ὀρείας. Artemidorus II, 34. Ἐκάτη καὶ Πάν καὶ Ἐφιάλτης (Incubus).

g) Plut. Q. R. p. 280.

h) Cf. quae supra a me dicta sunt de canis symbolica significatione.

quo vis chthonia dei perspicitur. Nec dubitaverim hinc explicare vanos nocturnosque terrores (πανικούς), qui a Pane immitti credebantur. Qua de re Valerius Flaccus<sup>a)</sup>:

Deus ancipitem lymphaverat urbem,  
Mygdoniae Pan jussa ferens saevissima Matris,  
Pan nemorum bellique potens, quem lucis ad horas  
Antra tenent: patet ad medias per devia noctes.  
Setigerum latus, et torvae coma sibila frontis:  
Vox omnes super una tubas, qua conus, et enses,  
Qua trepidis auriga rotis, nocturnaue muris  
Claustra cadunt: talesque metus non Martia cassis,  
Eumenidumque comae, non tristis ab aethere Gorgon  
Sparselit, aut tantis aciem raptaverit umbris.  
Ludus et ille Deo, pavidum praesepibus aufert  
Cum pecus, et profugi sternunt dumeta juveni.

Belli potens a poeta vocatur, quae vis Apollinis propria fuit, qui Homero λαοσσόος<sup>b)</sup> et θεῶν ὄριστος<sup>c)</sup> dicitur et παῖν, quo nomine et hymnus, qui in victoria canebatur, dictus est.

§ 10. Si igitur inter nos de hoc convenit, Pana ab Apolline diversum deum non esse et cum Magnae Matris religione cohaerere, sequitur, ut de illo quoque conveniat eum et Apollinem Corybantis filium eundem esse atque ab Apolline Lycio non differre. Consentire in hoc Viri Docti vel inviti debent, alioquin quotusquisque est, qui expediat cum variis hujus dei proprietates, quae deum Asiaticum redolent<sup>d)</sup>, tum ejusdem cum Cybele et cum Osiride conjunctionem, tum vero etiam de lupis fabulas, hominumque locorum et urbium in Arcadia vocabula, quae cum Λυκείου nomine sunt cognata? Vidimus passim supra Apollinem Lycium, ubicunque apparuerat, non sine luporum comitatu, ut hac imagine utar, sedes suas occupasse. Argivorum Delphorumque et Atheniensium, aliarumque urbium de lupis fabulas, luporum signa nummosque lupos exhibentes jam in prioribus retuli. His adjicere et illa ejusdem notae placet, quae nondum a me commemorata sunt. Urbem Lycoream prope Delphos, in Parnasso, nomen accepisse narrat Pausanias<sup>e)</sup> a lupis, quorum ululatum incolae vetustissimae Delphorum urbis secuti sint, cum illam aquis submersam Deucalionis tempore reliquissent, novas sibi sedes quaesituri. Idem et aliam subjungit fabulam: Apollini ex Corycia nympa natum Lycorum, a quo urbem appellatam Lycoream, antro vero a Corycia nympa inditum nomen Co-

a) Val. Flac. 3, 46.

b) Hom. II. Ψ, 79.

c) Ib. T., 412.

d) Formam caprinam quin a Dionyso acceperit vix dubitandum, quem ἔριφον vel εἰραφιώτην vocatum constat. Hinc et Bacchi socium et in ejus exercitu ducem fuisse narrat Polyaeus (Strat. 1, 2) atque inde Panicis terrores originem sumpsisse. Choreas quoque disponendi ars communis ei cum Dionyso fuit. Ceterum Dionysum cum Apolline maximam habere similitudinem, ita ut saepius confundantur, notum est. Vide infra.

e) Paus. X, 6, 2.

rycii; sacrum illud fuisse Pani et omnium maximum atque celeberrimum<sup>a)</sup>. Obiter advertendum et hic Pana cum Apolline confundi, qui Lycoreus dicitur Callimacho<sup>b)</sup>. Quod si meminerimus Delphis in maximo honore fuisse lupum, ut animal Apollini gratum, non erit dubitationi locus, quin ejusmodi fabularum nominumque fons in Apollinis Lycii cultu sit quaerendus. Similiter Sicyonii, apud quos Apollinis Λυκείου aedem vetustate jam collapsam memorat Pausanias, fabulam commenti sunt, quo originem hujus cognominis illustrarent. Lupos, narrabant, olim ovilia eorum infestasse adeo, ut nullus ex iis fructus percipi posset, Apollinemque tandem lignum indicasse, cujus cortice carnibus permisto, lupisque objecto, illos extemplo fuisse interemptos<sup>c)</sup>. Nec profecto secus in Arcadia sese res habuit, ubi Apollinem Λύκειον sub Panos Λυκείου persona latere exploratissimum mihi est. Quid, quod Apollo et ipse Λύκαιος vocabatur in insula Chryse, ubi fons Λύκιος κρήνη<sup>d)</sup>? Ex quo emergit horum nominum cognatio, quare fortasse recte Welckerus cognomentum Jovis, quod alii Λυκαῖος, scribit Λύκαιος<sup>e)</sup>. Ceterum non ante illud adhaesisse Jovi, quam cultus Apollinis in Arcadiam penetrasset, pro certo est statuendum. Simile quid Cyrenae etiam accidisse constat, quam urbem oraculi Delphici monitu a colonis ex insula Thera conditam in Libya scimus, ubi cum incolae praecipue Apollinem colerent, qui eorum Ἀρχαγέτας a Pindaro vocatur<sup>f)</sup>, Jovis Lycaei collem memorat Herodotus<sup>g)</sup>. Ad illam antiquissimam aetatem fabulas quoque Arcadicas de Jove Lycaeo, supra a me relatas, pertinere, res adeo clara est, ut non argumentis multis egeat, nec audaciore conjectura opus est, ut eas ex Apollinis cultu fluxisse demonstratur. Jam ipse Lycaon, qui Jovi sacra instituit, urbemque Lycosuram condidit, quomodo cum Apolline cohaereat, fabula de ejus ortu satis luculenter declarat. Quamquam enim de patre matreque ejus varii varie tradiderunt, ad Pelasgum originem ejus, ut plurimum, referentes, fuere tamen, qui eum Titani e Terrae filium fuisse dixerint<sup>h)</sup>. Atqui Titanum pro Apolline accipi<sup>i)</sup>, Terram autem eandem Rheam esse notum est. Ex quo cum cultus Jovis origo, tum ejusdem natura elucet. Quis enim est, qui non videat illam per Rheam Apollinemque Corybantis filium cum Creta cohaerere ac proinde opiniones mysticas cum Rheae cultu conjunctas multum ad illam valuisse. Eandem ob causam Lycaonis filius, ut jam ante observavimus,

a) Paus. X, 32, 2, 3.

b) Call. hymn. in Apoll. 19.

c) Paus. II, 19, 7.

d) Hesych. Schol. Soph. Phil. 146.

e) Welck. o. c. 1, 479.

f) Pind. Pyth. 5, 60.

g) Herod. 4, 203.

h) Lex. Forc. s. v. Lycaon.

i) Orph. hymn. XI, 1. Argonaut. 510. Orph. hymn. VII, 2.

vocatur Nyctimus sive Nocturnus isque Terrae precibus servatus fuisse dicitur. Hinc etiam de infante a Lycaone mactato, deque Jovis ira commentum natum est, quae e Cretensium, ut mox videbimus, fabula de Dionyso Zagreo mutata simul declarant religionem novam, victimisque humanis sacrificandi morem e Creta venisse. An vero ex Jovis ira, qui Lycaonem fulmine percussisse dicitur, de contentione inter duos cultus veterem et novum statui oporteat, in medio relinquo. Certe simile quid in Creta accidisse ex Ciceronis testimonio, qui Apollini Corybantis filio certamen fuisse dicit de possessione insulae cum Jove, colligimus. Longinquitati temporum imputandum, quod nihil de illo certamine memoria exceptum sit, at illud constat a remotissimis usque temporibus Asiaticae et Aegyptiae superstitioni viam in Graeciam patuisse eamque non semel, sed creberrime in varias Graeciae regiones penetrasse, praesertim cum coloniae in maritimam oram Asiae a Graecis deductae, mutuaeque commercia aperuissent aditum in Graeciam fabulis, mysteriis, ritibusque sacris, diisque peregrinis antea ignotis. Quae tamen de his rebus ab auctoribus antiquis prodita leguntur, adeo perplexa obscuraque sunt, ut nobis non nisi conjectura ire in occulta liceat et quidem saepius non cum fiducia inveniendi.

§ 11. De tempore itaque, quo cultus Apollinis in Creta propagatus sit, nihil certi habemus, videtur tamen ille ad ipsa Cretensium incunabula pertinere. Id quod ex fabula de Minoe rege Lycasti et Idae Corybantis filio, qui filiam solis et Perseidos, Aeetae et Circes sororem Pasiphaen uxorem duxisse dicitur<sup>a)</sup>, nescio an colligi possit. Quorsum enim hoc figmentum nisi ad cultum spectat? Mecum facit et nota illa de Pasiphae fabula, quae tauri amore capta Minotaurum peperisse fertur, monstrum capite taurino reliqua parte humana, a Theseo in labyrintho Cretensi interfectum<sup>b)</sup>. Cum enim dubitari nequeat, quin ejusmodi figmento signum tauri vel hominis capite taurino praediti, a Minoe in labyrintho positum, occasionem praebuerit, rursus in idem revolvor, ut dicam ad cultum Apollinis ista esse referenda. Boves certe cum Apolline in fabulis conjungi res nota est, quem Laomedontis et Admeti armenta pavisse scimus, quam ob causam et Nomii cognomentum ei adhaesit, si fides Callimacho<sup>c)</sup>. Hinc in Patrensi urbe, ut scriptum est apud Pausaniam<sup>d)</sup>, in Apollinis templo nudum visebatur adhuc illius aetate ex aere signum dei pedibus tantum calceatis, eorum altero bovis calvae insistentis. Idem narrat apud Alcaeam in hymno in Mercurium de bobus a Mercurio Apollini surreptis scriptum inveniri. De armentorum gregibus soli sacris, qui Gortynae pascebantur,

a) Apollod. III, 1, 3.

b) Serv. ad Aen. VI, 14.

c) Callim. in Apoll. 47. Hom. II. B. 448.

d) Paus. VII, 20, 3.

memorat Servius<sup>a)</sup>, de duodecim tauris candidis Theocritus<sup>b)</sup>. Nec praetereundi trecenti tauri candidi in insula Cea, quorum meminit Virgilius<sup>c)</sup>. Adde quod et Apollo Carneus et Sol taurina specie nonnumquam repraesentantur<sup>d)</sup>. Asiaticas has esse opiniones ab Aegyptiorum superstitione repetendas non est quod dubitemus, cum et Bel-Molochum Chananaeorum et Sabazium Phrygum et Zagream seu Dionysum Cretensium in tauri formam figurari solitos constet et apud Aegyptios Apis, bos Osiridi consecratus, numinis vice cultus fuerit. Dionysum a Graecis hac forma effingi testis est Plutarchus<sup>e)</sup>, eundemque a mulieribus in Elide invocari, adjuncta precatone, ut bubulo gressu (βοείῳ ποδί) ad eas veniat, atque ab Argivis tauro genitum appellari<sup>f)</sup>. Accedit testimonium Macrobiani<sup>g)</sup>, qui Bacchum a Neapolitanis forma taurina, capite vero humano, adoratum scribit, nec desunt nummi in Magna Graecia atque Sicilia reperti, qui ejus verbis fidem faciant. Confusos fuisse hos deos jam antiquissimis temporibus ex fabulis mysterisque inter se collatis liquet. Notum est responsum oraculi Delphici apud Eusebium<sup>h)</sup>. Apollo nempe, cum ex eo quaereretur quis esset, respondit:

Ἕλιος, Ὠρος, Ὀσιρις, ἀναξ Διόνυσος, Ἀπόλλων  
ὠρῶν καὶ καιρῶν ταμίης, ἀνέμων τε καὶ ὄμβρων,  
ἡσὺς καὶ νυκτὸς πολυαστέρος ἠνία νωμῶν,  
ζαφλεγέων ἀστρῶν βασιλεὺς ἢ δ' ἀθάνατον πῦρ.

Satin' tibi videtur Pythia αἰγυπτίζειν? Sed videamus fabulam de Dionyso Cretico a Firmico enarratam<sup>i)</sup>, quam ad propositum meum multum conducere arbitror. *Liber Jovis fuit filius regis Cretici; hic cum fuisset adultera matre progenitus, nutriebatur apud patrem studiosius, quam decebat. Uxor Jovis, cui Junoni fuit nomen, novercalis animi furore commota, ad necem infantis omnifariam parabat insidias. Proficiscens peregre pater, quia indignationes tacitas sentiebat uxoris, idoneis custodibus tutelam credidit filii. Tunc Juno opportunum insidiarum tempus nacta et ex hoc fortius instumata, quia proficiscens pater et solium regni puero tradiderat et sceptrum, custodes primum muneribus corrupit, deinde satellites suos, qui Titanes voca-*

a) Ecl. VI. 60.

b) 11, 8.

c) Georg. 1, 14.

d) Cf. Welck. o. c. 1, 454.

e) De Iside et Osir. c. 35.

f) Quo pertinet et illud Nonni de dilaceratione Dionysi a Titanibus (Expos. in Gregor. Or. IV, 530): Καὶ ψυχῆς προμάχιζεν ἕως. ζηλήμονι λαοῦ Τρηγαλέον μύκημά δι' ἡέρος ἔβρεμεν Ἴρη. Καὶ θρασὺς ἔκλασε ταῦρος, ἀμοιβαίῳ δὲ φονῆς Ταυροφυῆ Διόνυσον ἐμιστυλλοντο μαχάριη.

g) Sat. 1, 88.

h) Euseb. Pr. III, 15, 125. D.

i) Astronom. Aglaoph. 1, 570.

bantur, in interioribus regiae locat partibus et crepundiis ac speculo affabre facto animos ita pueriles allexit, ut desertis regis sedibus ad insidiarum locum duceretur. Hic interceptus trucidatur . . . membra conscissa satellitum sibi dividit turba. Tunc — decocta pueri membra consumunt; cor divisum sibi soror servat, cui Minerva fuit nomen — Haec reverso Jovi ordinem facinoris exponit; tunc pater — Titanes necat; et quia dolor ex orbitate veniens nullis solatiis mitigabatur, imaginem ejus ex gypso plastico opere perfecit et cor, ex quo facinus sorore deferente delectum, in ea parte plastae collocant, quae pectoris fuerant lineamenta formata. Cretenses ut furentis tyranni saevitiam mitigarent, festos funebres dies statuunt et annuum sacrum trieterica consecratione componunt, omnia per ordinem facientes, quae puer moriens aut fecit aut passus est, vivum laniant dentibus taurum et per secreta silvarum dissonis clamoribus ejulantes fingunt animi furentis insaniam. Praefertur cista, in qua cor soror abscondiderat; tiliarum cantu et cymbalorum tinnitu crepundia, quibus puer deceptus fuerat, mentiuntur. Ceteras fabulas huc spectantes vide apud Lobeckium, qui eas e sacris Phrygiis derivatas esse Clementis loco demonstrat<sup>a)</sup>: Διόνυσον Μαινόλην ὀργιάζουσι Βάκχοι, ὠμοφαγία τὴν ἱερομανίαν ἄγοντες, καὶ τελίσκουσι τὰς κρεωνομίας τῶν φόνων ἐστεμμένοι τοῖς ὕψεσιν, ὀλολύζοντες Εὐάν — Δηῶ δὲ καὶ Κόρη δρᾶμα ἤδη ἐγένεσθην μυστικόν, καὶ τὴν πλάνην καὶ τὴν ἀρπαγὴν αὐταῖν "Ἐλευσις δαδουγεῖ — "Ολοῖτο οὖν ὁ τῆςδε ἀρξας τῆς ἀπάτης, εἴτε Δάρδανος ὁ Μητρὸς θεῶν καταδείξας τὰ μυστήρια, εἴτε Ἡετίων ὁ τὰ Σαμοθράκια ὄργια καὶ τελετὰς ὑποστηράμενος, εἴτε ὁ Φρύξ ἐκεῖνος ὁ Μίδας, ὁ παρὰ τοῦ Ὀδρύσου μαθὼν — Δηοῦς μυστήρια καὶ (pro quo Lobeckius legendum putat αἰ) Διὸς πρὸς μητέρα Δήμητρα ἀφροδίσιο συμπλοκαὶ καὶ μῆνης τῆς Δηοῦς, ἧς δὴ χάριν Βριμῶ προσαγορευθῆναι λέγεται — ἱκετηρία Διὸς καὶ πόμα γολῆς καὶ καρδιουλίαι καὶ ἀρρητουργίαι. Ταῦτα οἱ Φρύγες τελίσκουσιν "Ἀττιδι καὶ Κυβέλη καὶ Κορύβασι — Τεθρυλλήκασι δὲ, ὡς ἄρα ἀποσπάσας ὁ Ζεὺς τοῦ χριστοῦ τοὺς διδύμους ἐν μέσοις ἔρριψε τοῖς κόλποις τῆς Δηοῦς, τιμωρίαν ψευδῆ τῆς βιαίας συμπλοκῆς ἐκτινύων, ὡς ἑαυτὸν δῆθεν ἐκτεμών. — Κύει μὲν ἡ Δημήτηρ, ἀνατρέφεται δὲ ἡ Κόρη, μίγνυται δ' αὐθις ὁ γεννήσας τῇ Φερέφραττη δράκων γενόμενος. Σαβαζίων γοῦν μυστηρίων σύμβολον ὁ διὰ κόλπου θεὸς δράκων δ' ἐστὶν οὗτος διελόχμενος τοῦ κόλπου τῶν τελουμένων. Κύει καὶ ἡ Φερέφραττα παῖδα ταυρόμορφον; ἀμέλει φησὶ τις ποιητῆς εἰδωλικός „Ταῦρος δράκοντος καὶ δράκων ταύρου πατὴρ, ἐν ὄρει<sup>b)</sup> τὸ κρύφιον βουκόλος τὸ κέντρον.“

§ 12. Ex quo colligimus fabulas istas cum Rheae seu Cybeles Sabaziique superstitione in Cretam penetrasse, quibuscum si contulerimus fabulam de Minoe ejusque uxore Pasiphae supra relatam, atque in me-

a) ib. p. 587.

b) pro ἐν ὄρει τὸ Lobeckius proponit ἐνερεῖδει.

moriam reduxerimus, quanta Apollini cum Corybantibus<sup>a)</sup> fuerit necessitudo, non amplius ambigi poterit de cultus Apollinis in Creta antiquitate, simulque apparebit nec illum initio a cultu Dionysi diversum fuisse, nec temere ab eodem divellendum. Ut ita prorsus existimem cogunt me, quae de Apollinis natura chthonia in superioribus retuli, quae quin communis ei fuerit cum Dionyso chthonio nequaquam negari potest. Neque obstat, quod Elidenses in mysticis doctrinis id discriminis inter utrumque deum statuerint, ut Apollinem Solem esse in hemisphaerio diei, Dionysum autem in hemisphaerio noctis perhibuerint<sup>b)</sup>, nam hoc manifesto serioris temporis commentum est, ab unius dei natura duplici profectum. Quandoquidem et Phryges credidisse constat Dionysum per hiemem somno sopitum aestate expergefieri, atque dei tum somnum, tum expergefactionem sacris orgiasticis celebrasse, et Paphlagonēs affirmasse illum, tempore hiberno vintum et inclusum, veris adventu vinculis suis solvi<sup>c)</sup>. Quid, quod Apollinem hunc chthonium Λύκειον fuisse certa indicia habemus? Succurrit nota de Lyco Pandionis filio fabula, qui Magnarum dearum mysteria Thebis, Athenis et Messenae ordinasse dicitur, Cabirorumque initia Thebis instituisse<sup>d)</sup>. Hic Lycomedea quoque carmina, quae in hisce mysteriis canebantur composuisse videtur<sup>e)</sup>, atque cum diu, imperio cum fratribus Aegeo, Niso et Pallante diviso, regnasset, ab Aegeo tandem expulsus, in Asiam ad Termilorum gentem fugit, eorumque regioni Lyciae nomen dedit<sup>f)</sup>. De Termilis ex Herodoto notum est eos ex Creta cum Sarpedone Minois fratre in Milyorum regionem, quae postea Lycia dicta est venisse<sup>g)</sup>. Hinc Lycios Cretensium consanguineos vocat Pausanias<sup>h)</sup>. Accedit testimonium Diodori, qui Lycum hunc unum Telchinorum fuisse ait (at Telchini Cretici notissimi), eumque ante diluvium in Lycia sedes occupasse atque ibi templum Apollinis Lycii celeberrimum aedificasse<sup>i)</sup>. An non aperte ista indi-

a) Corybantis filium a nonnullis vocatum esse supra vidimus. Alii contra Corybantes ipsos ab eo natos esse prodidere, ut Pherecydes: ἐξ Ἀπόλλωνος καὶ Ρυτίας Κυρόβαντας ἐνεία (Fr. XXXI, 152). Quare et Scholiastes Lycophr. Curetes, quos cum Corybantibus confundi constat, filios Apollinis et Danaidis nymphae Creticae fuisse asserit (Schol. Lyc. 77). Quo pertinet glossa Gr. Lat. Κούρητες οἱ περὶ τὸν Παιῶνα, indigetes, Corybantes (Lobeck. Agl. II, 1116); tum locus Strabonis de Praesiis, περιβεντίβους ὡς εἶεν Κορύβαντες δαίμονες τιναί, Ἀθηναῖς καὶ Ἑλλοῦ παῖδες. Strabo p. 202. Quibus adde Juliani verba (Or. V. 166). Κορύβας ὁ μέγας ἥλιος ὁ σύνθετος τῇ Μητρὶ.

b) Macr. Sat. 1, 18.

c) Plut. de Is. et Os. 69.

d) Paus. IV, 1, 2.

e) Paus. IV, 1, 7. Cf. Menander de Enc. II, 30.

f) Apollod. III, 15, 6. Herod. 1, 173. Paus. 1, 19. Strabo XII, p. 858, 983.

g) Herod. 1, 173. VII, 92.

h) Paus. VII, 3, 7.

i) Diod. V, 56. Serioris notae videtur esse fabula, quae antiquissimis temporibus in Argolide, ubi Λυκεῖον praeceptuos honores fuisse scimus, circumferebatur, de Cyclopius Lyciis, quorum opera Proetus arcem Tiryinthiam aedificavit, cum a fratre Acrisio expulsus,

cant tum Apollinis Lycii cum Cybeles religionibus conjunctionem tum ipsius cultus Creticam originem? Ceterum nolim praetermissum et illum ex fabula de Lyco Pandionis filio modo memorata involutum sensum extricari posse, ut varios cultus, qui eodem tempore Athenis viguere, nominibus ipsis denotari credamus. Certe non aliter intelligendam arbitror regni inter quatuor fratres Lycum, Aegeum, Nisum et Pallantem divisionem, nisi de religionibus Apollinis Lycii. Carnei (καρανά τὴν αἶγα Κρήτες Hesych.) Dionysi (Νῆσα, Νῦσα, Cf. Il. B. 508, Hyg. 131, 167, 179, Dionysi sedes, unde ipse Nysens Metam. IV, 13) et Palladis accipiantur. De Lyco quidem constat illum Apollinis Lycii templum Athenis condidisse, quod postea Lyceum dictum est, juxta posita lupi effigie insignitum<sup>a)</sup>. Monumentum vero Nisi sepulcrum visebatur adhuc Pausaniae tempore pone Lyceum, quae res de cultus Apollinis Lycii et Dionysi communione cogitare nos cogit, cum sciamus Delphis etiam juxta Apollinis templum Dionysi sepulcrum fuisse<sup>b)</sup>.

§ 13. Quibus expositis, res postulat, ut ad Delphos paululum devertamus, quo Apollinis Lycii<sup>c)</sup> cum Dionyso necessitudo demonstretur. Veterem fuisse apud Delphos Dionysi religionem credidit ipsa antiquitas. Cujus rei argumentum ex solempni Pythiae precatione in Aeschyli Eumenidibus affert Lobeck<sup>d)</sup>.

Βρόμιος δ' ἔχει τὸν χάρον, οὐδ' ἀμνημονῶ,  
Ἐξ οὐτε Βάκχαις ἔστρατήγησεν θεός.

Quin etiam fuere, qui Oraculum Delphicum ante Pythonem tenuisse Dionysum dixerint<sup>e)</sup>. Mysteriorum quoque Bacchicorum, quae in Apollinis Delphici templo fieri solebant, haud spernendi testes extant<sup>f)</sup>, a quibus comperimus, Thyiades dei mortem et in Orcum descensum, ejusdemque ad vitam reditum statis temporibus sacris caerimoniis celebrasse, id quod apud Phryges etiam et Cretenses usu venisse proditum. Ad caerimonias istas tauri quoque dilacerationem pertinuisse ex Cassandrae vaticinatione colligimus<sup>g)</sup>:

ὦ ποτ' ἐν μυχοῖς  
Δελφινίου παρ' ἀντρα κερδῶου θεοῦ  
τάυρω κρυφίας χέρνιβος κατάρζεται.

Lyciorum regis Amphianactis auxilio, cujus filiam Antheam uxorem duxerat, in Argolidem revertisset. Paus. II, 25. Schol. Or. Eurip. 936. Idem statuendum de fabula de Oleno Lyco, quem Lycomediorum carminum auctorem fuisse quidam prodidere.

- a) Paus. I, 19, 8.  
b) Joan. Malela Chron. II, p. 17. Cedren. Comp. T. I, p. 24.  
c) Apollinis Lycii apud Delphos cultum de lupis fabulae, quas in superioribus attuli, luporumque consecratio attestatur.  
d) Agl. I, 617.  
e) Arg. Pind. Pyth.  
f) Cf. Lobeck. Agl. 1, 618; Welck. o. c. 1, 430.  
g) Lyc. v. 206. Agl. 1, 618.

Hinc et quatuor menses hiberni Dionyso apud Delphos erant consecrati<sup>a)</sup>. Adde, quod plerique fabulabantur Dionysum Delphis mortuum et sepultum fuisse sepulcrumque dei juxta Apollinem aureum visentibus ostendebatur<sup>b)</sup>. Quin adeo communis Apollini et Dionyso apud Delphos vis naturaque putabatur, ut hos deos plane confunderent, Dionysumque Apollinis nomine indigetarent<sup>c)</sup>, idquod et alias saepius factum esse scimus. Ita enim Rhodii Apollinem, Solem et Dionysum eosdem deos esse credebant<sup>d)</sup> atque in eorum nummis Solem radiatum hedera coronatum videre est<sup>e)</sup> quemadmodum in nummis Mytilenaeis Solem cum Dionyso invenimus. Non secus apud Elidenses Sol idem putabatur esse qui Dionysus<sup>f)</sup>. Adjice nunc testimonium Macrobi<sup>g)</sup>, qui ut Apollinem et Liberum unum eundemque deum esse demonstrat, Aeschyli versum ascribit: Ὡ Κισσεὺς Ἀπολλων Ἀβαῖος<sup>h)</sup> ὁ μάντις, et Euripidis: Δέσποτα φιλόδαφνε Βάκχε, Παιὰν Ἀπολλων εὐλυρε, unde videmus singula unicuique deo propria cognomenta promiscue illis a poetis adjungi; nam Apollini per excellentiam laurus, Dionyso autem hedera sacra fuit. Neque haec tantum communia utrique deo fuere, sed et tripus, lyra, tibia, σύριγξ, cerva, serpens inter adjuncta eorum saepius inveniuntur<sup>i)</sup>. Quam horum deorum cognationem necessitudinemque monumenta etiam declarant. Quo pertinet pictura in cratere pulcherrimo, anno 1860, Panticapaei, in tumulo sepulcrali, reperto, a Cl. V. L. Stephani illustrata<sup>k)</sup>, Apollinem et Dionysum exhibens junctis dextris juxta palmae arborem stantes, comitantibus Silenis et Thyiadibus vel Maenadibus. Ex umbilico et tripode, qui ibi cernuntur, manifestum est rem Delphis agi. Picturae sensum ita explicat Stephani, ut ad Paridem, qui in altero crateris latere expressus est, notam illam litem inter tres deas dirimentem, referat et sententiam ab eo latam ab utroque deo confirmari censeat. Aliter L. Weniger<sup>l)</sup>, qui pictorem fabulam de Apollinis ad Hyperboreos tempore hiberno discessu, deque ejusdem aestate reditu in animo habuisse vult, quae sententia magis arridet. Id certum esse videtur cultus utriusque dei communionem hac pictura significari. Idem indicant vasa, quorum ex altera parte Apollo, ex altera Dionysus, cum suo quisque comitatu picti

- a) Plut de El 9.  
b) Joan. Malela Chr. II, p. 17. Cedren. Comp. T. 1. p. 24.  
c) Menander, Rhet. IX, p. 329. Δελφοὶ δὲ διπλῆ προσηγορίᾳ τιμῶσαν, Ἀπόλλωνα καὶ Διόνυσον λέγοντες.  
d) Dio Rhod. p. 570.  
e) Welck. o. c. 1, 411.  
f) Etym. M. s. v. Διόνυσος.  
g) Macr. S. 1, 18.  
h) Ita legendum putat Lobeck pro Καβαῖος. Not. de Ajax. p. 332.  
i) Stephani. Отчетъ Имп. арх. комм. за 1866. г. p. 56.  
k) In opere citato.  
l) Archäologische Zeit. Jahrg. XXIV, № 211, p. 191. Berl. 1866.

cernuntur<sup>a)</sup>. Id dicendum etiam de sculpturis, quibus duae frontes templi Delphici, ut tradit Pausanias<sup>b)</sup>, erant ornatae, altera Apollinem, altera Dionysum cum suis comitibus exhibente. Sed de his hactenus; non enim pluribus argumentis res eget, ut Apollinis Lycii cum Dionyso necessitudo perspicui possit.

§ 14. Nihil itaque mirum, si cum Apollinis religionibus antiquissimis, quas cum Panos Lycaei cultu in Arcadiam illatas fuisse supra docui, fabulis etiam de Dionyso in illam regionem apertus est introitus. Id quod revera accidisse perspicuum est ac ultro sese offert fabulam de Lycaone quamvis leviter examinantibus. Quid enim est aliud Lycaon, Titanis filius, qui Jovi apud se hospitanti infantis mactati exta apposuisse fingitur, nisi ipse Titan personata facie? Quid ejus filii, qui, ut alii narrant, cum cruentas epulas Jovi instruxissent, pro talibus ausis fulminibus Jovis enecti sunt, nisi Titanes, quos Dionysum discerpisse vidimus, membraque pueri decocta comedis, et ipsi fulminibus Jovis interempti. Ne illud quidem obscurum est, cur Lycaonis filii majoris natu fratris Maenali suasu tantum facinus perpetrasse dicantur, si cogitamus Maenalam a verbo *μαίνομαι*, *furere* derivatum esse, unde *μαινόλης furibundus, furens*, quod Dionysi etiam cognomentum est, et *Μαινάδες*, mulieres Bacchi furore percitae orgiaque ejus celebrantes. Hinc et mons Maenalius in Arcadia, et urbs Maenalus, regioque Maenalia<sup>c)</sup> cultum Dionysi in Arcadia late fuisse propagatum declarant. Quocirca et barbara illa sacra a Lycaone Jovi Lycaeo instituta ex eodem cultu pullulasse facile colligitur. Constat enim morem hominibus Dionyso litandi in plerisque Graeciae locis antiquitus obtinuisse. Sic in insula Chio, ubi Dionyso Crudivoro (*Ὀμνάδιος*, alias *Ὀμηστής*, *Ὀμοφάγος*) sacra homine fiebant, quem sacrificuli in partes discerpebant<sup>d)</sup>, in memoriam Dionysi a Titanibus discerpti. Idem mos Lesbiiis fuit, ut docent Anticlides et Dosiadas<sup>e)</sup>. Potniis item in Boeotia, ubi olim sacerdotem ipsum rem divinam Baccho facientem occisum fuisse narrat Pausanias, mox oraculi Delphici monitu puerum sacrificari solitum, ad postremum vero capellam<sup>f)</sup>. Sed plus ad rem nostram faciunt quae de sacrificiis, quae in insula Tenedo fieri solebant, apud Aelianum scripta sunt<sup>g)</sup>. Τενέδιοι δὲ τῶ πάλαι ἀν ἀρίστην Διονύσω ἔτρεφον κύουσαν βοῦν, τεκοῦσαν δὲ ἄρα αὐτὴν οἰαδῆπου λεχῶ θεραπεύουσι. τὸ δὲ ἀρτιγενὲς βρέφος καταθύ-

a) Stephani ib. p. 61.

b) Paus. X, 19, 4.

c) Paus. VIII, 36, 7 et 8. VIII, 3, 4. VIII, 36, 8. III, 2, 7. VI, 7, 9.

d) Porph. Abst. 2, 55. Eus. Pr. ev. IV, 16.

e) Clem. Protr. 3, p. 36. Porph. Abst. 2, 25. Cyrill. c. Tull. 1, 4, p. 128. Cf. Welck. 1, 444.

f) Paus. IX, 8, 2.

g) Ael. H. A. XII, 44.

ουσιν, ὑποδήσαντες κοθόρνους ὄγε μὴν πατάξας αὐτὸ τῶ πελέκει λίθοις βάλλεται τῇ ὀσίᾳ, καὶ ἔστε ἐπὶ τὴν θάλατταν φεύγει. Ex quo colligimus fabulam de sacerdotum in lupos mutatione ex ritu sacro hic memorato, sacerdotum scilicet sacra peragentium persecutione, cujus et alibi mentio fit, profectam esse. Jam et monumentum illud Megalopolitanum, quod Jovem recens natum Apollinemque cithara canentem repraesentare supra vidimus, nescio an ex fabula de Dionyso-Zagreio lucem accipiat, quem infantem Jupiter, ne Junonis circumiretur insidiis, Apollinis Corybantumque custodiae tutelaeque commisit<sup>a)</sup>. Patet enim hic Jovem cum Dionyso Arcades confudisse. Huc tandem referenda est vis ac proprietas Jovis Lycaei, quam ad nubes cogendas Arcades pertinere crediderunt. Neque enim dubitari potest, quin illa in Jovem derivata fuerit a Dionyso, qui Ὕτης, Ὑεύς (Pluvius) saepius dicitur, nutricesque ejus Ὑάδες, et mater Semele eademque Ὑία, quorum nominum ratio in Sabazii cultu quaerenda est, quandoquidem et ipsum Pluvium dictum esse scimus<sup>b)</sup>.

§ 15. Cum igitur inter Jovem Lycaeum et Apollinem Lycium seu Dionysum chthonium summae conjunctionis vinculum intercedat in Asiaticis religionibus quaerendum, illud datum mihi iri spero et nominis Λυκαίου rationem et fabularum de lupis originem et vim naturamque dei antiquissimam a cultu chthonio esse repetendas. Nec profecto quis rem secus sese habere sibi persuaserit, si lupi symbolicam significationem, quam supra illustravi, tenere fabulasque veterum altius excutere voluerit. Jam quantum ad istas opiniones Aegyptiorum superstitio momentum attulerit, paucis dicendum est, ut communis erroris fons cognosci possit. Aegyptiorum de lupis commenta vidimus; restat ut eorum deum Osirin cum Dionyso Graecorum componamus, quibus utrisque communem vim fuisse colligitur in tantum, ut alter ad formam similitudinemque alterius expressus esse videatur. De utriusque sane cum natalibus, tum vita, tum morte eadem fere, si varia additamenta differentiasque ex locorum, temporum morumque diversitate ortas, omittimus, fabulantur veteres. Ambo Jove nati esse dicuntur, plurimaque beneficia in genus humanum contulisse, cum et agrorum culturam et vitium serendarum rationem vinique usum mortales docuissent. Uterque item, ut homines ab agresti vita ad cultum humaniorem deduceret, collecto exercitu, varias peragravit terras easque debellavit. Uterque tandem eodem modo e vita excessit, nam Osiris a Typhone dilaniatus, Dionysus a Titanibus discerptus periisse fertur. De Dionysi taurina specie, Osiridisque symbolo tauro in superioribus dictum est. Sed magis etiam horum deorum elucet similitudo ex utriusque vi ac potestate,

a) Proculus Alcib. p. 83. Idem in Theolog. V. 35; 322.

b) Lobeck Agl. 1, 647. II, 1046.

quam ad solem annique vices pertinuisse constat<sup>a)</sup>. Quemadmodum enim Aegyptii Osiridis morte extinctam solis vim rerumque naturam emortuam significabant atque in mysteriis lugentes corpus dei quaerebant, quo invento solis conversionem (Copernici pace istoc verbo uti liceat) ac velut ad vitam reditum exprimerent, ita et Graeci, cum Dionysum a Titanibus laceratum fingerent ejusque in Orcum ἀναγωγὴν et ἀνάκλησιν celebrarent<sup>b)</sup>, ad solem ista referebant. Nam Phryges etiam eodem sensu Dionysum per hiemem somno sopitum aestate expergefieri ajebant, ut a me supra dictum est. Hinc et illa utriusque dei vis explicanda, quae iis chthoniorum deorum notam proprietatemque impressit. Facile enim factum est, ut homines agrestes mortis, quae in rerum natura observatur, similitudinem cum humana morte secuti ista proprietate deos hos signaverint. Quae fuit causa, cur Osiris in inferis regnare atque mortuorum umbras judicare crederetur, non secus ac Dionysus, qui Χθόνιος et Ἰσοδαίτης a veteribus appellatus est, quod nomen Plutonem significare ait Plutarchus, vel, ut in Anecdotis Bekkeri legimus, solem unicuique aequaliter mortem distribuentem. Hinc lucem accipere puto versum oraculi, supra a me citatum, quo Apollinis responsum quibusdam de ejus potestate sciscitantibus editum continetur:

Ἥλιος, Ὀρος, Ὀσιρις, ἀναξ Διόνυσος, Ἀπόλλων  
ὠρῶν καὶ καιρῶν ταμίης, ἀνέμων τε καὶ ὄμβρων,  
ἡοῦς καὶ νυκτὸς πολυαστέρος ἠνία νωμῶν,  
ζαφλεγέων ἀστρων βασιλεὺς ἡδ' ἀθάνατον πῦρ.

His finitima sunt, quae apud Martianum Capellam leguntur<sup>c)</sup>:

Solem te Latium vocat  
Te Serapim Nilus, Memphis veneratur Osirin,  
Dissona sacra Mitram, Ditemque ferumque Typhonem  
Atys pulcher item, curvi et puer almus aratri,  
Ammon et arentis Libyes et Byblius Adon.

Nec obscura indicia sunt tum de inferis fabulas, tum mysteria Cereris Liberique, quos inferorum deos esse Graeci crediderunt<sup>d)</sup>, originem ab Aegyptiis traxisse. Quo quidem pertinet testimonium Diodori<sup>e)</sup>: Ὀρφέα φασὶ τῶν μυστικῶν τελετῶν τὰ πλεῖστα καὶ τὰ περὶ τὴν ἑαυτοῦ πλάνην ὀργιαζόμενα, καὶ τὴν τῶν ἐν ἄδου μυθοποιῶν ἀπενέγκασθαι. Τὴν μὲν γὰρ Ὀσίριδος τελετὴν τῆ Διονύσου τὴν αὐτὴν εἶναι, τὴν δὲ τῆς Ἰσιδος τῆ τῆς Δήμητρος ὁμοιότητην ὑπάρχειν, τῶν ὀνομάτων μόνον ἐνηλλαγμένων· τὰς δὲ τῶν ἀσεβῶν ἐν ἄδου τιμωρίας, καὶ τοὺς τῶν εὐσεβῶν λειμῶνας καὶ τὰς παρὰ τοῖς

a) Cf. Creuzer Symbolik. Heffter die Religion der Gr. und Röm. Brandenb. 1848.  
b) Plut. Qu. Rom. XII, 383. Cf. Hymn. Orph. in Semelen XL, IV.  
c) Lib. II, p. 43.  
d) Artemidor. II, 35. Cf. Lobeck Agl. 1, 241.  
e) Diod. 1, 96.

πολλοῖς εἰδωλοποιίας ἀναπεπλασμένας παρεισαγαγεῖν, μιμησάμενον τὰ περὶ τὰς ταφάς, τὰς κατ' Αἴγυπτον. Τὸν μὲν γὰρ ψυχοπομπὸν Ἑρμῆν κατὰ τὸ παλαιὸν νόμιμον παρ' Αἰγυπτίους, ἀναγαγόντα τοῦ Ἄπιδος τὸ σῶμα μέχρι τινός, παραδιδόναι τῷ περικειμένῳ τὴν τοῦ Κερβέρου προτομὴν<sup>a)</sup>. Et alio loco<sup>b)</sup> ubi ex Aegyptiorum sacerdotum opinione de phalli apud Graecos cultu tradit: τοὺς Ἕλληνας (φασὶ), ἐξ Αἰγύπτου παρὲιληφότας τὰ περὶ τοὺς ὀργιασμοὺς καὶ τὰς Διονυσιακὰς ἐορτάς, τιμᾶν τοῦτο τὸ μῦθον ἐν τε τοῖς μυστηρίοις καὶ ταῖς τοῦ θεοῦ τούτου τελεταῖς τε καὶ θυσίαις. Idem colligimus ex Eusebio<sup>c)</sup>: φασὶ πρῶτον Ὀρφέα μεταστησάμενον τὰ παρ' Αἰγυπτίων Ἑλλησι παραδοῦναι μυστήρια. Fidem facere his possunt monumenta Graecorum prisca, quorum meminit Pausanias. Narrat is de signo ligneo antiquissimo apud Argivos, in templo Apollinis Lycii celeberrimo, a Danao Aegyptio olim dedicato, additque in Graecia temporibus priscis signa omnia e ligno fuisse, praesertim vero ab Aegyptiis fabricata<sup>d)</sup>. Apud eundem legimus Megaris, in Apollinis aede, quae ab Adriano fuit restituta, Apollinis Pythii et Decumani simulacra ad Aegyptiorum signorum similitudinem fuisse elaborata<sup>e)</sup>. Idem in Herculis templo apud Erythraeos, ob vetustatem suam spectando, signum dei memorat, quod neque cum Aegineticis, neque cum Atticis antiquissimis similitudinem habere censet, sed si ullum aliud, prorsus Aegyptium esse ait<sup>f)</sup>. Accedit Apollinis Pythii in Samo insula simulacrum, cujus dimidiam partem in longitudinem Telecles Samius in patria sua, dimidiam alteram Theodorus Ephesi fabricasse dicitur, uterque Aegyptiorum artem imitatus, partium proportione servata in tantum, ut altera alteri appositae atque adaptatae mirum in modum inter se congruerent, atque ab uno artifice factae esse viderentur. Simulacrum illud exemplo institutoque Aegyptiorum exporrectis manibus cruribusque divaricatis illos fecisse Diodorus auctor est<sup>g)</sup>: Τὸ δ' ἐν τῇ Σάμῳ ξόανον, συμφώνως τῆ τῶν Αἰγυπτίων φιλοτεχνία, κατὰ τὴν κορυφὴν διχοτομούμενον, διορίζειν τοῦ ζώου τὸ μέσον μέχρι τῶν αἰδοίων, ἰσάζον ὁμοίως ἑαυτῷ πάντοθεν· εἶναι δ' αὐτὸ λέγουσι κατὰ τὸ πλεῖστον παρεμφερές τοῖς Αἰγυπτίοις, ὡς ἂν τὰς μὲν χεῖρας ἔχον παρατεταμένας, τὰ δὲ σκέλη διαβεβηκότα. Obiiter advertendum Apollinis Lycii et Pythii, quem eundem Lycium fuisse

a) Cf. Diod. 1, 22.

b) Diod. 1, 23.

c) Euseb. Praep. Ev. 1, 6, 17.

d) Paus. II, 19 3. Ἀργείοις δὲ τῶν ἐν τῇ πόλει τῶ ἀπιφανέστατον ἐστὶν Ἀπόλλωνος ἱερὸν Λυκείου. Τὸ μὲν οὖν ἄγαλμα τὸ ἐφ' ἡμῶν Ἀττάλου ποίημα ἦν Ἀθηναίου, τὸ δὲ ἐξ ἀρχῆς Δαναοῦ καὶ ὁ ναὸς καὶ τὸ ξόανον ἀνάθημα ἦν· ξόανα γὰρ δὴ τότε εἶναι πείθεται πάντα, καὶ μάλιστα τὰ Αἰγύπτου.

e) Paus. 1, 42, 5.

f) Paus. VII, 5, 5. Τὸ δὲ ἄγαλμα οὔτε τοῖς καλουμένοις Αἰγυπτίοις οὔτε τῶν Ἀττικῶν τοῖς ἀρχαιότατοις ἐμφερές, εἰ δὲ τι καὶ ἄλλο ἀκριβῶς ἐστὶν Αἰγύπτου.

g) Diod. 1, 98.

in superioribus docui, simulacra hic memorari, unde horum deorum cum Aegypto conjunctio elucet. Quae cum ita sint, non amplius dubitandum esse arbitror nec de symbolica luporum significatione, quos in fabulis monumentisque Aegyptiorum sepulcralibus reperiri vidimus, nec de cognomento Jovi, Apollini et Pani indito, quorum religiones arctissime inter se atque cum Dionysi et Osiridis cultu conjunctas esse satis mihi demonstrasse videor. Atque hoc propositum meum fuit, quod quomodo executus sim, Viri Docti sine offensa et sine gratia judicent.

*[Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page.]*

*[Large diagonal watermark text:]* НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА

ИЗСЛѢДОВАНІЕ НАИБОЛЬШИХЪ И НАИМЕНЬШИХЪ ЗНАЧЕНІЙ  
ОПРЕДѢЛЕННЫХЪ МНОГОКРАТНЫХЪ ИНТЕГРАЛОВЪ.

§ 1.

Въ теоріи наибольшихъ и наименьшихъ значеній определенныхъ интеграловъ, за окончательнымъ рѣшеніемъ вопроса объ отысканіи тѣхъ дифференціальныхъ уравненій, которыя, происходя отъ приравниванія нулю первой вариации определенного интеграла, служатъ къ опредѣленію неизвѣстныхъ функций, обращающихъ интегралъ въ максимумъ или минимумъ, — слѣдовалъ вопросъ объ отысканіи тѣхъ условий, при которыхъ вторая вариация определенного интеграла будетъ положительною въ случаѣ минимумъ и отрицательною въ случаѣ максимумъ. Лежандръ — первый занимался этимъ вопросомъ \*) и предложилъ свой способъ для простыхъ интеграловъ. Но способъ Лежандра, кромѣ рѣшенія тѣхъ дифференціальныхъ уравненій, которыя служатъ къ опредѣленію неизвѣстныхъ функций, обращающихъ интегралъ въ максимумъ или минимумъ, требуетъ рѣшенія еще новыхъ дифференціальныхъ уравненій, и притомъ не линейныхъ. Отысканіе рѣшенія этихъ дифференціальныхъ уравненій, чрезъ приведеніе ихъ къ линейнымъ, привело Кёнигсбергскаго Геометра Якоби, къ открытію способа, который былъ обнародованъ самимъ Якоби въ 1837 году въ XVII томѣ математическаго журнала Креля — безъ доказательства и который служитъ къ различенію максимумъ и минимумъ простыхъ интеграловъ въ томъ только случаѣ, когда подынтегральная функция содержитъ одну только неизвѣстную функцию, обращающую интегралъ въ максимумъ или минимумъ. Найденное нашимъ математикомъ Соколовымъ въ томъ-же 1837 году, доказательство способа Якоби послужило предметомъ его диссертация, защищенной имъ въ 1839 году въ Ст.-Петербургскомъ университетѣ на степень доктора математическихъ наукъ,

\*) Legendre. Sur la manière de distinguer les maxima des minima dans le calcul des variations. Mémoire de l'Académie des sciences 1786, p. 7.

но въ печати доказательство Соколова появилось только въ 1842 году, въ особомъ сочиненіи, подъ заглавіемъ: *Разсужденіе о нѣкоторыхъ предметахъ, относящихся къ вариационному исчисленію*. Въ 1841 году Бертраиъ въ 28 тетради журнала Политехнической школы, Делоне и Лебекъ, въ VI томѣ математическаго журнала Лувилля, а послѣ и другіе доказали способъ Якоби, ограничиваясь случаемъ одной только неизвѣстной функціи, т. е. тѣмъ случаемъ, къ которому собственно и относится способъ Якоби.

Распространеніе способа Якоби на самый общій случай простыхъ интеграловъ, т. е. когда подынтегральная функція простаго интеграла содержитъ въ себѣ, не только порядокъ производныхъ неизвѣстныхъ функцій—какой угодно, но и число этихъ послѣднихъ также произвольное, — сдѣлано въ первый разъ нашимъ математикомъ Соколовымъ въ томъ-же самомъ его сочиненіи, которое было нами вышеупомянуто; до 1842 года не было ни одного сочиненія, трактовавшаго о распространеніи способа Якоби на общій случай простыхъ интеграловъ.

Послѣ того, какъ способъ Якоби былъ доказанъ для простыхъ интеграловъ въ общемъ видѣ, — для окончательнаго рѣшенія вопроса объ отысканіи условій, при которыхъ вторая вариация опредѣленнаго интеграла будетъ положительною въ случаѣ *minimum* и отрицательною въ случаѣ *maximum*, — оставалось только рѣшить такой вопросъ: распространяется ли способъ Якоби и на многократные интегралы и какимъ образомъ? Въ своемъ разсужденіи: объ условіяхъ, служащихъ къ отысканію и различенію *maximum* и *minimum* двойныхъ интеграловъ, мы сдѣлали распространеніе способа Якоби на двойной интегралъ, подынтегральная функція котораго содержитъ одну только неизвѣстную функцію и ея частныя производныя — только перваго порядка.

Предметъ предлагаемаго теперь разсужденія состоитъ въ томъ, чтобы показать, какъ способъ Якоби распространяется на многократный интегралъ, въ подынтегральную функцію котораго входятъ только перваго порядка частныя производныя неизвѣстныхъ функцій, число-же этихъ послѣднихъ — совершенно произвольное.

Пусть

$$W = \int V dx_1 \dots dx_n$$

будетъ такой опредѣленный многократный интегралъ, который распространяется на всѣ значенія переменныхъ независимыхъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , удовлетворяющія неравенству:

$$L < 0$$

гдѣ  $L$  есть данная функція отъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$

Если предѣлы интеграла  $W$  означимъ: верхніе чрезъ  $x_1'' x_2'' \dots x_n''$  и нижніе чрезъ  $x_1' x_2' \dots x_n'$  то можемъ сказать, что эти предѣльныя значенія  $x_1'' x_2'' \dots x_n''$  и  $x_1' x_2' \dots x_n'$ , найдутся изъ уравненія:

$$L = 0.$$

Кромѣ того, если интегрированіе совершается сперва по  $x_1$  потомъ по  $x_2 \dots$  и т. д., по  $x_1'' x_1'$  будутъ функціи отъ  $x_2 \dots x_n$ ,  $x_2'' x_2'$  — будутъ функціи отъ  $x_3 \dots x_n$  и т. д. Подынтегральная функція

$$(2) V = f(x_1, y_s, p_{s,i})$$

содержитъ въ себѣ какъ переменныя независимыя  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , такъ ихъ функціи  $y_1, y_2, \dots, y_s$  и частныя производныя сихъ послѣднихъ — только перваго порядка по каждой изъ переменныхъ независимыхъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$(3) p_{s,i} = \frac{dy_s}{dx_i}$$

Но прежде, нежели приступимъ къ рѣшенію занимающаго насъ вопроса: распространить способъ Якоби на многократный интегралъ  $W$ , мы выведемъ вариацию  $\delta W$  и тѣ уравненія, которыя, происходя отъ приравненія  $\delta W$  нулю, будутъ намъ нужны для нашего вопроса.

Какъ наибольшее, такъ и наименьшее значеніе опредѣленнаго многократнаго интеграла  $W$  между его данными предѣлами, опредѣляется функціями  $y_1, y_2, \dots, y_s$ ; каждаму значенію  $y_1, \dots, y_s$ , — будетъ отвѣчать соотвѣтствующее имъ значеніе интеграла  $W$ , такъ что вопросъ о *maximum* и *minimum* интеграла  $W$ , между его данными предѣлами, можетъ быть выраженъ такъ: найти такія  $y_1, y_2, \dots, y_s$ , при которыхъ интегралъ  $W$  имѣлъ-бы *maximum* или *minimum* между его данными предѣлами?

Чтобы рѣшить этотъ вопросъ, возьмемъ другой интегралъ

$$W_t = \int V_t dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

котораго предѣлы тѣ-же самыя, какъ и предѣлы интеграла  $W$ . Подынтегральная функція  $V_t$  относительно  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , ихъ функцій  $y_1, y_2, \dots, y_s$  и частныхъ производныхъ этихъ послѣднихъ по  $x_1, x_2, \dots, x_n$  имѣетъ точно такой-же составъ, какъ и подынтегральная функція  $V$  относительно  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , ихъ функцій  $y_1, y_2, \dots, y_s$  и частныхъ производныхъ этихъ послѣднихъ по  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Переменныя зависимыя  $y_1, y_2, \dots, y_s$  суть совершенно произвольныя функціи отъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  и произвольнаго постояннаго  $t$  — такія, что при  $t = t_0$  непрерывны и дѣлаются соотвѣтственно равными  $y_1, y_2, \dots, y_s$ , тѣмъ самымъ, которыя обращаютъ интегралъ  $W$  въ *maximum* или *minimum*.

Сообразно съ сказаннымъ свойствомъ интеграла  $W_t$ , онъ можетъ быть разсматриваемъ, какъ функция отъ  $t$ , и всѣ значенія  $W_t$ , при различныхъ величинахъ произвольной постоянной  $t$ , исчерпываютъ всѣ значенія, которыя будетъ принимать данный интегралъ  $W$ , когда въ него вмѣсто  $y_1 y_2 \dots y_s$  будемъ подставлять различныя функции отъ  $x_1 x_2 \dots x_i$ ; — такимъ образомъ вопросъ о наибольшемъ и наименьшемъ значеніяхъ интеграла  $W$  равнозначущъ съ слѣдующимъ: найти такое  $t$ , при которомъ  $W_t$ , какъ функция отъ  $t$ , имѣла-бы maximum или minimum? Пусть  $t_0$  — будетъ искомое значеніе  $t$ ; это значитъ, что при  $t = t_0$  функции  $Y_1 Y_2 \dots Y_s$  обращаются въ  $y_1 y_2 \dots y_s$ , — такія функции отъ  $x_1 x_2 \dots x_i$ , которыя даютъ интегралу  $W$  maximum или minimum. Но чтобы  $W_t$  при  $t = t_0$  имѣла-бы maximum или minimum, какъ извѣстно изъ дифференціального исчисления, необходимо, чтобы первая производная  $W_t$  по  $t$  равнялась-бы нулю; а вторая производная  $W_t$  по  $t$ , при томъ-же  $t_0$  значеніи  $t$  сохраняла-бы одинъ и тотъ-же знакъ, который и послужитъ къ различенію maximum и minimum интеграла  $W$ . Принимая во вниманіе все сказанное и имѣя въ виду опредѣленіе вариации по способу Эйлера, заключаемъ, что функции  $y_1 y_2 \dots y_s$ , обращающія интегралъ  $W$  въ maximum или minimum, найдутся изъ уравненій  $\delta W = 0$ , а знакъ  $\delta^2 W$  послужитъ къ различенію maximum и minimum интеграла  $W$ .

Вариация  $\delta W$ , по способу Эйлера, получится весьма просто; — стоитъ только взять производную  $W_t$  по  $t$

$$\frac{dW_t}{dt} = \int \frac{dV_t}{dt} dx_1 \dots dx_i$$

и въ этой производной положить  $t$  равнымъ  $t_0$ ; тогда при  $t = t_0$

$$\frac{dW_t}{dt} = \delta W, \quad V_t = V, \quad \frac{dV_t}{dt} = \delta V.$$

Вариация  $\delta V$  состоитъ изъ двухъ частей. Обѣ эти части происходятъ: — первая отъ приращенія  $\omega_s$  — усѣченной вариации  $y_s$ , вторая отъ приращенія  $\frac{d\omega_s}{dx_i}$ . Усѣченная вариация  $\omega_s$  — по способу Эйлера, получится, если возьмемъ производную  $Y_s$  по  $t$  и положимъ въ этой производной  $\frac{dY_s}{dt}$  произвольную постоянную  $t$  равную  $t_0$ .

Первая часть  $\delta V$  равна  $\sum_s N_s \omega_s$ , гдѣ

$$(4) N_s = \frac{dV}{dy_s}$$

Вторая часть  $\delta V$  равна  $\sum_s \sum_i P_{s,i} \frac{d\omega_s}{dx_i}$  гдѣ

$$(5) P_{s,i} = \frac{dV}{dp_{s,i}}$$

Такимъ образомъ

$$\delta V = \sum_s N_s \omega_s + \sum_s \sum_i P_{s,i} \frac{d\omega_s}{dx_i}$$

Вторая часть послѣдняго равенства обыкновенно обозначается чрезъ  $\Omega_1$ , — и мы введемъ это обозначеніе, какъ болѣе удобное; обозначимъ  $\delta V$  чрезъ  $\Omega_1$ , тогда

$$(6) \delta W = \int \Omega_1 dx_1 \dots dx_i$$

а

$$(7) \Omega_1 = \sum_s N_s \omega_s + \sum_s \sum_i P_{s,i} \frac{d\omega_s}{dx_i}$$

Выраженіе  $\Omega_1$  можетъ быть представлено такъ:

$$\Omega_1 = \sum_s \sum_i \frac{d(P_{s,i} \omega_s)}{dx_i} + \sum_s \left( N_s - \sum_i \frac{dP_{s,i}}{dx_i} \right) \omega_s \quad (8)$$

Сообразно съ этимъ

$$\delta W = \int \left[ \sum_s \sum_i \frac{d(P_{s,i} \omega_s)}{dx_i} \right] dx_1 \dots dx_i + \int \left[ \sum_s \left( N_s - \sum_i \frac{dP_{s,i}}{dx_i} \right) \omega_s \right] dx_1 \dots dx_i \quad (9)$$

Выведемъ теперь уравненія, вытекающія изъ приравниванія нулю двухъ интеграловъ второй части послѣдняго равенства.

Такъ какъ второй  $i$ -кратный интегралъ не можетъ быть сведень на  $(i-1)^k$ , и такъ какъ подынтегральная функция этого втораго интеграла содержитъ въ себѣ произвольнаго множителя  $\omega_s$ , то коэффициентъ при каждомъ  $\omega_s$  долженъ быть равенъ нулю; въ слѣдствіе чего мы будемъ имѣть слѣдующія  $s$  уравненій

$$N_1 - \sum_i \frac{dP_{1,i}}{dx_i} = 0 \quad N_2 - \sum_i \frac{dP_{2,i}}{dx_i} = 0 \quad \dots \quad N_s - \sum_i \frac{dP_{s,i}}{dx_i} = 0 \quad (10)$$

которыя распространяются на всѣ такія-же значенія  $x_1 x_2 \dots x_i$ , какъ и интегралъ  $W$ . Эти уравненія (10) суть дифференціальныя уравненія въ частныхъ производныхъ 2-го порядка, а потому каждая изъ функций  $y_1 y_2 \dots y_s$ , удовлетворяющихъ уравненіямъ (10) содержитъ въ себѣ, говоря вообще,  $2s$  произвольныхъ функций  $\xi_1 \xi_2 \dots \xi_{2s}$ .

Преобразуемъ первый  $i$  — кратный интегралъ второй части равенства (9) въ  $(i-1)^i$  посредствомъ той формулы нашего академика Остроградскаго, которая въ его мемуаръ: *sur le calcul des variations des integrales multiples* \*), находится на страницѣ 17 подъ литтерою (C). Для удобства въ письмѣ воспользуемся знакомъ подстановки  $I$ , который предложенъ французскимъ математикомъ Коши \*\*). Этотъ знакъ подстановки  $I$  ставится впереди функции, къ нему приписывается на подобіе предѣловъ  $I$  то частное значеніе  $x''$ , которое должна принимать переменная  $x$ . Тотъ-же знакъ  $I$  съ двумя предѣлами, нижнимъ  $x'$  и высшимъ  $x''$  выражаетъ разность двухъ послѣдовательныхъ подстановокъ  $x = x'$  и  $x = x''$  въ той функціи, при которой стоитъ знакъ  $I$ .

Замѣняя въ сейчасъ упомянутой нами формулѣ Остроградскаго переменныя независимыя  $x, y, z \dots$  соответственно на  $x_1, x_2, \dots, x_i$  и подставляя вмѣсто функций  $P, Q, R$  — соответственно  $P_{s,1}, P_{s,2}, P_{s,3} \dots$  и замѣчая, что на основаніи даннаго условія относительно предѣльныхъ значеній  $x_1'' x_2'' \dots x_i''$ ,  $x_1' x_2' \dots x_i'$  — количество  $\frac{dL}{dx_1} / \sqrt{\left(\frac{dL}{dx_1}\right)^2}$  есть величина положительная для  $x_1 = x_1''$  и величина отрицательная для  $x_1 = x_1'$ , мы получимъ, что, преобразованный нами по формулѣ Остроградскаго, первый  $i$  кратный интегралъ второй части равенства (9), помощью знака подстановки  $I$ , представится такъ:

$$\int \left[ \sum_s \sum_i \frac{d(P_{s,i} \omega_s)}{dx_1} \right] dx_1 dx_2 \dots dx_i = \int \left[ \sum_s \frac{I}{x_1'} \sum_i P_{s,i} \frac{dL}{dx_1} \omega_s \right] dx_2 \dots dx_i$$

Приравнивая нулю коэффициентъ при каждомъ  $\omega_s$  въ подынтегральной функціи интеграла второй части послѣдняго равенства, получимъ предѣльныя уравненія:

$$\frac{x_1''}{\left(\sum_i P_{s,i} \frac{dL}{dx_1}\right)} = 0 \dots \dots \dots \frac{x_1'}{\left(\sum_i P_{s,i} \frac{dL}{dx_1}\right)} = 0$$

\*) Mémoires de l'Academie de St.-Petersbourg. T. 24, 1834.  
 \*\*) Exercices d'Analyse et de Physique Mathématique T III. 1841, p. 50.

$$(11) \frac{x_1''}{\left(\sum_i P_{s,i} \frac{dL}{dx_1}\right)} = 0 \dots \dots \dots \frac{x_1'}{\left(\sum_i P_{s,i} \frac{dL}{dx_1}\right)} = 0$$

которыхъ числомъ  $2s$  и которыя служатъ къ опредѣленію произвольныхъ функций  $\xi_1 \xi_2 \dots$

Уравненія (10) и (11) суть тѣ самыя, которыя, происходя отъ приравниванія  $\delta W = 0$ , намъ нужны для рѣшенія занимающаго насъ вопроса: распространить способъ Якоби на многократный интегралъ  $W$ .

§ 2.

Вторая вариация  $\delta^2 W$ , которой знакъ опредѣляетъ условія, служащія для различенія maximum и minimum интеграла  $W$ , сообразно съ равенствами (6) и (7) будетъ такая:

$$\delta^2 W = \int \Omega_2 dx_1 \dots dx_i \tag{12}$$

гдѣ 
$$\Omega_2 = \sum_s \frac{d\Omega_1}{dy_s} \omega_s + \sum_i \sum_s \frac{d\Omega_1}{dp_{s,i}} \frac{d\omega_s}{dx_1} \tag{13}$$

или 
$$\Omega_2 = \sum_s \sum_i \frac{d \left[ \frac{d\Omega_1}{dp_{s,i}} \omega_s \right]}{dx_1} + \sum_s \left( \frac{d\Omega_1}{dy_s} - \sum_i \frac{d \left( \frac{d\Omega_1}{dp_{s,i}} \right)}{dx_1} \right) \omega_s \tag{14}$$

Такимъ образомъ

$$\delta^2 W = \int \left\{ \sum_s \sum_i \frac{d \left( \frac{d\Omega_1}{dp_{s,i}} \omega_s \right)}{dx_1} + \sum_s \left[ \frac{d\Omega_1}{dy_s} - \sum_i \frac{d \left( \frac{d\Omega_1}{dp_{s,i}} \right)}{dx_1} \right] \omega_s \right\} dx_1 \dots dx_i \tag{15}$$

и намъ нужно вывести тѣ условія, которыя вытекаютъ изъ того, что интегралъ второй части равенства (15) сохраняетъ знакъ  $+$  въ случаѣ minimum и  $-$  въ случаѣ maximum интеграла  $W$ .

При вставленіи въ равенство (15) вмѣсто  $\Omega_1$  равнаго ему выраженія изъ равенства (7) намъ придется дѣлать двойное суммирование какъ по одиѣмъ и тѣмъ-же, такъ и по различнымъ  $y$  и ихъ частнымъ производнымъ; потому при вставленіи въ равенство (15) вмѣсто  $\Omega_1$  равнаго ему выраженія изъ равенства (7) необходимо:

Въ 1-хъ) отличать другъ отъ друга различные  $y$  и ихъ частныя производныя; для чего условимся одни  $y$  означать чрезъ  $y_s$  — другіе чрезъ  $y_\sigma$ ; сообразно съ этимъ

$$p_{s,i} = \frac{dy_s}{dx_i}, p_{\sigma,i} = \frac{dy_\sigma}{dx_i}, N_s = \frac{dV}{dy_s}, N_\sigma = \frac{dV}{dy_\sigma}$$

$$P_{s,i} = \frac{dV}{dp_{s,i}}, P_{\sigma,i} = \frac{dV}{dp_{\sigma,i}}, \delta y_s = \omega_s, \delta y_\sigma = \omega_\sigma$$

какъ и такъ и  $\sigma$  имѣютъ всѣ цѣлыя численныя значенія отъ 1 до числа, равнаго числу искомымъ функций  $y_1, y_2, \dots, y_s$ .

Во 2-хъ) различать переменныя независимыя между собою и частныя производныя, по нимъ взятая; для чего одни переменныя независимыя будемъ означать чрезъ  $x_1$ , другія чрезъ  $x_j$ , сообразно съ этимъ:

$$p_{s,i} = \frac{dy_s}{dx_i}, p_{s,j} = \frac{dy_s}{dx_j}, p_{\sigma,i} = \frac{dy_\sigma}{dx_i}, dp_{\sigma,j} = \frac{dy_\sigma}{dx_j}$$

$$P_{s,i} = \frac{dV}{dp_{s,i}}, P_{s,j} = \frac{dV}{dp_{s,j}}, P_{\sigma,i} = \frac{dV}{dp_{\sigma,i}}, P_{\sigma,j} = \frac{dV}{dp_{\sigma,j}}$$

При вставленіи въ равенство (15) вмѣсто  $\Omega_1$  равнаго ему выраженія изъ равенства (7), сообразно съ сказанными обозначеніями,  $\delta^2 W$  представится въ такомъ видѣ:

$$\delta^2 W = \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \sum_i d \left[ \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} \omega_\sigma \right] \omega_s \right\} dx_1 \dots dx_i +$$

$$+ \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \sum_j d \left[ \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d\omega_\sigma}{dx_j} \right] \omega_s \right\} dx_1 \dots dx_j +$$

$$+ \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \left[ \frac{dN_s}{dy_\sigma} \omega_\sigma + \sum_i \frac{dN_s}{dp_{\sigma,i}} \frac{d\omega_\sigma}{dx_i} - \sum_i \frac{d \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} \omega_\sigma \right)}{dx_i} - \right. \right.$$

$$\left. - \sum_i \frac{d \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d\omega_\sigma}{dx_j} \right)}{dx_i} \right] \omega_s \right\} dx_1 dx_2 \dots dx_i$$

Для краткости положимъ

$$A = \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \sum_i d \left[ \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} \omega_\sigma \right] \omega_s \right\} dx_1 \dots dx_i +$$

$$+ \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \sum_j d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d\omega_\sigma}{dx_j} \right) \omega_s \right] \right\} dx_1 \dots dx_j \quad (17)$$

и

$$B = \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \left[ \frac{dN_s}{dy_\sigma} \omega_\sigma + \sum_i \frac{dN_s}{dp_{\sigma,i}} \frac{d\omega_\sigma}{dx_i} - \sum_i \frac{d \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} \omega_\sigma \right)}{dx_i} - \right. \right.$$

$$\left. - \sum_i \frac{d \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d\omega_\sigma}{dx_j} \right)}{dx_i} \right] \omega_s \right\} dx_1 \dots dx_i \quad (18)$$

Такимъ образомъ

$$\delta W = A + B \quad (19)$$

Теперь нужно вторую часть равенства (19) привести къ такому виду, при которомъ мы могли-бы прямо получить условія достаточныя и совершенно исобходимыя для различенія maximum и minimum интеграла  $W$ . Сообразно съ этою цѣлю, мы сдѣлаемъ преобразованія съ интеграломъ  $B$  помощію выраженій  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s$ , которыя составимъ слѣдующимъ образомъ:

Въ 1-хъ) представимъ себѣ, что въ каждой изъ искомымъ функций  $y_1, y_2, \dots, y_s$  находятся 2s какихъ-нибудь постоянныхъ количествъ  $a_1, a_2, \dots, a_{2s}$ , которыя мы предположимъ вошедшими при интегрированіи уравненій (10) въ произвольныя функции  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{2s}$ , и которыя могутъ заключаться въ  $y_1, y_2, \dots, y_s$  и явнымъ образомъ, возьмемъ выраженія:

$$(20) \left\{ \begin{aligned} R_{1,1} &= c_1 \left( \sum_i b_i \frac{dy_1}{da_i} \right) & R_{1,2} &= c_2 \left( \sum_i b_i \frac{dy_1}{da_i} \right) & \dots & R_{1,n} &= c_n \left( \sum_i b_i \frac{dy_1}{da_i} \right) \\ R_{2,1} &= c_1 \left( \sum_i b_i \frac{dy_2}{da_i} \right) & R_{2,2} &= c_2 \left( \sum_i b_i \frac{dy_2}{da_i} \right) & \dots & R_{2,n} &= c_n \left( \sum_i b_i \frac{dy_2}{da_i} \right) \\ & \dots & & & & & \\ R_{s,1} &= c_1 \left( \sum_i b_i \frac{dy_s}{da_i} \right) & R_{s,2} &= c_2 \left( \sum_i b_i \frac{dy_s}{da_i} \right) & \dots & R_{s,n} &= c_n \left( \sum_i b_i \frac{dy_s}{da_i} \right) \end{aligned} \right.$$

гдѣ  $l$  принимаетъ всѣ цѣлыя численныя значенія отъ 1 до числа, равнаго — числу искомыхъ функций  $y_1 y_2 \dots y_s$ ; подѣ  $l$  разумѣется каждое изъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до числа, равнаго  $2s$  — двойному числу искомыхъ функций  $y_1 y_2 \dots y_s$ ; количества  $b_1 b_2 \dots b_{2s}$  и  $c_1 c_2 \dots c_n$  произвольныя постоянныя, не содержащіяся ни въ  $y_1 y_2 \dots y_s$ , ни въ одномъ изъ уравненій (10 и 11).

Какъ уже было сказано нами, искомыя функции  $y$  должны быть различаемы между собою указателями  $s$  и  $\sigma$ ; количества же ряда (20) должны быть отличаемы одно отъ другаго не только первыми указателями  $s$  и  $\sigma$ , но и вторыми, изъ которыхъ одни будемъ означать чрезъ  $\nu$ , другіе чрезъ  $\nu$ ; такъ что тѣ-же самыя количества ряда (20) будутъ нами изображаемы еще и такъ:

$$(21) \left\{ \begin{array}{l} R_{1,1} = c_1 \left( \sum_i b_i \frac{dy_1}{da_i} \right) \quad R_{1,2} = c_2 \left( \sum_i b_i \frac{dy_1}{da_i} \right) \quad \dots \quad R_{1,\nu} = c_\nu \left( \sum_i b_i \frac{dy_1}{da_i} \right) \\ R_{2,1} = c_1 \left( \sum_i b_i \frac{dy_2}{da_i} \right) \quad R_{2,2} = c_2 \left( \sum_i b_i \frac{dy_2}{da_i} \right) \quad \dots \quad R_{2,\nu} = c_\nu \left( \sum_i b_i \frac{dy_2}{da_i} \right) \\ \dots \dots \dots \\ R_{\sigma,1} = c_1 \left( \sum_i b_i \frac{dy_\sigma}{da_i} \right) \quad R_{\sigma,2} = c_2 \left( \sum_i b_i \frac{dy_\sigma}{da_i} \right) \quad \dots \quad R_{\sigma,\nu} = c_\nu \left( \sum_i b_i \frac{dy_\sigma}{da_i} \right) \end{array} \right.$$

гдѣ  $\nu$ , также какъ и  $\mu$  принимаетъ всѣ цѣлыя численныя значенія отъ 1 до числа равнаго — числу искомыхъ функций  $y_1 y_2 \dots y_s$ . Очевидно, что число количествъ ряда (20 или 21) будетъ равно  $s^2$  квадрату числа искомыхъ функций  $y_1 y_2 \dots y_s$ ; а число произвольныхъ постоянныхъ

$$b_1 b_2 \dots b_{2s}$$

будетъ равно  $2s$ ; число же произвольныхъ постоянныхъ

$$c_2 c_2 \dots c_n$$

или

$$c_1 c_2 \dots c_\nu$$

будетъ равно — числу искомыхъ функций  $y_1 y_2 y \dots y_s$ .

Дифференцированіе какого нибудь изъ уравненій (10) по постояннымъ количествамъ  $a_1 a_2 \dots a_{2s}$ , приведетъ къ слѣдующему уравненію

$$\sum_\sigma \left\{ \frac{dN_\sigma}{dy_\sigma} R_{\sigma,\nu} + \sum_i \frac{dN_\sigma}{dp_{\sigma,i}} \frac{d(R_{\sigma,\nu})}{dx_i} - \sum_i d \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,\nu} \right) - \sum_i d \left[ \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,\nu})}{dx_j} \right] \right\} = 0$$

Уравненіе (22) показываетъ, что количества ряда (20 или 21) суть ничто иное, какъ рѣшенія уравненій (22) подобныхъ тѣмъ, которыхъ рѣшенія \*), какъ нами было сказано вначалѣ, даны были геометромъ Якоби въ XVII томѣ журнала Креля.

Во 2-хъ) возьмемъ  $s^2$  функций  $k$ , которыхъ опредѣлитель  $D$  не равенъ нулю и которыми мы можемъ располагать по нашему произволу; этѣ функции  $k$  мы будемъ различать помощію такихъ-же указателей  $s$  и  $\sigma$ ,  $\mu$  и  $\nu$ , какіе находятся при количествахъ ряда (20 или 21) т. е. этѣ функции  $k$  будутъ обозначаться нами такъ:

$$(23) \left\{ \begin{array}{l} k_{1,1} \quad k_{1,2} \quad \dots \quad k_{1,\nu} \\ k_{2,1} \quad k_{2,2} \quad \dots \quad k_{2,\nu} \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ k_{s,1} \quad k_{s,2} \quad \dots \quad k_{s,\nu} \end{array} \right.$$

или тѣ-же самыя функции ряда (23) будутъ нами обозначаться еще и такъ:

$$(24) \left\{ \begin{array}{l} K_{1,1} \quad K_{1,2} \quad \dots \quad K_{1,\nu} \\ K_{2,1} \quad K_{2,2} \quad \dots \quad K_{2,\nu} \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ K_{s,1} \quad K_{s,2} \quad \dots \quad K_{s,\nu} \end{array} \right.$$

Изъ  $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_s$  и изъ функций ряда (23 или 24) составимъ слѣдующія  $s$  линейныхъ выраженій:

$$(25) \left\{ \begin{array}{l} t_1 = k_{1,1} \omega_1 + k_{2,1} \omega_2 + \dots + k_{s,1} \omega_s \\ t_2 = k_{1,2} \omega_1 + k_{2,2} \omega_2 + \dots + k_{s,2} \omega_s \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ t_n = k_{1,n} \omega_1 + k_{2,n} \omega_2 + \dots + k_{s,n} \omega_s \end{array} \right.$$

или тѣ-же самыя выраженія (25) будутъ изображаться нами еще и такъ:

\*) Этими рѣшеніями, какъ также было сказано нами, устраняются тѣ затрудненія, которыя встрѣчаются при преобразованіи второй вариации простаго интеграла по способу Лежандра.

$$(26) \begin{cases} t_1 = k_{1,1} \omega_1 + k_{2,1} \omega_2 + \dots + k_{\sigma,1} \omega_{\sigma} \\ t_2 = k_{1,2} \omega_1 + k_{2,2} \omega_2 + \dots + k_{\sigma,2} \omega_{\sigma} \\ \dots \\ t_v = k_{1,v} \omega_1 + k_{2,v} \omega_2 + \dots + k_{\sigma,v} \omega_{\sigma} \end{cases}$$

Изъ уравненій (25) имеемъ:

$$(27) \quad \omega_s = \sum_n \frac{dD}{dk_{s,n}} t_n$$

а изъ уравненій (26) находимъ

$$(28) \quad \omega_{\sigma} = \sum_v \frac{dD}{dk_{\sigma,v}} t_v$$

гдѣ D, какъ сказано, есть алгебраическій опредѣлитель коэффициентовъ при  $\omega_1, \omega_2, \dots$  въ уравненіяхъ (25 или 26) или все равно опредѣлитель функций ряда (23 или 24).

Такъ какъ функциями ряда (23 или 24) мы можемъ располагать по нашему произволу, и число ихъ равно  $s^2$ , то ихъ мы подчинимъ тому условію, чтобы онѣ удовлетворяли слѣдующимъ  $s^2$  уравненіямъ:

$$(29) \begin{cases} \frac{dD}{dk_{1,1}} = R_{1,1} \frac{dD}{dk_{1,2}} = R_{1,2} \dots \frac{dD}{dk_{1,n}} = R_{1,n} \\ \frac{dD}{dk_{2,1}} = R_{2,1} \frac{dD}{dk_{2,2}} = R_{2,2} \dots \frac{dD}{dk_{2,n}} = R_{2,n} \\ \dots \\ \frac{dD}{dk_{s,1}} = R_{s,1} \frac{dD}{dk_{s,2}} = R_{s,2} \dots \frac{dD}{dk_{s,n}} = R_{s,n} \end{cases}$$

или все равно такимъ  $s^2$  уравненіямъ, которыя тождественны съ уравненіями (29) а именно:

$$(30) \begin{cases} \frac{dD}{dk_{1,1}} = R_{1,1} \frac{dD}{dk_{1,2}} = R_{1,2} \dots \frac{dD}{dk_{1,v}} = R_{1,v} \\ \frac{dD}{dk_{2,1}} = R_{2,1} \frac{dD}{dk_{2,2}} = R_{2,2} \dots \frac{dD}{dk_{2,v}} = R_{2,v} \\ \dots \\ \frac{dD}{dk_{\sigma,1}} = R_{\sigma,1} \frac{dD}{dk_{\sigma,2}} = R_{\sigma,2} \dots \frac{dD}{dk_{\sigma,v}} = R_{\sigma,v} \end{cases}$$

Равенства (27 или 28) вмѣстѣ съ уравненіями (29 или 30) даютъ слѣдующія выраженія для  $\omega_s$  или  $\omega_{\sigma}$ , а именно:

$$(31) \quad \omega_s = \sum_n R_{s,n} t_n$$

или

$$(32) \quad \omega_{\sigma} = \sum_v R_{\sigma,v} t_v$$

Помощію выраженій  $\omega_1, \omega_2, \dots$ , опредѣляемыхъ равенствами (31 или 32) мы преобразуемъ интегралъ В (рав. 18).

Если вставимъ въ интегралъ В (рав. 18) вмѣсто  $\omega_s$  и  $\omega_{\sigma}$  равныя имъ выраженія изъ равенствъ (31 и 32) и если положимъ

$$(33) \quad \begin{cases} \frac{dN_s}{dy_{\sigma}} = \frac{dN_s}{dy_{\sigma}} R_{\sigma,v} t_v + \sum_i \frac{dN_s}{dp_{\sigma,i}} \frac{d(R_{\sigma,v} t_v)}{dx_i} \\ \frac{dP_{\sigma,j}}{dy_{\sigma}} = \frac{dP_{\sigma,j}}{dy_{\sigma}} R_{\sigma,v} t_v + \sum_i \frac{dP_{\sigma,j}}{dp_{\sigma,i}} \frac{d(R_{\sigma,v} t_v)}{dx_i} \end{cases}$$

то интегралъ В выразится такъ:

$$(34) \quad B = \int \left\{ \sum_n \sum_v \sum_s \sum_{\sigma} \frac{dN_s}{dy_{\sigma}} R_{\sigma,v} t_v \right\} dx_1 \dots dx_i$$

Въ слѣдующемъ § мы покажемъ, какъ вторая часть равенства (34) приводится къ такому виду, что интегралъ В вмѣстѣ съ интеграломъ А принимаетъ именно то выраженіе, изъ котораго мы прямо найдемъ условія достаточныя и необходимыя для различенія maximum и minimum интеграла W.

§ 3.

Если каждому изъ количествъ  $t_1 t_2 \dots t_n$  или все равно  $t_1 t_2 \dots t_n$  дадимъ какое нибудь частное значение, напр. положимъ каждое изъ этихъ количествъ равнымъ единицѣ, то соответственно этому положенію, частныя значенія  $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_n$  или  $\omega_\sigma$ , по равенствамъ (31 и 32) будутъ такіа:  $\Sigma_n R_{1,n}, \Sigma_n R_{2,n} \dots \Sigma_n R_{n,n}$  или  $\Sigma_\nu R_{1,\nu}, \Sigma_\nu R_{2,\nu} \dots \Sigma_\nu R_{\nu,\nu}$

Свойство выраженія  $h_{\sigma,\nu}^{(v)}$  (рав. 33) таково, что если въ немъ  $t_\nu$  положимъ равнымъ единицѣ, то въ слѣдствіе уравненія (22),  $\Sigma_\sigma h_{\sigma,\nu}^{(v)}$  обратится въ нуль. На основаніи такого свойства выраженія  $h_{\sigma,\nu}^{(v)}$ , докажемъ слѣдующее равенство:

$$\Sigma_\sigma R_{\sigma,n} h_{\sigma,\nu}^{(v)} = - \Sigma_\sigma \Sigma_i \frac{d \left( \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} + \Sigma_\sigma \Sigma_i \frac{dt_\nu}{dx_i} \left[ \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,n} + \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,n})}{dx_j} \right) R_{\sigma,\nu} - \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,\nu} + \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,\nu})}{dx_j} \right) R_{\sigma,n} \right] \quad (35)$$

Дѣйствительно:

$$R_{\sigma,n} h_{\sigma,\nu}^{(v)} = R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} t_\nu \frac{dN_\sigma}{dy_\sigma} + \Sigma_i R_{\sigma,n} \frac{dN_\sigma}{dp_{\sigma,i}} \frac{d(R_{\sigma,\nu} t_\nu)}{dx_i} - \Sigma_i R_{\sigma,n} \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,\nu} t_\nu \right)}{dx_i} \quad (36)$$

$$= \Sigma_i R_{\sigma,n} \frac{d \left[ \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,\nu} t_\nu)}{dx_j} \right]}{dx_i} = R_{\sigma,n} t_\nu \left\{ \frac{dN_\sigma}{dy_\sigma} R_{\sigma,\nu} + \Sigma_i \frac{dN_\sigma}{dp_{\sigma,i}} \frac{d(R_{\sigma,\nu})}{dx_i} - \Sigma_i \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,\nu} \right)}{dx_i} - \Sigma_i \frac{d \left[ \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,\nu}}{dx_j} \right]}{dx_i} \right\} + \Sigma_i \frac{dN_\sigma}{dp_{\sigma,i}} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_i} - \Sigma_i \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_i} - \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} \frac{d(R_{\sigma,\nu})}{dx_j} \frac{dt_\nu}{dx_i}$$

$$= - \Sigma_i \Sigma_j \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \right)}{dx_i} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} - \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} \frac{d \left( R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} =$$

но

$$= - \Sigma_i \Sigma_j \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \right)}{dx_i} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} - \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} \frac{d \left( R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} =$$

$$= - \Sigma_i \Sigma_j \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} \right)}{dx_i} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} - \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} \frac{d \left( R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} +$$

$$+ \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,n}}{dx_i} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} =$$

$$= - \Sigma_i \Sigma_j \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} + \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,n}}{dx_i} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} =$$

$$= - \Sigma_i \Sigma_j \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} + \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,n}}{dx_i} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} =$$

потому что  $\frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} = \frac{dP_{\sigma,j}}{dp_{\sigma,i}}$

Но такъ какъ  $i$  и  $j$  имѣютъ однѣ и тѣ-же цѣлыя численныя значенія, то

$$\Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,i}} \frac{dt_\nu}{dx_j} \frac{d(R_{\sigma,n})}{dx_i} R_{\sigma,\nu} = \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,i}} \frac{d(R_{\sigma,n})}{dx_i} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_i}$$

потому

$$= - \Sigma_i \Sigma_j \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \right)}{dx_i} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} - \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} \frac{d \left( R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} =$$

$$= - \Sigma_i \Sigma_j \frac{d \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,n} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_j} \right)}{dx_i} + \Sigma_i \Sigma_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,i}} \frac{dR_{\sigma,n}}{dx_i} R_{\sigma,\nu} \frac{dt_\nu}{dx_i} \quad (37)$$

Поставляя въ выраженіе  $R_{s,n} h_{s,\sigma}^v$  (рав. 36) вмѣсто первой части послѣдняго равенства его вторую часть и замѣчая, что  $\frac{dN_s}{dp_{\sigma,i}} = \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_s}$ , получимъ, что

$$R_{s,n} h_{s,\sigma}^{(v)} = R_{s,n} t_v \left[ \frac{dN_s}{dy_s} R_{\sigma,v} + \sum_i \frac{dN_s}{dp_{\sigma,i}} \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_i} - \sum_i \frac{d \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} \right)}{dx_i} - \frac{d \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_j} \right)}{dx_i} + \sum_i \left[ \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_s} R_{s,n} + \sum_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{s,n}}{dx_j} \right) R_{\sigma,v} - \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} + \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_j} \right) R_{s,n} \right] \frac{dt_v}{dx_i} \right]$$

Суммируя послѣднее равенство по  $\sigma$ , имѣемъ

$$\sum_\sigma R_{s,n} h_{s,\sigma}^{(v)} = R_{s,n} t_v \left\{ \sum_\sigma \left[ \frac{dN_s}{dy_s} R_{\sigma,v} + \sum_i \frac{dN_s}{dp_{\sigma,i}} \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_i} - \sum_i \frac{d \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} \right)}{dx_i} - \frac{d \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,v})}{dx_j} \right)}{dx_i} \right] - \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} R_{s,n} R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_j} \right]}{dx_i} + \sum_\sigma \sum_i \frac{dt_v}{dx_i} \left[ \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_s} R_{s,n} + \sum_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{s,n}}{dx_j} \right) R_{\sigma,v} - \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} + \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_j} \right) R_{s,n} \right] \right\}$$

но въ слѣдствіе уравненія (22) коэффициентъ при  $R_{s,n} t_v$  равенъ нулю, потому выраженіе  $\sum_\sigma R_{s,n} h_{s,\sigma}^v$  дѣйствительно равно выраженію второй части равенства (35).

Умножимъ обѣ части равенства (35) на  $t_n$  и сдѣлаемъ суммирование по  $s, p$  и  $\nu$ ; тогда, если положимъ

$$C = \sum_n \sum_\nu \sum_s \sum_\sigma \sum_i t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left[ \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_s} R_{s,n} + \sum_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{s,n}}{dx_j} \right) R_{\sigma,v} - \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} + \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_j} \right) R_{s,n} \right] \quad (37)$$

$$G = - \sum_n \sum_\nu \sum_s \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_j} \right) R_{s,n} t_n \right]}{dx_i} + \sum_n \sum_\nu \sum_s \sum_\sigma \sum_i \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_j} R_{s,n} \frac{dt_n}{dx_i} \quad (38)$$

то

$$\sum_n \sum_\nu \sum_s \sum_\sigma h_{s,\sigma}^{(v)} R_{s,n} = G + C \quad (39)$$

Докажемъ, что  $C=0$ ; для чего стоитъ только выраженіе  $C$  (рав. 37) разложить на три части: 1-я часть пусть будетъ та, которая относится къ однѣмъ и тѣмъ-же  $s$  и  $\sigma$ ; 2-я часть пусть будетъ та, которая относится къ различнымъ  $s$  и  $\sigma$  и представляетъ суммирование по  $s$  и  $\sigma$  такое, въ которомъ указатели  $s$  и  $\sigma$  идутъ въ такомъ порядкѣ, въ какомъ слѣдуютъ одна за другой буквы при обыкновенномъ ихъ сочетаніи по двѣ; пусть такое суммирование выражаетъ знакъ  $\sum_{s,\sigma}$ ; 3-я часть пусть будетъ та, которая, относясь также къ различнымъ  $s$  и  $\sigma$ , представляетъ суммирование по  $s$  и  $\sigma$  такое, въ которомъ указатели  $s$  и  $\sigma$  идутъ въ порядкѣ, обратномъ вышесказанному; такое суммирование можетъ выражать тотъ-же знакъ  $\sum_{s,\sigma}$ , если только въ предыдущемъ суммированіи перемѣнимъ  $s$  на  $\sigma$  и обратно. Тогда

$$C = \sum_s \sum_i \left\{ \sum_n \sum_\nu t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_s} R_{s,n} + \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{s,n}}{dx_j} \right) R_{s,v} - \sum_n \sum_\nu t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_s} R_{s,v} + \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{s,v}}{dx_j} \right) R_{s,n} \right\} +$$

$$+ \sum_{s,\sigma} \sum_i \left\{ \sum_n \sum_\nu t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_s} R_{s,n} + \sum_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{s,n}}{dx_j} \right) R_{\sigma,v} - \sum_n \sum_\nu t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} + \sum_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,v})}{dx_j} \right) R_{s,n} \right\} +$$

$$+ \sum_n \sum_\nu t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} + \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,v})}{dx_j} \right) R_{s,n} -$$

$$+ \sum_n \sum_\nu t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,n} + \sum_j \frac{dP_{s,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,n})}{dx_j} \right) R_{s,v} -$$

$$- \sum_n \sum_\nu t_n \frac{dt_v}{dx_i} \left( \frac{dP_{\sigma,i}}{dy_s} R_{s,v} + \sum_j \frac{dP_{\sigma,i}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{s,v})}{dx_j} \right) R_{\sigma,n} \left\} \quad (40)$$

Такъ какъ въ второй части послѣдняго равенства, въ каждомъ изъ шести многочленовъ, размѣщенныхъ по строкамъ, указатели  $n$  и  $v$  имѣютъ одинъ и тѣ-же численные значенія, то, сообразно съ самымъ составомъ количества ряда (20 и 21), два многочлена въ первыхъ двухъ строкахъ взаимно уничтожаются, а остальные четыре многочлена въ послѣднихъ четырехъ строкахъ уничтожаются: первый съ четвертымъ, а второй съ третьимъ.

Если-же  $C=0$ , то равенства (38) и (39) приводятъ къ слѣдующему:

$$(40) \quad \sum_n \sum_v \sum_s \sum_\sigma h_{s,\sigma} R_{s,n} t_n = - \sum_n \sum_v \sum_s \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_j} \right) R_{s,n} t_n \right]}{dx_i} +$$

$$+ \sum_n \sum_v \sum_s \sum_\sigma \sum_i \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_j} R_{s,n} \frac{dt_n}{dx_i}$$

Умножимъ обѣ части послѣдняго равенства на  $dx_1 \dots dx_i$  и возьмемъ интегралы, тогда получимъ равенство, котораго первая часть будетъ равна интегралу В (рав. 34), и если положимъ

$$(41) \quad E = - \int \left\{ \sum_n \sum_v \sum_s \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_j} \right) R_{s,n} t_n \right]}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

$$(42) \quad F = \int \left\{ \sum_n \sum_v \sum_s \sum_\sigma \sum_i \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_j} R_{s,n} \frac{dt_n}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

то полученное равенство будутъ такое:

$$B = E + F.$$

Сравнивая это послѣднее равенство съ (19) находимъ слѣдующее:

$$(43) \quad \delta^2 W = A + E + F.$$

Докажемъ, что  $A + E = 0$ .

Интегралъ  $E$  можетъ быть представленъ такъ:

$$E = \int \left\{ \sum_n \sum_v \sum_s \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,v})}{dx_j} t_v \right) R_{s,n} t_n \right]}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

$$= \int \left\{ \sum_n \sum_v \sum_s \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,v})}{dx_j} R_{s,n} t_n \right) \right]}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

Изъ такого выраженія интеграла  $E$  слѣдуетъ, что, на основаніи равенствъ (31) и (32) интегралъ  $E$  принимаетъ такое выраженіе:

$$(44) \quad E = \int \left\{ \sum_v \sum_s \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d(R_{\sigma,v})}{dx_j} \right) t_v \omega_s \right]}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

$$= \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \sum_i \frac{d \left[ \left( \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{d\omega_\sigma}{dx_j} \right) \omega_s \right]}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

Второй интегралъ выраженія ( $E$ ) рав. (44) съ вторымъ интеграломъ выраженія  $A$  (рав. 17) взаимно уничтожаются; а если первый интегралъ, выраженія ( $A$ ) рав. (17) соединимъ съ первымъ интеграломъ выраженія  $E$  рав. (44), то замѣняя въ первомъ интегралѣ выраженія  $A$   $\omega_\sigma$  равнымъ ему количествомъ изъ рав. (32), получимъ, что

$$(45) \quad A + E = \int \left\{ \sum_v \sum_s \sum_i \frac{d \left[ \left\{ \sum_\sigma \left( \frac{dP_{s,i}}{dy_\sigma} R_{\sigma,v} + \sum_j \frac{dP_{s,j}}{dp_{\sigma,j}} \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_j} \right) \right\} t_v \omega_s \right]}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

Преобразуя  $i$  — кратный интегралъ второй части послѣдняго равенства (45) въ  $(i-1)^*$  по формулѣ нашего академика Островскаго \*), придемъ къ заключенію, что подынтегральная функція преобразованнаго

\*) Mémoire sur le calcul des variations des intégrales multiples. Формула подъ литерою (C) на стр. 17.

$(i-1)^{\text{го}}$  интеграла равна нулю, потому что коэффициентъ при каждомъ  $\omega_i$  равенъ нулю, какъ производная какого либо одного изъ предѣльныхъ дифференціальньхъ уравненій (11) по постояннымъ количествамъ  $a_1 a_2 \dots$ , а потому  $A + E = 0$ , тогда изъ равенствъ (43) и (42) слѣдуетъ, что

$$(46) \delta^2 W = F = \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \sum_i \sum_j \frac{dP_{s\sigma i}}{dp_{s\sigma j}} R_{s\sigma v} \frac{dt_v}{dx_j} R_{s\sigma n} \frac{dt_n}{dx_i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

Вторая часть послѣдняго равенства (46) и представляетъ собою то выраженіе  $\delta^2 W$ , которое даетъ возможность — вывести прямо условия достаточныя и необходимыя для различенія maximum и minimum интеграла  $W$ ; для этого стоитъ только подынтегральную функцію интеграла  $F$  представить въ видѣ однородной функціи 2-го порядка относительно нѣсколькихъ переменныхъ; что, вмѣстѣ съ самымъ выводомъ искомымъ условий и составитъ предметъ слѣдующаго §.

## § 4.

Если сдѣлаемъ слѣдующія обозначенія:

$$(47) \begin{aligned} \tau_{s,i} &= \sum_n R_{s,n} \frac{dt_n}{dx_i}, & \tau_{s,j} &= \sum_n R_{s,n} \frac{dt_n}{dx_j} \\ \tau_{\sigma,j} &= \sum_v \sum_{\tau,v} \frac{dt_v}{dx_j} \tau_{\sigma,\tau}, & \tau_{\sigma,i} &= \sum_v R_{\sigma,v} \frac{dt_v}{dx_i} \end{aligned}$$

то равенство (46) замѣнится такимъ:

$$(48) \delta^2 W = \int \left\{ \sum_s \sum_\sigma \sum_i \sum_j \frac{dP_{s\sigma i}}{dp_{s\sigma j}} \tau_{\sigma,j} \cdot \tau_{s,i} \right\} dx_1 \dots dx_i$$

Разложимъ интегралъ второй части послѣдняго равенства (47) на три интеграла: 1-й интегралъ пусть будетъ тотъ, котораго подынтегральная функція относится къ однѣмъ и тѣмъ-же  $s$  и  $\sigma$ ; 2-й интегралъ пусть будетъ тотъ, котораго подынтегральная функція относится къ различнымъ  $s$  и  $\sigma$  и представляетъ такое суммирование по  $s$  и  $\sigma$ , въ которомъ указатели  $s$  и  $\sigma$  слѣдуютъ въ такомъ порядкѣ, въ какомъ

идутъ буквы при обыкновенномъ ихъ сочетаніи по двѣ; пусть такое суммирование выражаетъ знакъ  $\Sigma_{s,\sigma}$ ; 3-й интегралъ пусть будетъ тотъ, котораго подынтегральная функція, относясь также къ различнымъ  $s$  и  $\sigma$ , представляетъ такое суммирование по  $s$  и  $\sigma$ , въ которомъ указатели  $s$  и  $\sigma$  идутъ въ порядкѣ, обратномъ сейчасъ сказанному; такое суммирование можетъ выражать тотъ-же знакъ  $\Sigma_{s,\sigma}$ , если въ предъидущемъ суммированіи перемѣнимъ  $s$  на  $\sigma$  и обратно. Тогда

$$\begin{aligned} \delta^2 W &= \int \left\{ \sum_s \sum_i \sum_j \frac{dP_{s\sigma i}}{dp_{s\sigma j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right\} dx_1 \dots dx_i + \\ &+ \int \left\{ \sum_{s,\sigma} \sum_i \sum_j \frac{dP_{s\sigma i}}{dp_{s\sigma j}} \tau_{s,i} \tau_{\sigma,j} \right\} dx_1 \dots dx_i \\ &+ \int \left\{ \sum_{s,\sigma} \sum_i \sum_j \frac{dP_{\sigma s i}}{dp_{\sigma s j}} \tau_{\sigma,i} \tau_{s,j} \right\} dx_1 \dots dx_i \end{aligned}$$

каждый изъ интеграловъ второй части послѣдняго равенства разлагаемъ на три такіе: 1-й интегралъ пусть будетъ тотъ, котораго подынтегральная функція относится къ однѣмъ и тѣмъ-же  $i$  и  $j$ ; 2-й интегралъ пусть будетъ тотъ, котораго подынтегральная функція относится къ различнымъ  $i$  и  $j$  и представляетъ такое суммирование по  $i$  и  $j$ , въ которомъ указатели  $i$  и  $j$  слѣдуютъ въ такомъ порядкѣ, въ какомъ идутъ буквы при обыкновенномъ ихъ сочетаніи по двѣ; пусть такое суммирование выражаетъ знакъ  $\Sigma_{i,j}$ ; 3-й интегралъ пусть будетъ тотъ, котораго подынтегральная функція, относясь также къ различнымъ  $i$  и  $j$ , представляетъ такое суммирование по  $i$  и  $j$ , въ которомъ указатели  $i$  и  $j$  идутъ въ порядкѣ, обратномъ сейчасъ сказанному; такое суммирование можетъ выражать знакъ тотъ-же  $\Sigma_{i,j}$ , если въ предъидущемъ суммированіи замѣнимъ  $i$  на  $j$  и обратно. Тогда:

$$\begin{aligned} \int \left( \sum_s \sum_i \sum_j \frac{dP_{s\sigma i}}{dp_{s\sigma j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i &= \int \left\{ \sum_s \sum_i \frac{dP_{s\sigma i}}{dp_{s\sigma i}} (\tau_{s,i})^2 \right\} dx_1 \dots dx_i + \\ + \int \left( \sum_s \sum_{i,j} \frac{dP_{s\sigma i}}{dp_{s\sigma j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i &+ \int \left( \sum_s \sum_{i,j} \frac{dP_{\sigma s i}}{dp_{\sigma s j}} \tau_{\sigma,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i \end{aligned}$$

$$\int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i = \int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_i \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,i}} \tau_{s,i} \tau_{s,i} \right) dx_1 \dots dx_i +$$

$$+ \int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,j}}{dp_{s,j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i + \int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,j}}{dp_{s,i}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i$$

$$\int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i = \int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,i}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i +$$

$$+ \int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i + \int \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,j}}{dp_{s,i}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) dx_1 \dots dx_i$$

такъ какъ

$$\frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}} = \frac{dP_{s,j}}{dp_{s,i}}, \quad \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,i}} = \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,i}}, \quad \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}} = \frac{dP_{s,j}}{dp_{s,i}}, \quad \frac{dP_{s,j}}{dp_{s,i}} = \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}}$$

то  
(49)

$$\delta^2 W = \int \left[ \left\{ \sum_s \sum_i \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,i}} (\tau_{s,i})^2 \right\} dx_1 \dots dx_i + \right.$$

$$+ 2 \left( \sum_s \sum_{i,j} \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) + 2 \left( \sum_{s,\sigma} \sum_i \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,i}} \tau_{s,i} \tau_{s,i} \right) +$$

$$\left. + 2 \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,i}}{dp_{s,j}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) + 2 \left( \sum_{s,\sigma} \sum_{i,j} \frac{dP_{s,j}}{dp_{s,i}} \tau_{s,i} \tau_{s,j} \right) \right] dx_1 \dots dx_i$$

Выраженія  $\tau_{s,i}, \tau_{s,j}, \tau_{\sigma,i}, \tau_{\sigma,j}$  (рав. 47) на основаніи равенствъ (31) и (32) могутъ быть представлены такъ:

$$\tau_{s,i} = \frac{d\omega_s}{dx_i} - \sum_n t_n \frac{dR_{s,n}}{dx_i}, \quad \tau_{s,j} = \frac{d\omega_s}{dx_j} - \sum_n t_n \frac{dR_{s,n}}{dx_j} \quad (50)$$

$$\tau_{\sigma,i} = \frac{d\omega_\sigma}{dx_i} - \sum_v t_v \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_i}, \quad \tau_{\sigma,j} = \frac{d\omega_\sigma}{dx_j} - \sum_v t_v \frac{dR_{\sigma,v}}{dx_j}$$

Изъ равенствъ (50) слѣдуетъ, что количества  $\tau_{s,i}, \tau_{s,j}, \tau_{\sigma,i}, \tau_{\sigma,j}$  не обратятся въ  $\infty$  между предѣлами интеграла W, если количества

ряда (20 или 21) не обратятся ни въ  $\infty$  ни въ 0, а ихъ частныя производныя по  $x_1, \dots, x_2$  не обратятся въ  $\infty$  между предѣлами интеграла W и если опредѣлитель количествъ ряда (20 или 21) не равенъ нулю. Дѣйствительно, если опредѣлитель количествъ ряда (20 или 21) не равенъ нулю, или все равно если количества ряда (20 или 21) будутъ между собою независимы, и если онѣ не обратятся ни въ нуль ни въ  $\infty$  между предѣлами интеграла W, то всегда можемъ выбрать  $s^2$  функций ряда (23 или 24) такія, которыя, удовлетворяя  $s^2$  уравненіямъ (29 или 30), не обратятся ни въ 0 ни въ  $\infty$  между предѣлами интеграла W и опредѣлитель ихъ не будетъ равенъ нулю; а въ такомъ случаѣ и выраженія ряда (25 или 26) также не обратятся въ  $\infty$  между предѣлами интеграла; а при такихъ выраженіяхъ ряда (25 или 26) и притомъ условіи, что частныя производныя количествъ ряда (20 или 21) также не обращаются въ  $\infty$  между предѣлами интеграла W, изъ равенствъ (50) слѣдуетъ, что и  $\tau_{s,i}, \tau_{s,j}, \tau_{\sigma,i}, \tau_{\sigma,j}$  также не обратятся въ  $\infty$  между предѣлами интеграла W; а потому, если притомъ и данныя дифференціальныя коэффициенты  $\Omega_2$  не обращаются въ  $\infty$  между предѣлами интеграла W, то и подынтегральная функція интеграла второй части равенства (49) не сдѣлается безконечно большимъ количествомъ для всѣхъ  $x_1, x_2, \dots, x_i$  между предѣлами интеграла W. Кроме того, какъ показываютъ равенства (50), выраженія  $\tau_{s,i}, \tau_{s,j}, \tau_{\sigma,i}, \tau_{\sigma,j}$  могутъ быть рассматриваемы, какъ произвольныя, другъ отъ друга независимыя количества, числомъ  $si$ ; и подынтегральная функція интеграла второй части равенства (49), какъ однородная функція 2-го порядка относительно этихъ  $si$  независимыхъ переменныхъ. Въ слѣдствіе чего изслѣдованіе maximum и minimum интеграла W приводится къ изслѣдованію дифференціального исчисленія, рассматривающему условія, при которыхъ такая функція, какъ та, которая стоитъ подъ знакомъ  $\int$  во второй части равенства (49), остается или положительною или отрицательною, каковы-бы ни были величины выраженій  $\tau_{s,i}, \tau_{s,j}, \tau_{\sigma,i}, \tau_{\sigma,j}$ . Какъ извѣстно, для того, чтобы подынтегральная функція интеграла второй части равенства (49) сохраняла-бы знакъ, необходимо, чтобы имѣли мѣсто слѣдующія неравенства:

$$\frac{dP_{1,1}}{dp_{1,1}} \frac{dP_{1,2}}{dp_{1,2}} - \left( \frac{dP_{1,1}}{dp_{1,2}} \right)^2 \geq 0, \quad \frac{dP_{1,1}}{dp_{1,1}} \frac{dP_{1,3}}{dp_{1,3}} - \left( \frac{dP_{1,1}}{dp_{1,3}} \right)^2 \geq 0 \quad (51)$$

$$\frac{dP_{1,2}}{dp_{1,2}} \frac{dP_{1,3}}{dp_{1,3}} - \left( \frac{dP_{1,2}}{dp_{1,3}} \right)^2 \geq 0 \dots \dots \dots$$

1872

Если неравенства (51) выполняются для всѣхъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  между предѣлами интеграла  $W$  при дифференціальныхъ коэффициентахъ  $\Omega_2$ , не обращающихся въ  $\infty$ ; если притомъ опредѣлитель количествъ ряда (20 или 21) не равенъ нулю и если сами эти количества не обращаются ни въ  $\infty$  ни въ нуль, а частныя производныя количествъ ряда (20 или 21) по  $x_1, \dots, x_n$  не обращаются въ  $\infty$  между предѣлами интеграла  $W$ ; тогда интегралъ  $W$  будетъ имѣть minimum, если  $\frac{dP_{1,1}}{dP_{1,1}}$  будетъ положительная, и — maximum если  $\frac{dP_{1,1}}{dP_{1,1}}$  — отрицательная для всѣхъ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  между предѣлами интеграла  $W$ .

## ОТЧЕТЪ О КОМАНДИРОВКѢ ЗА ГРАНИЦУ

Доцента Н. Бернштейна.

Главную цѣлю своей поѣздки за границу я поставилъ себѣ: познакомиться, во первыхъ, съ новѣйшими способами физиологическаго изслѣдованія и съ усовершенствованнымъ устройствомъ употребляемыхъ для этого приборовъ, во вторыхъ, со способомъ преподаванія физиологіи, принятымъ въ германскихъ университетахъ. Имѣя на это всего немного болѣе трехъ мѣсяцевъ и не желая дробить и тратить времени переѣздами, я рѣшился ограничиться однимъ Берлинскимъ университетомъ, гдѣ провелъ весь такъ называемый лѣтній семестръ, отъ начала мая до начала августа.

Съ первою цѣлю я занимался производствомъ физиологическихъ опытовъ и изученіемъ аппаратовъ въ физиологической лабораторіи подъ руководствомъ проф. Дюбуа-Реймона и ассистента его д-ра Розенталя. Преимущественно мое вниманіе было обращено на способы изслѣдованія животнаго электричества, раздражительности нервовъ и мышечной сократительности, — отдѣлы физиологіи, которые, какъ известно, отчасти созданы вновь, отчасти совершенно переработаны въ последнее время, и въ которыхъ однимъ изъ главныхъ дѣятелей по справедливости признается Дюбуа-Реймонъ. Хотя я при этихъ опытахъ имѣлъ въ виду не столько результаты ихъ, сколько производство ихъ и устройство снарядовъ и не могъ долго останавливаться на какомъ нибудь одномъ ряду опытовъ, однакожъ я получилъ нѣкоторые результаты, которые, можетъ быть, не лишены значенія, и которые потому сообщаю въ приложеніи.

Для второй цѣли я посѣщалъ курсы проф. Дюбуа «о нервной физиологіи» и «о диффузіи», чтенія д-ра Розенталя объ отправленіяхъ нервныхъ центровъ и курсъ экспериментальной физиологіи, читанный также д-ромъ Розенталемъ для большаго круга слушателей — по большей части русскихъ. Не говоря о послѣднемъ изъ этихъ курсовъ, который былъ въ сущности демонстративный и состоялъ изъ однихъ опытовъ съ необходимыми поясненіями, опыты занимали важное мѣсто и въ курсахъ, не обозначенныхъ названіемъ *экспериментальныхъ*. Послѣ признаннаго научнаго значенія преподавателей, это обстоятельство составляетъ главное достоинство преподаванія физиологіи въ Берлинскомъ университетѣ. Никто не сомнѣвается въ томъ, что преподаваніе, сопровождаемое опытами имѣетъ большое преимущество предъ голословнымъ изложеніемъ фактовъ. Студентъ изъ слушателя

22734

1978

превращается въ очевидца, изъ очевидца въ участника опыта. Присутствуя при производствѣ опыта и видя не одинъ только результатъ его, но и всѣ приготовления къ нему, предосторожности принимаемыя въ виду возможныхъ неудачъ или ошибокъ, слушатель получаетъ понятіе о приѣмахъ научнаго изслѣдованія и приучается смотрѣть на истины выработанныя наукою, какъ на выраженіе фактовъ. Нечего и говорить о томъ, что опыты, производимые предъ глазами слушателей, даютъ имъ болѣе вѣрное понятіе о дѣлѣ, чѣмъ тѣже опыты, рассказываемые только на словахъ, и что факты, узнаваемые такимъ образомъ, запечатлѣваются въ памяти лучше чѣмъ факты, узнаваемые по преданію. Физиологія, какъ наука эмпирическая, въ этомъ отношеніи не отличается отъ физики и химіи.

Не всѣ опыты однакожь могутъ быть производимы предъ глазами слушателей. Иныя слишкомъ тонки, чтобы быть доступны публичной аудиторіи, другія требуютъ слишкомъ много времени, слишкомъ сложныхъ снарядовъ или другихъ условий, которыхъ нельзя найти въ аудиторіяхъ. Въ этихъ случаяхъ слушатели должны вѣрить на слово преподавателю. Но чтобы не лишитъ ихъ другихъ выгодъ наглядности, весьма полезными оказываются модели и крупныя стѣнные изображенія. Последнія представляютъ еще ту выгоду, что остаются на глазахъ слушателей и послѣ лекцій, такъ что могутъ служить для справокъ, могутъ быть срисованы и списаны. Въ этомъ отношеніи изображенія опытовъ даже полезнѣе самыхъ опытовъ и потому не теряютъ своего значенія и тогда, когда изображаютъ опыты видѣнные слушателями на самомъ дѣлѣ. Изображенія представляютъ не только приборы и все расположеніе опытовъ, но и результаты ихъ и даже общіе выводы, такъ называемые законы, послѣдніе въ видѣ легко понятныхъ геометрическихъ построений по графическому способу, принятому въ последнее время и во всѣхъ учебникахъ и сочиненіяхъ по физиологіи. Изображенія избавляютъ преподавателя отъ скучнаго рисованія на доскѣ, которое отнимаетъ гораздо больше времени, чѣмъ объясненіе готовыхъ уже рисунковъ. Кромѣ того импровизованныя рисунки преподавателя не могутъ имѣть ни требуемой ясности, когда дѣло идетъ объ устройствѣ снарядовъ и о расположеніи сложныхъ опытовъ, ни требуемой точности, когда дѣло идетъ о выведенныхъ законахъ, и никогда не могутъ сравниться въ красотѣ и въ изящности со тщательно отдѣланными рисунками.

Берлинская физиологическая аудиторія имѣетъ слишкомъ 350 такихъ стѣнныхъ изображеній, къ которымъ по мѣрѣ надобности прибавляются постоянно новыя. Рисунки не роскошны, безъ тѣней, не раскрашены или для ясности отчасти раскрашены яркими красками. Изготовленіе ихъ не требуетъ ни большаго искусства, ни большихъ средствъ.

Кромѣ этихъ занятій по физиологіи, я занимался систематически нормальною гистологіей, при чемъ обращалъ особенное вниманіе на изслѣдованіе различныхъ тканей помощью азотнокислаго серебра и осмиевой кислоты. По любезному предложенію профессора Рейхерта, я посѣщалъ состоящій въ его вѣдѣніи богатый зоотомическій музей и слѣдилъ за лекціями этого знаменитаго эмбриолога «о развитіи зародыша позвоночныхъ животныхъ».

Въ заключеніе прибавлю нѣсколько словъ объ одномъ, по моему мнѣнію, весьма полезномъ обычаѣ нѣкоторыхъ германскихъ профессоровъ, а именно, выбирать себѣ изъ среды студентовъ одного или болѣе помощниковъ, такъ называе-

мыхъ фамулусовъ. Фамулусъ заботится вмѣстѣ съ ассистентомъ о приготовленіяхъ для лекцій, между прочимъ о приготовленіи опытовъ и помогаетъ профессору при производствѣ послѣднихъ. Фамулусъ однакожь не есть просто помощникъ профессора, онъ студентъ — специалистъ. По возможности не отвлекаясь отъ другихъ занятій, онъ посвящаетъ себя преимущественно избранной наукѣ, слѣдитъ за всѣми лекціями своего профессора во все время своего пребыванія въ университетѣ, участвуетъ не только при опытахъ производимыхъ въ аудиторіи, но и при производствѣ кабинетныхъ опытовъ и работъ и занимается также самостоятельно въ аудиторіи подъ руководствомъ профессора и его ассистентовъ. Такіе фамулусы имѣютъ болѣе другихъ студентовъ возможность знакомиться съ технической стороною естествоиспытанія и, при хорошихъ способностяхъ и любви къ наукѣ, часто дѣлаются естествоиспытателями еще, такъ сказать, на школьной скамьѣ.

Н. Бернштейнъ.

12-го Декабря 1866 г.

імені І. І. МЕЧНИКОВА

корреспондируетъ мышцѣ. Когда же сокращеніе мышцы быстро сдѣлается одно за другимъ, то мышца, какъ и въ обыкновенномъ сокращеніи, не успѣваетъ вернуться въ исходное положеніе, и въ результатѣ получается столбнякъ. Если же сокращенія мышцы будутъ происходить такъ быстро, что мышца не успѣетъ вернуться въ исходное положеніе, то получится столбнякъ. Если же сокращенія мышцы будутъ происходить такъ быстро, что мышца не успѣетъ вернуться въ исходное положеніе, то получится столбнякъ.

## ПРИЛОЖЕНІЯ.

### 1) О мышечномъ столбнякѣ.

Мышечный столбнякъ, давно уже извѣстный изъ патологии, въ прежнее время считался одиночнымъ сокращеніемъ мышцы, отличающимся отъ обыкновеннаго сокращенія только большею продолжительностію. Точно также и на произвольное продолжительное сокращеніе мышецъ смотрѣли какъ на простое, пока не было повода иначе смотрѣть на то или на другое. Съ тѣхъ поръ какъ Маттеучи, Эд. Веберъ и въ особенности Дюбуа-Реймондъ нашли способъ вызывать въ мышцѣ столбнякъ быстро прерывающимися или извращающимися электрическими токами, физиологи смотрять на всякій столбнякъ, какъ на рядъ одиночныхъ сокращеній, которыя такъ быстро слѣдуютъ одно за другимъ, что въ промежуткахъ мышца не успѣваетъ придти въ покой, такъ что одиночныя мгновенныя сокращенія суммируются въ одно продолжительное. Это представленіе о столбнякѣ утвердилось еще тѣмъ, что и другія раздраженія, очевидно прерывистыя вызываютъ продолжительное сокращеніе мышцы. Дюбуа вызывалъ тетанусъ, быстро отрубивая одинъ кусокъ нерва за другимъ, и въ тетаномоторѣ Гейденчайна мы имѣемъ средство вызывать столбнякъ быстрыми ударами молоточка на одну и ту же точку нерва. Очевидно въ этихъ случаяхъ происходитъ суммирование мгновенныхъ сокращеній; но слѣдуетъ-ли изъ этого, что *всякое* продолжительное сокращеніе, — *всякій* столбнякъ, — составлено изъ суммы одиночныхъ? Доказано-ли, что возрѣніе прежнихъ физиологовъ на продолжительное мышечное сокращеніе невѣрно во *всѣхъ* случаяхъ, въ которыхъ наблюдается такое сокращеніе?

Дюбуа-Реймондъ оставилъ этотъ вопросъ не рѣшеннымъ на опытѣ, но высказываетъ сомнѣніе, существуетъ ли вообще какое нибудь дѣйствительно постоянное сокращеніе мышцы\*). Это сомнѣніе было совершенно законно, пока не знали возможности вызывать электрической столбнякъ постояннымъ токомъ. Убѣжденіе, что нервъ возбуждается только быстрыми колебаніями тока, ведетъ по необходимости къ заключенію, что эти колебанія существуютъ вездѣ, гдѣ есть сокращеніе, и продолжаются, пока продолжается сокращеніе. Съ тѣхъ поръ однакожь, какъ Пюльгеръ показалъ, что столбнякъ вызывается и постояннымъ токомъ при отсутствіи всякаго колебанія, является возможность допустить, что продолжительное сокращеніе мышцы можетъ быть постояннымъ и при дѣйствіи другихъ постоянныхъ возбужденій.

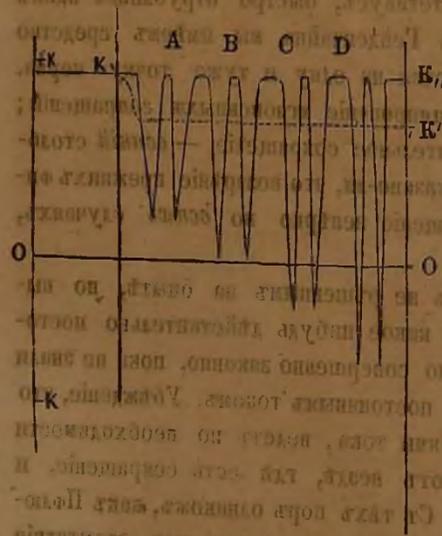
Всякое мгновенное сокращеніе мышцы сопровождается такимъ-же мгновеннымъ колебаніемъ мышечнаго тока. Стрѣлка мультипликатора слинкомъ лѣнвива, чтобы обнаружить такое быстрое колебаніе, но послѣднее легко обнаруживается физиологическимъ реоскопомъ — лягушечьей лапкою, положенною своимъ нервомъ на

\*) E. du Bois-Reymond, Untersuch. über thier. Electr. 3. Abschn. Kap. IV § IV.

сокращающуюся мышцу. Когда же сокращения мышцы быстро слѣдуютъ одно за другимъ, мультипликаторъ суммируетъ мгновенныя колебанія мышечнаго тока, и сумма колебаній обнаруживается возвратомъ стрѣлки — отрицательнымъ колебаніемъ. Слѣдовательно отрицательное колебаніе также мало можетъ служить для рѣшенія нашего вопроса, какъ и само сокращеніе мышцы. Какъ послѣднее можетъ быть суммой одиночныхъ сокращеній, такъ и первое можетъ быть суммой одиночныхъ колебаній. Вопросъ только въ томъ, всегда-ли оно такъ? Для насъ слѣдовательно важно знать, во первыхъ, существуетъ ли отрицательное колебаніе, и, во вторыхъ, какимъ образомъ оно происходитъ. Въ первомъ отношеніи изслѣдованія Дюбуа-Реймонда\*) не оставляютъ ни малѣйшаго сомнѣнія: положительно доказано, что отрицательное колебаніе сопровождается электрической, механической, химической, термической столбнякѣ, Риттеровскій столбнякѣ и даже продолжительное произвольное сокращеніе мышцецъ. Во второмъ отношеніи Дюбуа подробно разобралъ только электрической столбнякѣ, и пришелъ къ заключенію, что отрицательное колебаніе при этомъ столбнякѣ есть выраженіе суммы цѣлаго ряда положительныхъ и отрицательныхъ колебаній, которыя довольно часты и довольно глубоки для того, чтобы въ свою очередь тетанизовать нервъ. Неопровержимое доказательство этого заключенія — есть вторичный тетанусъ, т. е. столбнякѣ вызванный въ одной мышце колебаніями тока, сопровождающими столбнякѣ другой мышцы.

Согласно съ этимъ отрицательное колебаніе представляется уже не въ видѣ простой прямой или кривой линіи, а въ видѣ зигзага, котораго одна часть находится выше, другая ниже этой линіи, какъ показываетъ приложенный схематическій рисунокъ, заимствованный у Дюбуа. Въ этомъ рисунокѣ кривая  $K, K''$ , обозначающая ослабленный токъ сокращенной мышцы, сводится на кривую  $K, K''$ , котораго зубцы могутъ имѣть различную длину  $A, B, C, D$ , но всегда большую чѣмъ отрицательное колебаніе  $K, K''$ . Эти зубцы суть ничто иное какъ изображеніе глубокихъ и рѣзкихъ колебаній тока, могущихъ вызвать вторичныя сокращенія. Каждый зубецъ соответствуетъ одному быстрому отрицательному колебанію, но такъ какъ эти одиночныя колебанія слѣдуютъ весьма быстро одно за другимъ, то мультипликаторъ суммируетъ ихъ и даетъ только результирующее отрицательное колебаніе  $K''K''$ .

Если мышца неспособна къ продолжительному сокращенію, а всякое такое сокращеніе слагается изъ мгновенныхъ, то и сопровождающее его отрицательное колебаніе слагается изъ колебаній похожихъ на представленныя въ рисунокѣ. Мы слѣдовательно вправѣ ожидать, что отрицательное колебаніе вызоветъ всегда въ испытываемомъ мышечно-нервномъ препаратѣ столбнякѣ. Гдѣ такой вторичный столбнякѣ не получается, позволено сомнѣваться, состоялъ ли первичный столбнякѣ изъ суммы одиночныхъ сокращеній и состояло ли сопровождающее его отри-



\*) П. м. Э. Австрия. Кар. IV § III.

цательное колебаніе изъ суммы мгновенныхъ одиночныхъ колебаній мышечнаго тока. Это сомнѣніе тѣмъ позволительнѣе, что и раздраженія, вызывающія столбнякѣ, какъ электрическія такъ и не электрическія, могутъ быть двоякаго рода: одни состоятъ изъ ряда быстро слѣдующихъ другъ за другомъ возбужденій, другія дѣйствуютъ непрерывно. Когда мы тетанизуемъ нервъ прерывающимися индукціонными токами или ударами тетаномотора, раздраженіе очевидно прерывисто; но когда мы производимъ столбнякѣ постояннымъ токомъ, или поваренною солью, раздраженіе само по себѣ дѣйствуетъ непрерывно. А priori нѣтъ никакой достаточной причины предполагать, что во второмъ случаѣ, по какимъ то особеннымъ свойствамъ нерва, непрерывное раздраженіе становится прерывистымъ.

И такъ я обратился за рѣшеніемъ занимавшаго меня вопроса ко вторичному столбняку. Относящіяся сюда опыты болѣею частью произведены мною вмѣстѣ съ г. Сыцялко, доцентомъ при Харьковскомъ университетѣ. Я привожу здѣсь его имя, хотя не увѣренъ въ томъ, согласенъ ли онъ съ моими выводами, да и самъ не выдаю этихъ выводовъ за окончательные и намѣренъ съ наступленіемъ лѣта позаняться продолженіемъ начатыхъ опытовъ.

Испытанію подвержены слѣдующіе роды мышечнаго столбняка: 1) электрической столбнякѣ; 2) механической столбнякѣ; 3) химической столбнякѣ; 4) Риттеровскій столбнякѣ; 5) рефлективный столбнякѣ.

1) Электрической столбнякѣ, который лучше всего производится прерывающимися индуктивными токами помощью индукціоннаго аппарата Дюбуа, всего легче даетъ вторичный столбнякѣ. Этотъ опытъ принадлежитъ къ ежедневнымъ опытамъ нервной физиологии и почти всегда удается. Изъ него-то Дюбуа вывелъ вышеизображенную кривую отрицательнаго колебанія. Этотъ вторичный столбнякѣ слѣдовательно составляетъ типъ, съ которымъ должно сравнивать то, что получается при другихъ видахъ столбняка. Характеристика его та, что онъ начинается и кончается вмѣстѣ съ первичнымъ столбнякомъ и съ рѣдкими колебаніями продолжается все время, пока продолжается первичный столбнякѣ.

2) Механической столбнякѣ. Подложивъ нервъ препарованной лягушечьей лапки подъ молоточекъ тетаномотора, я клалъ нервъ другой лапки на *gastrocnemius* или на разгибательныя мышцы первой въ возможно дѣятельномъ расположеніи, т. е. параллельно мышечнымъ волокнамъ и такъ чтобы одна часть его лежала на сухожилии а другая на естественномъ продольномъ разрѣзѣ (на брюшкѣ). Для большаго удобства наблюденія въ нѣкоторыхъ случаяхъ пользовался мышечнымъ телеграфомъ Дюбуа, при чемъ брали для испытанія вторичнаго столбняка вмѣсто цѣлой лапки только *m. gastrocnemius*, препарованный съ нервомъ и съ кускомъ бедра. Когда я приводилъ въ движеніе тетаномоторъ, то вмѣстѣ съ первичнымъ столбнякомъ наблюдалъ, хотя не всегда, болѣе или менѣе сильный и непрерывный вторичный столбнякѣ.

3) Для испытанія рефлективнаго столбняка лягушка была отравлена введеніемъ азотнокислаго стрихнина въ желудокъ или подъ кожу. Одна лапка обнажена и оставлена въ связи съ спиннымъ мозгомъ посредствомъ сѣдалищнаго нерва, а другая отдѣлена отъ тѣла, отпрепарована и нервъ ея положенъ надлежащимъ образомъ на одну изъ мышцецъ бедра или голени. Въ болѣею части случаевъ при появляющемся столбнякѣ отрѣзанная лапка оставалась въ покоѣ; иногда появлялись

одиночныя вторичныя сокращенія при началѣ, при концѣ или в серединѣ первичнаго столбняка; ни разу я не наблюдалъ дѣйствительнаго вторичнаго столбняка.

4) Для вызванія химическаго столбняка я клалъ на нервъ каплю крѣпкаго раствора или нѣсколько кристалликовъ поваренной соли. Возбужденіе нерва этимъ способомъ иные объясняютъ не химическимъ, а осмотическимъ дѣйствіемъ соли, извлеченіемъ воды, и сравниваютъ его съ возбужденіемъ нерва при высыханіи \*); во всякомъ случаѣ оно дѣйствуетъ непрерывно. Обнаживъ оба бедренныя нерва до позвоночника, я на одинъ изъ нихъ клалъ растворъ или кристаллы соли и по прошествіи двухъ-трехъ минутъ, когда уже ожидалъ появленія столбняка, отрѣзалъ другой нервъ возлѣ самаго позвоночника и оперировалъ его до колѣннаго сгиба, такъ чтобы его можно было переложить на любую изъ мышцъ возбужденной лапки. Кромѣ одиночнаго сокращенія (отъ мышечнаго тока) при наложеніи нерва, я наблюдалъ еще вторичное сокращеніе, совпадавшее съ быстрымъ прекращеніемъ столбняка отъ перерѣзанія возбужденнаго нерва ниже мѣста возбужденія. Вторичнаго столбняка не было и тогда, когда нервъ лежалъ одной частію на свѣжемъ искусственномъ поперечномъ разрѣзѣ вмѣсто сухожилія. Тотъ же результатъ получался, когда одна или обѣ ножки были предварительно отдѣлены отъ тѣла или когда я вмѣсто цѣлой ножки бралъ только икриную мускуль съ его нервомъ. Только въ послѣднемъ случаѣ трудно уберечь испытывающій нервъ отъ высыханія, которое можетъ произвести сокращенія независимо отъ столбняка испытываемой мышцы.

5) Риттеровскій столбнякъ, какъ извѣстно, происходитъ по прекращеніи поляризующаго постояннаго тока вслѣдствіе положительной модификаціи въ области бывшаго анэлектротона; въ причинахъ, производящихъ его нѣтъ слѣдовательно ничего прерывистаго. Такъ какъ поляризующій токъ долженъ продолжаться нѣсколько минутъ, то вторая мышца приготавливалась только по замыканіи поляризующаго тока. Непосредственно предъ размыканіемъ послѣдняго, она была вправлена въ мышечный телеграфъ и нервъ наложенъ надлежащимъ образомъ на одну изъ мышцъ поляризуемой лапки. Всегда получалось вторичное сокращеніе въ моментъ размыканія тока и въ моментъ, когда столбнякъ прекращался перерѣзаніемъ нерва (при нисходящемъ токѣ). Только въ одномъ случаѣ произошелъ столбнякъ испытывающей мышцы, совпавшій съ столбнякомъ испытываемой; во всѣхъ прочихъ случаяхъ первая во все время столбняка оставалась въ покоѣ или давала неправильныя сокращенія, зависѣвшія по всей вѣроятности отъ неравномѣрнаго высыханія нерва. Можетъ быть, и въ единственномъ случаѣ, въ которомъ получился столбнякъ, послѣдній былъ не вторичный, а зависѣлъ также отъ высыханія нерва. Я потому пока не придаю всѣмъ относящимся сюда опытамъ никакого значенія и на мѣренъ повторить ихъ во влажной камерѣ.

Оставляя пока въ сторонѣ послѣдній случай, нельзя незамѣтить, что ясный вторичный столбнякъ получается только въ тѣхъ случаяхъ, когда первичный столбнякъ произведенъ рядомъ прерывающихся раздраженій — въ первомъ случаѣ рядомъ индукціонныхъ, во второмъ рядомъ механическихъ ударовъ. Для этихъ случаевъ мы слѣдовательно имѣемъ доказательство, что тоническое сокращеніе состоитъ изъ ряда мгновенныхъ, изъ которыхъ каждое сопровождается измѣненіемъ мышечнаго тока. Но для рефлективнаго и для химическаго столбняка какъ и для произвольнаго со-

\*) См. Eckhard, Experimentalphysiologie d. Nervensystems 1866 § 117.

кращенія должно искать другихъ доказательствъ и, пока ихъ нѣтъ, нельзя считать всякое тоническое сокращеніе состоящимъ изъ ряда одиночныхъ. Звукъ издаваемый мышцами при сокращеніи и недавно подверженный Гельмгольцомъ точнѣйшему изслѣдованію не можетъ служить неопровержимымъ доказательствомъ, потому что происходитъ и при сокращеніяхъ очевидно не сложныхъ, напр. при сокращеніяхъ сердца. Въ послѣднее время еще Марэй \*) занимался вопросомъ, слѣдуетъ ли сокращеніе сердечной мышцы разсматривать какъ содраганіе (secousse) или какъ сокращеніе (contraction), разумѣя подъ первымъ одиночное сокращеніе, а подъ вторымъ — сокращеніе состоящее изъ ряда одиночныхъ содраганій. Для рѣшенія этого вопроса онъ прибѣгнулъ также ко вторичному сокращенію. Не получивъ отъ сердца продолжительныхъ вторичныхъ сокращеній, а только мгновенныя вторичныя содраганія, онъ заключаетъ, что и самое сокращеніе сердца есть одиночное, хотя оно продолжается гораздо больше одиночнаго сокращенія другихъ поперечнополосатыхъ мышцъ. Это мнѣніе едва ли можетъ быть оспариваемо и, собственно говоря, было принято и прежде всѣми физиологами. И опытъ Марэй не новъ, \*\*) потому что и прежде извѣстно было, что отъ сердца можно получать не только вторичное, но и третичное сокращеніе и даже сокращенія еще высшихъ порядковъ. Только никто не пользовался этимъ опытомъ для доказыванія истины, которая казалась ненуждающейся въ доказательствѣ. Тѣмъ не менѣе положеніе, что всякое биеніе сердца есть одиночное сокращеніе также нуждалось въ положительныхъ доказательствахъ, какъ другое противорѣчащее ему и все-таки принимаемое всѣми физиологами, что всякое тетаническое сокращеніе есть сумма простыхъ содраганій.

Должно однакожь прибавить, что для рефлективнаго столбняка и для произвольнаго сокращенія это предположеніе дѣлается, хотя безъ доказательствъ, но не безъ основанія. Въ самомъ дѣлѣ въ этихъ двухъ случаяхъ возбужденіе исходитъ изъ нервныхъ центровъ, которымъ и по другимъ причинамъ приписывается свойство прерывистой дѣятельности. Нервные центры представляютъ распространенію возбужденія извѣстное препятствіе; чтобы превозмочь это препятствіе и перенести на нервъ, возбужденіе должно нарости до извѣстной высоты; для этого нарастанія требуется промежутокъ времени, въ который нервъ остается въ покоѣ. Лучшій примѣръ этого представляетъ именно сердце. Нервные центры его находятся въ немъ самомъ, и вслѣдствіе этого нельзя вызвать тетаническаго сокращенія сердца никакими средствами дѣйствующими не на самое сердце, а на его нервы. Что сердечная мышца, такъ же какъ всякая другая, способна къ тетаническому сокращенію видно изъ того, что послѣднее можно вызвать, дѣйствуя на самое сердце прерывистыми индукціонными токами. Чтобы произвести химическій столбнякъ сердца, я смачивалъ его на живой лягушкѣ разведеннымъ амміакомъ: сердце тотчасъ сжималось, поблѣднѣло и опустѣло, чтобы болѣе уже не расширяться и не наполняться кровію; только предсердія рѣдко и слабо сокращались, и отъ времени до времени маленькая капля крови пробиралась презъ сжатый желудочекъ. Слѣд. амміакъ не убивалъ сердца, а только тетанизировалъ его.

\*) Journal de l'Anatomie et de la Physiologie. 1866. Juillet et Août. Marey, Etudes graphiques sur la nature de la contraction musculaire.

\*\*) См. И. Свѣченъ, о животномъ электричествѣ 1862 стр. 115.

## 2) Нервный электротонъ при раздвоеніи поляризующаго тока.

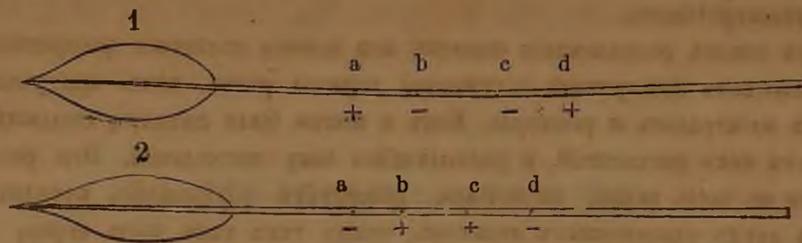
Извѣстно, что явленія измѣненной раздражительности нерва въ электротоническомъ состояніи часто затемняются другимъ измѣненіемъ, также зависящимъ отъ электротона, а именно измѣненіемъ проводящей способности нерва. Если бы оба эти измѣненія шли параллельно, т. е. если бы раздражительность нерва увеличивалась ровно на столько, на сколько уменьшается его проводность, то не было бы возможности отдѣлить одно измѣненіе отъ другаго. Только благодаря тому, что слабѣе токи измѣняютъ болѣе раздражительность чѣмъ проводящую способность нерва, Пюлюгеру удалось открыть общій законъ, что во время прохожденія постоянного тока по нерву раздражительность увеличивается въ области катода (катэлектротонъ) и уменьшается въ области анода (анэлектротонъ). При сколько нибудь сильномъ поляризующемъ токѣ законъ этотъ повидимому не вполне оправдывается: именно, когда токъ восходящій, раздраженіе катэлектротонического пространства менѣе дѣйствительно, чѣмъ при естественномъ состояніи нерва. Это противорѣчіе только кажущееся и объясняется тѣмъ, что сильный электротонъ (въ особенности анэлектротонъ) составляетъ препятствіе распространенію раздраженія.

Границы, въ которыхъ увеличеніе препятствія не мѣшаетъ проявленію катэлектротона, весьма тѣсны. Начиная съ самыхъ слабыхъ восходящихъ токовъ, при которыхъ, замыканіе едва даетъ сокращеніе, и усиливая токъ, мы очень скоро доходимъ до тока, при которомъ сокращенія получаютъ какъ замыканіемъ такъ и размыканіемъ цѣпи. Это средній токъ; по сильнѣе его токъ, хотя самъ по себѣ слабый, для нерва есть уже сильный и не даетъ уже замыкательнаго сокращенія, потому что катэлектротонъ встрѣчаетъ на пути къ мышцѣ довольно сильное препятствіе своему распространенію — въ анэлектротонѣ. При этой силѣ поляризующаго тока и всякое другое раздраженіе, дѣйствующее на катэлектротоническое пространство или на точки нерва выше лежація, окажется менѣе дѣйствительнымъ, чѣмъ безъ поляризующаго тока. Токъ одной даніелевой пары при обыкновенной раздражительности нерва довольно силенъ, чтобы препятствовать распространенію своего собственнаго катэлектротона, и для надлежащаго ослабленія этого тока необходимо бываетъ ввести то побочное замыканіе — реохордъ. Среднимъ токкомъ считается токъ равный мышечному, т. е. приблизительно въ 7 разъ ослабленный токъ даніелева элемента.

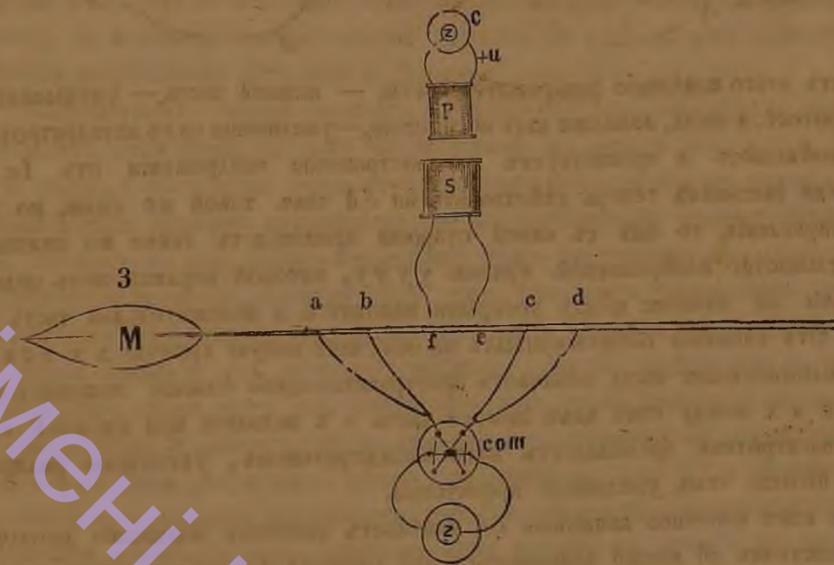
Производя опыты надъ электротономъ, мнѣ показалось желательнымъ расширить границы средняго тока. Это можетъ съ перваго взгляда показаться несбыточнымъ, такъ какъ съ усиленіемъ тока препятствіе растетъ вмѣстѣ съ раздражительностью и анэлектротоническое пространство увеличивается въ то время какъ катэлектротоническое пространство между полюсами напротивъ уменьшается. Задача состоитъ слѣд. въ томъ, чтобы усилить катэлектротонъ, не усиливая въ то-же время анэлектротона. Этого я достигаю слѣдующимъ образомъ:

Я раздѣляю поляризующій токъ (даніелевой пары) на двѣ вѣтви, употребляя вмѣсто простыхъ электродовъ двойные электроды, и эти двойные электроды привожу въ соприкосновеніе съ нервомъ, такъ чтобы одноименные полуэлектроды приходились посрединѣ, а другіе, также одноименные по крайямъ. Такой полари-

зующій токъ можно назвать *сходящимся*, когда въ срединѣ находятся отрицательные электроды (1), а *расходящимся*, когда положительные электроды находятся между отрицательными (2).



Расположеніе опыта слѣдующее: лягушечья лапка готовится такъ, чтобы нервъ ея имѣлъ возможно большую длину. Нервъ этотъ кладется на шести изолированныхъ другъ отъ друга проволокахъ a, b, f, e, c, d, расположенныхъ на равныхъ разстояніяхъ. Двѣ среднія проволоки f и e соединяются съ приводами саннаго аппарата; изъ 4-хъ остальныхъ проволокъ, двѣ крайнія a и d соединяются съ однимъ приводомъ, двѣ среднія b и c съ другимъ приводомъ даніелевой пары посредствомъ



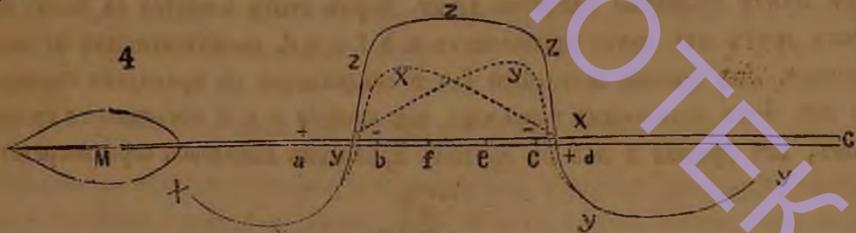
коммутатора, такъ чтобы можно было получать то сходящійся, то расходящійся токъ. Приводы e и f служатъ для раздраженія нерва индукціонными ударами получаемыми отъ прерыванія тока перичной спирали въ u, и удары эти могутъ быть ослаблены и усилены удаленіемъ или сближеніемъ спиралей; самое меньшее удаленіе спиралей, при которомъ получается еще сокращеніе, можетъ служить мѣрою раздражительности нерва въ точкахъ ef.

Выгоды этого расположенія очевидны. Во первыхъ самый нервъ, именно часть его cd, замѣняетъ собою реохордъ и ослабляетъ токъ ab. Во вторыхъ — и это главная выгода — вѣтвь тока cd сама служитъ для усиленія электротонического измѣненія раздражительности въ смыслѣ тока ab. Дѣйствіе электродовъ b и c сум-

мируется, между тѣмъ какъ дѣйствіе электродовъ а и d остается раздѣльнымъ. При сходящемся токъ катэлектротонъ между b и c растетъ быстрее чѣмъ электротонъ въ а и d; при расходящемся токъ, наоборотъ, анэлектротонъ преобладаетъ надъ катэлектротономъ.

При такомъ расположеніи опытовъ всѣ явленія измѣненія раздражительности во вѣднополномъ электротонѣ получаютъ гораздо рѣзче, чѣмъ при употребленіи простыхъ электродовъ и реохорда. Какъ и можно было ожидать, сходящійся токъ дѣйствуетъ какъ восходящій, а расходящійся какъ нисходящій. Все различіе въ томъ, что та часть нерва, на которое дѣйствуетъ раздраженіе, находится подъ вліяніемъ двухъ одноименныхъ полюсовъ, между тѣмъ какъ часть нерва, по которому раздраженіе распространяется, находится подъ вліяніемъ только одного полюса.

Схематическая фигура 4 показываетъ это весьма ясно. Часть нерва а b поляризуется сильнымъ восходящимъ токомъ. Кривая х х х х изображаетъ проис-



ходящее отъ этого измѣненіе раздражительности, — нижняя часть — уменьшеніе ея въ анэлектротонѣ, а часть, лежащая надъ абсциссою, — увеличеніе ея въ катэлектротонѣ; первое преобладаетъ и препятствуетъ распространенію раздраженія отъ fe къ мышцѣ. Если заставимъ теперь дѣйствовать на cd токъ такой же силы, но противнаго направленія, то онъ съ своей стороны произведетъ такое же измѣненіе раздражительности, изображаемое кривою у у у у, которой верхняя часть падаетъ между тѣми же точками между которыми находится и положительная часть кривой х х х. Отъ сложенія обѣихъ кривыхъ мы получимъ новую кривую х х z z y y, которой положительная часть обнимаетъ пространство вдвое больше положительной половины х х х между тѣмъ какъ нижняя часть х х осталась при прежней величинѣ: катэлектротонъ преобладаетъ надъ анэлектротономъ, увеличеніе раздражительности больше чѣмъ увеличеніе препятствія.

Такъ какъ побочное замыканіе с d замѣняетъ побочное замыканіе реохорда, то пространствомъ с d можно пользоваться для усиленія и ослабленія тока въ пространствѣ а b. Для этого стоитъ только удалять или сближать между собою проволоки с и d. При значительномъ сопротивленіи, которое нервъ представляетъ гальваническому току, незначительное сближеніе электродовъ с и d произведетъ значительное усиленіе тока между этими точками и соответственное ослабленіе его между точками а и b; раздвиганіе с и d будетъ имѣть противоположное дѣйствіе. Далѣе можно расположить проволоки b, f, e и c въ болѣе близкихъ разстояніяхъ другъ отъ друга, что должно оказаться еще дѣйствительнѣе. Но и при описанномъ расположеніи опытовъ достигается уже то, что раздвоенный токъ ланглева элемента остается еще въ предѣлахъ среднего тока.

Н. Бернштейнъ.

## О ТЕПЛОВЫХЪ ЯВЛЕНІЯХЪ

### ОБНАРУЖИВАЮЩИХСЯ ПРИ СОЕДИНЕНІИ ЖИДКОСТЕЙ.

#### I. Критическій обзоръ изслѣдованій по термохиміи жидкостей.

При самомъ основаніи новѣйшей химіи, въ концѣ прошлаго столѣтія, уже извѣстно было, что всякое химическое соединеніе сопровождается тепловыми измѣненіями; но первымъ замѣчательнымъ трудомъ въ этой области должно безспорно считаться изслѣдованіе Лавуазье и Лапласа <sup>1)</sup>.

Посредствомъ своего ледяного калориметра они опредѣлили теплоемкость нѣсколькихъ жидкостей, въ томъ числѣ сѣрной кислоты и нѣсколькихъ соединеній ея съ водою, и количество тепла, отдѣляющагося при образованіи этихъ соединеній. Употребленіемъ ледяного калориметра они въ значительной степени избѣжали ошибокъ, которыя въ ихъ время непременно были бы внесены въ результатъ употребленіемъ термометра, который былъ тогда еще очень несовершененъ; термометръ служилъ имъ только для опредѣленія *начальной* температуры нагрѣтой жидкости, т. е. самой большой изъ термометрическихъ данныхъ, входящихъ въ опредѣленіе теплоемкости; кромѣ того они брали огромныя массы жидкостей, 2 — 3 фунта. При опредѣленіи количества тепла, отдѣляемыхъ соединеніемъ двухъ тѣлъ, термометръ вовсе былъ исключенъ: опыты производились при 0° и количество тепла измѣрялось количествомъ растаявшаго льда. Результаты тѣхъ и другихъ опредѣленій, при такихъ условіяхъ, безъ сомнѣнія, были близки къ истинѣ, но тогда еще не были извѣстны способы приготовленія тѣлъ въ чистомъ видѣ и, по удѣльнымъ вѣсамъ кислотъ, употребленныхъ Лавуазье и Лапласомъ видно, что это не были чистыя, опредѣленнаго состава, тѣла; поэтому сравненіе ихъ термическихъ результатовъ съ новѣйшими — невозможно. Но еще замѣчательнѣе чѣмъ точность ихъ экспериментальныхъ методовъ, идея, которая руководила этими двумя великими изслѣдователями. Я подробно изложу ихъ ниже.

Слѣдующій за тѣмъ по времени трудъ принадлежитъ Гадолину <sup>2)</sup>. Трудъ этотъ, предпринятый совершенно съ той же точки зрѣнія какъ и предъидущій, замѣчательенъ по своему плану. Авторъ опредѣлилъ теплоемкость сѣрной кислоты

<sup>1)</sup> Mem. de l'acad. pour 1780, издан. въ 1784.

<sup>2)</sup> Croll's Chem. Ann. t. 1. 1786.

и теплоемкости шести соединеній ея съ водою; затѣмъ онъ опредѣлилъ возвышеніе температуры, происходящее при образованіи этихъ шести соединеній. Но съ экспериментальной точки зрѣнія трудъ этотъ неудовлетворителенъ: поправки на охлажденіе не производилось, хотя возвышеніе температуры доходило иногда до  $100^{\circ}$  и выше; опыты производились въ стеклянныхъ и фарфоровыхъ посудахъ, наконецъ термометрическія наблюденія очень грубы.

Шмидтъ <sup>1)</sup> наблюдалъ измѣненія температуры и измѣненія объема при смѣшиваніи воды со спиртомъ удѣльнаго вѣса 0,889, съ нордгаузенской сѣрной кислотой, крѣпкой азотной и крѣпкой сѣрной кислотой, съ цѣлю объяснить отдѣленіе теплоты измѣненіемъ объема; но его опыты очень грубы и его взглядъ на вопросъ гораздо менѣе правиленъ: отдѣленіе тепла онъ приписываетъ одной изъ двухъ соединяющихся жидкостей. Кромѣ того онъ беретъ вмѣсто чистыхъ и опредѣленныхъ химическихъ соединеній, жидкости сложнаго состава, какъ напр. нордгаузенскую сѣрную кислоту, крѣпкій, но не безводный спиртъ и т. д.

Съ открытіемъ закона кратныхъ пропорцій, въ началѣ текущаго столѣтія, термохимическія изслѣдованія были совершенно оставлены; всѣ наличныя силы обратились на изученіе этого важнаго закона, вездѣ стали искать его проявленій, даже тамъ, гдѣ всего менѣе можно было ожидать ихъ; это случилось и въ области разсматриваемыхъ нами явленій.

Гессъ <sup>2)</sup>, смѣшивая различныя гидраты сѣрной кислоты, составленныя въ эквивалентныхъ пропорціяхъ, съ избыткомъ воды, нашелъ, что количества теплоты, которыя при этомъ отдѣляются, если ихъ отнести къ единицѣ кислоты, находятся между собою въ простыхъ и кратныхъ отношеніяхъ.

Это заключеніе до такой степени обратило на себя вниманіе химиковъ, что съ него въ исторіи термохиміи начинается новая эпоха. Прежніе взгляды на предметъ, прежніе способы располагать опыты и представлять ихъ результаты *независимо отъ всякихъ предположеній*, были совершенно оставлены: всѣ усилія обратились на то, чтобы доказать вѣрность или невѣрность закона, открытаго Гессомъ. Это имѣло чрезвычайно вредное вліяніе на развитіе этой части науки. Вмѣсто того чтобы изслѣдовать явленіе во всемъ его объемѣ, стали изучать только небольшую долю его; вмѣсто того чтобы опредѣлять всю кривую, представляющую количества тепла, отдѣляющіяся при смѣшиваніи двухъ жидкостей, обратились къ изученію нѣсколькихъ точекъ этой кривой, составляющихъ одну сторону ея; другія явленія, сопровождающія въ этомъ случаѣ тепловыя проявленія, совершенно упущены изъ виду.

При дальнѣйшихъ своихъ изслѣдованіяхъ, Гессъ опредѣлялъ количества тепла, отдѣляющіяся при смѣшеніи моногидратовъ сѣрной и азотной кислотъ съ различными эквивалентными количествами воды, онъ нашелъ, что и здѣсь количества отдѣленнаго тепла, находятся между собою въ простыхъ и кратныхъ отношеніяхъ.

Что касается до экспериментальной стороны работъ Гесса, то она очень слаба. Онъ употреблялъ для своихъ опредѣленій мѣдный вызолоченный внутри сосудъ, плотно запиравшійся и погруженный въ другой мѣдный сосудъ, наполненный

<sup>1)</sup> Green Neu Journ. t. 1. 1796.

<sup>2)</sup> Bullet. de St. Pétersbourg 1837, Pogg. t. 47.

водою. Кислота и вода помѣщались во внутренней сосудъ; термометръ, погруженный въ наружный сосудъ, показывалъ возвышеніе температуры прибора послѣ смѣшенія. Гессъ говоритъ, что на его термометръ можно было считывать десяти доли градуса, но не даетъ никакихъ подробностей относительно того, производилось ли считываніе вооруженнымъ или невооруженнымъ глазомъ; должно предполагать послѣднее, въ такомъ случаѣ  $0,1^{\circ}$  есть вѣроятная ошибка считыванія, а при большей части его опытовъ возвышенія температуры были отъ  $2^{\circ}$  —  $10^{\circ}$  и поправки на охлажденіе не производились. Изъ этого слѣдуетъ, что вѣроятная ошибка въ опредѣленіи измѣненій температуры не менѣе  $\frac{1}{20}$  всей опредѣляемой величины; но измѣненіе температуры входитъ въ составъ опредѣляемыхъ количествъ тепла какъ множитель, слѣдовательно и эти количества должны заключать въ себѣ такую же ошибку. Уже изъ этого видно, что числа, полученныя Гессомъ, могутъ представлять лишь довольно грубое приближеніе. Въ этомъ легко убѣдиться, сравнивая числа, полученныя имъ при повтореніи одного и того же опыта; такъ напр. для величины термической единицы, для соединенія сѣрной кислоты  $SO_2HO$  съ водою, Гессъ нашелъ слѣдующія цифры:

1 рядъ <sup>1)</sup> .	2 рядъ <sup>2)</sup> .
38,88.	43,89.
38,28.	42,90.
38,09.	43,46.
38,83.	47,20.
39,23.	46,60.
39,23.	40,00.
	45,80.
	41,00.

Числа каждаго ряда получены совершенно одинаковымъ способомъ и однако же отличаются одно отъ другаго иногда на  $\frac{1}{10}$  всей своей величины.

При всѣхъ приведенныхъ выше опредѣленіяхъ термическаго эквивалента сѣрной кислоты относительно воды, Гессъ допустилъ кромѣ того предположеніе, въ высшей степени невѣроятное <sup>3)</sup>. Вмѣсто того, чтобы брать прямо моногидратъ, онъ беретъ кислоту произвольнаго состава съ большимъ содержаніемъ воды и вычисляетъ термическій эквивалентъ  $X$  моногидрата по формулѣ

$$X = \frac{mt}{ya + zb}$$

гдѣ  $a$  и  $b$  выражаютъ количества обоихъ гидратовъ въ опредѣленныхъ пропорціяхъ, изъ смѣси которыхъ состоитъ взятая кислота,  $y$  и  $z$  — числа пропорцій тепла, соответствующія для каждаго изъ гидратовъ, количеству прибавленной воды. Это какъ видно заключаетъ въ себѣ *implicite* предположеніе, что при смѣшиваніи съ водою смѣси двухъ опредѣленныхъ гидратовъ, отдѣляющееся количество тепла есть средняя арифметическая между этими количествами, которыя отдѣлять бы каждый изъ гидратовъ отдѣльно при смѣшиваніи съ даннымъ количествомъ воды.

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. t. 53, § 88.

<sup>2)</sup> Id. t. 56, § 102.

<sup>3)</sup> Id. § 88 и § 103.

Предположеніе совершенно произвольное и невѣроятное. Если бы Гессъ сообщилъ вполне подлинныя результаты опытовъ, то по всей вѣроятности изъ нихъ и можно было бы усмотрѣть ошибочность этого предположенія; но онъ даетъ лишь конечныя, поправленныя на основаніи этого предположенія, числа. Сколько мнѣ извѣстно, никто до сихъ поръ еще не обратилъ вниманія на эту капитальную ошибку, внесенную Гессомъ въ его послѣднія и лучшія термохимическія опредѣленія, а между тѣмъ она вполне подрываетъ ихъ достоинство.

Слѣдующій по времени трудъ принадлежитъ Грэму <sup>1)</sup>. Этотъ ученый смѣшивалъ различныя гидраты кислотъ съ *несравненно большимъ* количествомъ воды. Я покажу ниже, что опыты такого рода не могутъ дать точныхъ результатовъ. Кроме того, съ экспериментальной стороны, исследование Грэма представляетъ тѣ же недостатки, какъ и опыты Гесса.

Тѣмъ не менѣе нельзя оставить безъ вниманія одинъ изъ выводовъ Грэма, который, если бы былъ вѣренъ, составилъ бы фактъ чрезвычайной важности. Смѣшивая съ большимъ количествомъ воды гидратъ  $\text{SO}_3 \cdot \text{HO} + 25$  а. Грэмъ получилъ возвышеніе температуры  $0^{\circ},15$ , гидратъ сохранялся три дня, прежде чѣмъ былъ употребленъ для опыта; далѣе, тотъ часъ же по приготовленіи, говоритъ онъ, этотъ же гидратъ отдѣлялъ при смѣшиваніи съ водою гораздо меньшее количество тепла, такъ при одномъ опытѣ получилось  $0,06$ . Кислота  $\text{SO}_3 \cdot \text{HO} + 49$  а. при смѣшиваніи съ водою чрезъ три часа по приготовленіи произвела возвышеніе температуры  $0^{\circ},08$ . Смѣшеніе того же гидрата съ водою чрезъ 24 часа по приготовленіи дало возвышеніе температуры  $0^{\circ},13$ . Я покажу ниже, что эти разницы основаны на ошибкахъ наблюденія.

Трудъ Абрія <sup>2)</sup> о количествахъ тепла, отдѣляющихся при смѣшиваніи воды съ моногидратомъ сѣрной кислоты, есть безспорно самый замѣчательный въ нашей области. Приборъ, который онъ употреблялъ, можно считать вполне удовлетворительнымъ; онъ состоялъ изъ мѣднаго вызолоченнаго сосуда, въ которомъ помѣщались отдѣльно вода и кислота и который герметически запырался; этотъ сосудъ помѣщался въ другомъ сосудѣ, наполненномъ водою, нагреваніе которой вслѣдствіе смѣшиванія жидкостей внутренняго сосуда, давало мѣру количества отдѣленнаго тепла. Термометры были построены самимъ Абріа и наблюдались посредствомъ зрительной трубки; можно слѣдовательно было рассчитывать на точность сотыхъ долей градуса. Поправка на охлажденіе производилась обыкновеннымъ образомъ, прямымъ наблюденіемъ. Наконецъ, для большей части своихъ опытовъ Абрія сообщаетъ не только конечныя результаты, но и непосредственные результаты наблюденія, такъ что есть возможность повѣрить и точность вычисленія и судить вполне о степени точности опыта. Наибольшія разности въ результатахъ при повтореніи одного и того же опыта, за исключеніемъ двухъ случаевъ, гдѣ онъ доходятъ до  $\frac{1}{60}$ , вообще говоря не превосходятъ  $0,01$  всей опредѣляемой величины. Вообще это изслѣдованіе не только самое лучшее въ области нашихъ явленій, но и вообще можетъ быть названо превосходнымъ. Этотъ трудъ безъ сравненія лучше всѣхъ тѣхъ, которые явились позже его. Единственное обстоятельство, допускающее нѣсколько сомнѣніе,

<sup>1)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 v. t. 8.

<sup>2)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 v. t. 13. 1844.

это — чистота кислоты. Абрія говоритъ, что приготовлялъ свою кислоту перегонкою и затѣмъ выпариваніемъ продажной кислоты до трехъ четвертей первоначальнаго объема; онъ прибавляетъ, что въ большей части случаевъ удостовѣрялся посредствомъ анализа или опредѣленія удѣльнаго вѣса, что его кислота есть моногидратъ; но въ настоящее время изъ опытовъ Мариньяка <sup>1)</sup> извѣстно, что выпариваніемъ нельзя получить моногидратъ. Я подвергну ниже подробному обсужденію результаты его труда, теперь же замѣчу, что возвышеніе температуры калориметра было всегда  $3^{\circ} - 4^{\circ}$ , слѣдовательно вѣроятная ошибка термометрической данной должна быть немногимъ болѣе  $\frac{1}{200}$ , и такова же приблизительно должна быть ошибка конечнаго результата, такъ какъ всѣ другія количества, входящія въ составъ его, какъ напр. вѣсъ воды, калориметра, кислоты и т. д. могутъ быть опредѣляемы съ гораздо болѣею точностію.

Фавръ и Зильберманъ <sup>2)</sup> посвятили часть обширнаго труда своего, получившаго премію Парижской академіи наукъ, изученію тепловыхъ явленій, происходящихъ при смѣшиваніи кислотъ съ водою. Они употребили для этой части своего труда особенный ртутный калориметръ, посредствомъ котораго опыты производятся очень быстро и требуютъ очень малаго количества матеріала. Описаніе этого калориметра находится теперь во всѣхъ трактатахъ химіи и потому я не считаю нужнымъ распространяться объ его устройствѣ, а разсмотрю только степень точности, которой можно отъ него ожидать.

Показанія ртутнаго калориметра выражаются, какъ извѣстно, прямо въ единицахъ теплоты. Для того чтобы опредѣлять какому числу единицъ тепла соответствуетъ передвиженіе указательнаго столбика калориметра на одно дѣленіе, Фавръ и Зильберманъ вносятъ въ муфель калориметра извѣстное количество воды, нагрѣтой до кипѣнія. Для этого воду нагреваютъ въ стеклянной пипетѣ особой формы, вставивъ предварительно кончикъ ея въ муфель и за тѣмъ поворачивая пипетку, производятъ выливаніе изъ нея жидкости. Ясно, что при этомъ часть жидкости падаетъ въ муфель въ видѣ паровъ, количество которыхъ при каждомъ опытѣ будетъ различно, смотря потому, какъ производилась манипуляція. Для доказательства точности этого способа опредѣлять калориметрическую единицу прибора, Фавръ и Зильберманъ приводятъ слѣдующія числа, полученные для ихъ калориметра при совершенно одинаковыхъ условіяхъ:

Калориметрическая величина <sup>1D</sup>

0, 29776.

0, 30230.

0, 29441.

0, 30685.

Средн. 0, 30033.

Какъ видно, результаты отдѣльныхъ опытовъ отличаются другъ отъ друга на  $\frac{1}{30}$  всей своей величины и это при самыхъ выгодныхъ условіяхъ, что никакъ нельзя считать удовлетворительнымъ.

<sup>1)</sup> Handwörterbuch t. 7.

<sup>2)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 v. t. 36, 37.

Кроме того, для того чтобы показанія ртутнаго калориметра были вѣрны необходимо условие то, чтобы всѣ части калориметра и оба тѣла въ моментъ соединенія имѣли *одинаковую температуру*, потому что если температура одного изъ тѣлъ, или обоихъ, выше напр. нежели температура калориметра, то эта разность явится въ конечномъ результатѣ какъ тепло, отдѣлившееся при реакціи, и влияние этой разницы въ тѣхъ случаяхъ, когда все опредѣляемое количество тепла невелико, можетъ быть значительно. Между тѣмъ не представляется никакихъ средствъ знать температуру различныхъ частей прибора и даже температуру обѣихъ жидкостей въ моментъ ихъ смѣшиванія. Единственная данная, дающая нѣкоторое указаніе относительно этого — неподвижность указательнаго столбика калориметра; но и ею почти невозможно пользоваться на практикѣ, потому что послѣ *каждаго* опыта калориметръ очевидно уже не находится въ равновѣсіи, а такъ какъ возстановленія равновѣсія пришлось бы ждать очень долго, Фавръ и Зильберманъ производили опытъ, не дожидаясь наступленія равновѣсія, а опредѣливъ только ходъ указательнаго столбика и потомъ дѣлали поправку. Какимъ образомъ производилась эта поправка, у нихъ не показано и очевидно, что она должна была заключать много произвольнаго, такъ какъ ходъ измѣненій температуры въ приборѣ, составленномъ изъ нѣсколькихъ слоевъ стекла, ртути и металла (муфель) можетъ быть очень различенъ, смотря по обстоятельствамъ.

Изъ этого видно, что показаніе ртутнаго калориметра не только не точны, но и, что еще важнѣе, невозможно опредѣлить даже приблизительно величину вѣроятной погрѣшности *каждаго* наблюденія. Сравнивая числа, полученныя посредствомъ ртутнаго калориметра при повтореніи одного и того же опыта, легко замѣтить и эту неточность. Такъ, при соединеніи 1 грамма  $SO_3 HO$  съ водою, Фавръ и Зильберманъ получили:

Съ однимъ эквивалент. воды	64,7.
” ” ”	63,8.
” ” ”	65,6.
Съ семью эквивалент. воды	141,0.
” ” ”	142,6.
Съ осмью эквивалент. воды	144,6.
” ” ”	145,7.

Наибольшая разность первыхъ трехъ опредѣленій доходитъ почти до  $\frac{1}{30}$  всей ихъ величины; для 7 эквив. воды разность обоихъ опредѣленій 1,6, а разность между среднею для 7 эквив. воды и среднею для 8 эквив. 3,3, т. е. всего вдвое больше разности отдѣльнаго опредѣленія для одного и того же случая. Очевидно на такихъ результатахъ нельзя основывать никакихъ выводовъ.

Я считаю поэтому бесполезнымъ разбирать вполнѣ самыя числа, полученныя посредствомъ этого прибора, тѣмъ болѣе, что относительно чистоты употребленныхъ веществъ, авторы не сообщаютъ никакихъ данныхъ, а для сѣрной кислоты напр. это, какъ я уже упомянулъ, вопросъ весьма важный и затруднительный.

Томсенъ <sup>1)</sup> въ своемъ «опытѣ термохимической системы» представляетъ

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. t. 88, 90, 91 и 92.

длинный рядъ опредѣленій количествъ тепла, отдѣляющихся при смѣшиваніи различныхъ кислотъ съ водою. При всѣхъ своихъ опытахъ Томсенъ смѣшивалъ различныя кислоты съ очень большимъ количествомъ воды (около 500 эквив. воды на 1 эквив. кислоты). Я уже упоминалъ, что такимъ образомъ расположенные опыты не могутъ дать точныхъ результатовъ и представлю ниже доказательства этого положенія; что же касается до самаго метода опредѣленій количествъ тепла, употребленнаго Томсеномъ, то онъ весьма неудовлетворителенъ. Приборъ состоялъ изъ двухъ стеклянныхъ сосудовъ, расположенныхъ одинъ надъ другимъ; нижній содержалъ воду, отъ 1000 до 2000 граммовъ, верхній гидратъ кислоты отъ 10 до 25 граммовъ; термометръ, погруженный въ каждый сосудъ, указывалъ въ немъ температуру жидкости, которой равномерность достигалась посредствомъ взбалтыванія; открывая клапанъ верхняго сосуда, жидкость его переводилась въ нижній, содержащій воду и происшедшее отъ того измѣненіе температуры наблюдалось. Величина этого измѣненія была обыкновенно около  $1^\circ$ . Теплоемкость кислотъ, служившихъ для опыта, не была извѣстна, и потому чтобы исключить ея влияние, Томсенъ располагалъ опытъ такимъ образомъ, чтобы температура смѣси была равна температурѣ взятаго гидрата. Это какъ видно предполагаетъ, что гидратъ даже въ смѣси съ водою сохраняетъ свою теплоемкость. Впрочемъ неточность этого предположенія не можетъ имѣть значительнаго влияния на результатъ; гораздо важнѣе слѣдующее: Томсенъ даетъ при своихъ числахъ сотыя и даже тысячныя доли градуса, а между тѣмъ ни слова не говоритъ о томъ, каковы были его термометры и какія предосторожности онъ употреблялъ для полученія столь точныхъ результатовъ, какъ будто бы дѣло шло о такомъ простомъ измѣрительномъ приѣмѣ, какъ напр. взвѣшиваніе. Между тѣмъ всякому, кто занимался точными термометрическими опредѣленіями извѣстно, что для того чтобы опредѣлять температуры съ точностію до  $0^\circ,1$  нужно имѣть термометры хорошо вывѣренныя и принимать много предосторожностей; чтобы рассчитывать на ошибку не болѣе  $0^\circ,01$ , необходимо имѣть термометры, которыхъ внутренній калибръ тщательно провѣренъ послѣ градуированія, т. е. термометры съ произвольной скалой, необходимо послѣ *каждаго* опыта провѣрять положеніе точки  $0^\circ$ . Кроме того если термометръ такъ чувствителенъ, что позволяетъ наблюдать  $0^\circ,01$ , его показанія даже при самыхъ выгодныхъ условіяхъ постоянства такъ быстро *измѣняются*, что совершенно невозможно привести жидкость, въ которую онъ погруженъ, къ какой либо напередъ опредѣленной температурѣ и съ точностію опредѣлить ее, а необходимо наблюдать тѣ температуры, которыя всего удобнѣе для наблюденія, т. е. *maxima* и *minima* напр., и довольствоваться приближеніемъ къ желаемой температурѣ, производя потомъ поправку. Все это повидимому было совершенно неизвѣстно Томсену. Онъ не упоминаетъ также ни слова о томъ, какимъ образомъ онъ получалъ чистыя опредѣленнаго состава гидраты, что тоже дѣло не легкое. Я думаю поэтому, что результаты, полученныя съ такою неосмотрительностію не заслуживаютъ вниманія, не смотря на роскошь десятичныхъ знаковъ. Вѣроятная ошибка термометрическихъ данныхъ Томсена, если онъ употреблялъ существующіе въ продажѣ такъ называемые тонкіе термометры, должна быть не менѣе  $0^\circ,1$ , а такъ какъ измѣненія температуры при смѣшиваніи были въ его опытѣ около  $1^\circ$ , то въ конечномъ результатѣ должны быть ошибки, доходящія до  $0,1$  всей опредѣляемой величины и больше. Я считаю поэтому бесполезнымъ

разбирать способъ вычисленія результатовъ, который употреблялъ Томсенъ, и самыя числа, замѣчу только, что конечный результатъ получался посредствомъ сложной формулы, произвольно составленной и для повѣрки которой Томсенъ производилъ особенные опыты, наливъ въ верхній сосудъ теплую воду — способъ, противъ котораго также весьма многое можно возразить.

Что касается до жидкостей, которыя вовсе не могутъ образовать между собою соединеній въ опредѣленныхъ пропорціяхъ, то первыя наблюденія относительно тепловыхъ измѣненій, происходящихъ при ихъ смѣшиваніи — принадлежатъ мнѣ.

Я показалъ <sup>1)</sup>, что въ моментъ образованія такихъ смѣсей иногда происходятъ значительныя повышенія температуры (иногда до 9°); между прочимъ особенно замѣчательнъ тотъ фактъ, что при смѣшиваніи некоторыхъ жидкостей, каковы напр. эфиръ и терпентинное масло, уксусный эфиръ и спиртъ, происходитъ значительное пониженіе температуры, т. е. поглощеніе тепла, которое не можетъ быть приписано, какъ въ другихъ прежде извѣстныхъ этого рода случаяхъ (раствореніе солей, разбавленіе соляныхъ растворовъ) переходу одного изъ соединяющихся тѣлъ изъ твердаго состоянія въ жидкое.

Сень Клеръ Девиаль <sup>2)</sup> напечаталъ только краткое извлеченіе изъ большаго труда, предпринятаго имъ для изученія занимающихъ насъ явленій. Онъ опредѣлилъ, говорить онъ, теплоемкость и удѣльный вѣсъ значительнаго числа смѣсей жидкостей, и количества тепла, отдѣляющіяся при ихъ образованіи, но онъ представилъ лишь очень небольшое число числовыхъ данныхъ и только вкратцѣ упоминаетъ о своихъ методахъ; о достоинствѣ полученныхъ имъ результатовъ поэтому судить невозможно.

Фавръ и Куальяръ <sup>3)</sup> представили также нѣсколько таблицъ результатовъ, полученныхъ ими при изученіи количества тепла, отдѣляющагося при смѣшиваніи воды съ сѣрной кислотой, уксусною кислотой и нѣкоторыми солями. Эти результаты получены посредствомъ ртутнаго калориметра и потому представляютъ тѣ-же недостатки, какъ и результаты Фавра и Зильбермана. Такъ напр., прибавляя воду послѣдовательно къ 49 граммамъ сѣрной кислоты и прибавляя ее за разъ въ другомъ опытѣ, Фавръ и Куальяръ получили:

Для 1-го эквивалента воды:	
Прибав. по частямъ . . .	3187,9. ед. тепл.
» за разъ . . .	3256,4. » »
Для 2-хъ эквивалентовъ воды:	
Прибав. по частямъ . . .	1590,3. » »
» за разъ . . .	1622,0. » »

Еслибы опыты были точны, то первые два числа были бы тождественны и вторыя два также.

Нѣсколько позже Фавръ напечаталъ еще мемуаръ о томъ же предметѣ <sup>4)</sup>, въ которомъ представилъ количества тепла, проявляющіяся при соединеніи воды и уксусной кислоты со спиртомъ и глицериномъ, полученные тѣмъ же способомъ.

<sup>1)</sup> Bullet. de la Soc. de Moscou 1857. № 3.

<sup>2)</sup> Comp. Rend. t. 50 p. 1860.

<sup>3)</sup> Comp. Rend. t. 50 p. 1150.

<sup>4)</sup> Comp. Rend. t. 51 p. 316, 1860.

Замѣчанія, высказанныя мною по поводу прежнихъ результатовъ Фавра и Зильбермана, относятся поэтому вполне и ко всѣмъ этимъ новымъ результатамъ.

Бюсси и Бюинье <sup>1)</sup>, по поводу изслѣдованія синильной кислоты, обратили вниманіе и на тепловыя явленія, происходящія при соединеніи этого тѣла съ водою. Позже они напечатали особый трудъ, имѣющій предметомъ этого рода явленія, обнаруживающіяся при смѣшиваніи различныхъ углеродистыхъ жидкостей <sup>2)</sup>. При всѣхъ своихъ опытахъ Бюсси и Бюинье наблюдали только измѣненія температуры; опыты надъ синильною кислотой и водою производились въ трубкѣ, вмѣшавшей около 12 куб. сант. смѣси, въ которую былъ погруженъ термометръ и налита одна изъ жидкостей; другая жидкость помѣщалась въ подобной трубкѣ и имѣла также термометръ. Когда оба термометра показывали одинаковую температуру, жидкости смѣшивались и наблюдалась температура смѣси. При опытахъ своихъ надъ другими жидкостями, Бюсси и Бюинье употребляли приборъ большаго, размѣра состоявшій изъ двухъ тонкихъ стеклянныхъ сосудовъ, расположенныхъ другъ надъ другомъ; верхній сосудъ сообщался съ нижнимъ посредствомъ тонкой трубки, на которой былъ кранъ; въ оба сосуда погружались термометры и въ каждый наливалась одна изъ жидкостей; когда термометры показывали тождественную температуру, кранъ открывался и жидкость верхняго сосуда переходила въ нижній; послѣ легкаго взбалтыванія прибора рукою, наблюдалась температура смѣси. Количество смѣси было различное: для синильной кислоты и воды около 12 куб. сант., для другихъ жидкостей иногда около 100 куб. сант., иногда и гораздо меньшее, вслѣдствіе того, что авторы старались брать эквивалентныя количества веществъ.

Наибольшее пониженіе температуры, которое они наблюдали, доходитъ до 10° (синильная кислота и вода) наибольшее повышеніе до 14° (эфиръ и хлороформъ). Они нашли также, и это самый значительный и новый результатъ ихъ труда, что если опыты производились при различныхъ температурахъ, то повышенія и пониженія температуры тѣмъ значительнѣе, чѣмъ выше температура, при которой производится опытъ, такъ, что напр. получаются при смѣшиваніи:

	при 0°	при 14°
Синильной кислоты и воды	6°,4.	— 9°,7
	при 0°	при 21°,9
Сѣрнистаго углерода и спирта	3,0	— 5,6.

Бюсси и Бюинье произвели также значительное число опредѣленій плотности смѣсей, а именно смѣсей синильной кислоты и воды, алкооля и сѣрнистаго углерода, хлороформа и алкооля, эфира и сѣрнистаго углерода (числа, относящіяся къ двумъ послѣднимъ смѣсямъ не представлены). Они заключили изъ этихъ опредѣленій, что между измѣненіемъ температуры и измѣненіемъ объема въ моментъ смѣшенія нѣтъ прямаго отношенія, такъ какъ иногда происходитъ сжатіе и поглощеніе тепла, иногда сжатіе и отдѣленіе тепла.

Опыты Бюсси и Бюинье, какъ видно, имѣютъ совершенно характеръ предварительнаго изслѣдованія, имѣютъ значеніе какъ качественныя указанія, такъ какъ они вездѣ даютъ лишь измѣненія температуры, а не количества тепла, отдѣляемыя

<sup>1)</sup> Ann. Ch. Ph. 4 v. t. III p. 231. 1864.

<sup>2)</sup> Ann. Ch. Ph. 4 v. :. IV p. 5. 1865.

и поглощаемыя при смѣшиваніи жидкостей, которыя одни могутъ быть сравниваемы между собою для открытія истинныхъ законовъ явленія. Нѣтъ надобности поэтому подвергать ихъ подробному обсужденію.

Изложивъ исторію фактической разработки нашего предмета, я обращаюсь теперь къ изученію идей, которыми руководились различные послѣдователи, и теоретическихъ выводовъ къ которымъ они были приведены.

Идеи, которыми руководились первые изслѣдователи тепловыхъ явленій, сопровождающихъ химическое соединеніе, совершенно отличны отъ тѣхъ, подъ вліяніемъ которыхъ произведены новѣйшія изслѣдованія, и притомъ весьма замѣчательны. Самое полное и ясное изложеніе ихъ, мы встрѣчаемъ въ первомъ трудѣ по нашему предмету, именно въ мемуарѣ Лавуазье и Лапласа <sup>1)</sup>. Я представлю здѣсь подробное изложеніе ихъ разсужденія объ опредѣленіи температуры абсолютнаго нуля термометра, такъ какъ оно заключаетъ полное изложеніе ихъ взгляда и на нашъ предметъ.

Упомянувъ о двухъ способахъ представлять себѣ причину тепловыхъ явленій, какъ особую жидкость и какъ движеніе частицъ, великіе эти изслѣдователи замѣчаютъ, что относительно настоящаго вопроса объ гипотезы тождественны и что для того чтобы перейти отъ одной къ другой, стоитъ только замѣнить выраженія: свободная теплота, поглощеніе теплоты, отдѣленіе теплоты, выраженіями: живая сила, потеря живой силы, увеличеніе живой силы.

Всѣ тѣла при 0°, продолжаютъ далѣе авторы, очевидно содержать еще весьма значительное количество тепла; весьма важно было бы знать на сколько градусовъ ниже 0° надобно охладить тѣла, для того чтобы они вовсе не содержали тепла. Теплота, отдѣляющаяся при соединеніи двухъ тѣлъ, не будучи слѣдствіемъ неравенства температуръ, можетъ послужить, быть можетъ, къ отысканію абсолютнаго 0°. Если означить чрезъ

$m$  и  $n$  вѣсовыя количества двухъ тѣлъ

$a$  и  $b$  отношенія абсолютныхъ количествъ тепла, заключающіяся въ единицѣ вѣса каждаго изъ нихъ при 0° къ абсолютному количеству тепла въ водѣ при 0°,

$c$  ту же величину для соединенія обоихъ тѣлъ.

$g$  все количество тепла, которое отдѣляется при ихъ соединеніи, при температурѣ 0°,

$u$  количество тепла, произведенное собственно химическимъ дѣйствіемъ

$x$  разстояніе отъ 0° термометра до абсолютнаго нуля, выраженное въ градусахъ термометра

тогда  $ma$  и  $nb$  будутъ представлять абсолютныя количества тепла, содержаемаго обоими тѣлами, а  $(ma + nb)x + u$  будетъ выраженіе абсолютнаго количества тепла, содержащагося въ смѣси тѣлъ въ моментъ ея образованія;  $(m + n)cx + g$  будетъ другое выраженіе этого количества, слѣдовательно будетъ

$$(ma + nb)x + u = (m + n)cx + g, \text{ откуда}$$

$$X = \frac{g - u}{m(a - c) + n(b - c)}.$$

<sup>1)</sup> Mem. de l'Académ. pour 1780.

Для того чтобы получить изъ этого выраженія величину  $x$ , надобно знать  $u$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ; чрезвычайно замѣчательнъ способъ, какимъ Лавуазье и Лапласъ выражаются относительно этого предмета:

«При нѣкоторыхъ попыткахъ, которыя были сдѣланы для того чтобы установить теорію теплоты, говорятъ они, предположили, что абсолютное количество свободной теплоты, до соединенія и послѣ него — одно и тоже <sup>1)</sup>, предположили также, что теплоемкости тѣлъ представляютъ отношенія абсолютныхъ количествъ тепла въ нихъ заключающихся; при этихъ двухъ гипотезахъ, самыхъ простыхъ, какія только можно сдѣлать,  $u = 0$  и вмѣсто  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , можно взять теплоемкости».

Вводя въ эту формулу свои экспериментальныя данныя, Лавуазье и Лапласъ получаютъ для  $x$  слѣдующія величины:

Для соединенія извести съ водою . . . . .	1537, 8.
» » сѣрной кислоты и воды въ пропорціи 3: 4 . . . . .	3241, 9.
» » сѣрной кислоты и воды въ пропорціи 4: 5 . . . . .	1169, 1.
» » азотной кислоты и извести . . . . .	$\frac{1889}{- 0, 0178}$

Изъ сравненія теплоемкости воды и льда . . . . . 600.

«Разногласіе между этими пятью величинами  $X$ , повидимому совершенно опровергаетъ теорію, основанную на двухъ изложенныхъ выше гипотезахъ, прибавляютъ они но надобно замѣтить, что небольшое измѣненіе, не больше какъ на  $\frac{1}{40}$  въ величинахъ теплоемкостей было бы достаточно для того, чтобы привести всѣ величины  $x$  къ тождеству, а мы не можемъ ручаться за отсутствіе такой малой погрѣшности въ нашихъ числахъ». Далѣе, говоря о другихъ опытахъ Лавуазье и Лапласъ замѣчаютъ: разбирая эти результаты нельзя не признать, что или абсолютное количество тепла въ обоихъ тѣлахъ до смѣшенія и послѣ него неодинаково <sup>2)</sup>, или что теплоемкости тѣлъ непропорціональны абсолютнымъ количествамъ тепла въ нихъ заключающагося.

Нельзя не быть пораженнымъ шириною взгляда и осторожностію въ обсужденіи предмета, если сравнивать эти идеи съ тѣми, которыя господствовали гораздо позже и даже господствуютъ отчасти и теперь.

Какъ видно, Лавуазье и Лапласъ отдѣленіе тепла приписываютъ преимущественно измѣненію теплоемкости, на образованіе же тепла вслѣдствіе собственно химическаго дѣйствія смотрятъ какъ на фактъ возможный, но мало вѣроятный, и этотъ взглядъ, хотя въ менѣе совершенной формѣ, выражается и у всѣхъ прежнихъ изслѣдователей: Гадолина, Шмидта и др.

Совершенный переворотъ въ идеяхъ начинается съ работъ Гесса. Въ 1839 году напечаталъ онъ первую свою замѣтку: «объ отдѣленіи тепла въ постоянныхъ пропорціяхъ» <sup>3)</sup>. Смѣшивая сѣрную кислоту, содержащую 1, 2, 3... эквивалента воды, съ избыткомъ воды, Гессъ нашелъ, что количества теплоты при этомъ отдѣляющіяся, если ихъ отнести къ одному эквиваленту употребленнаго гидрата, находятся между собою въ простыхъ и кратныхъ отношеніяхъ.

<sup>1)</sup> То есть предположили, что вслѣдствіе собственно химическаго дѣйствія не происходитъ отдѣленія или поглощенія тепла.

<sup>2)</sup> То есть происходитъ тепло вслѣдствіе собственно химическаго дѣйствія;  $g$  не равно 0.

<sup>3)</sup> Bullet. de St. Pétersbourg.

Приступая къ полному изложенію своихъ результатовъ, <sup>1)</sup> Гессъ даетъ сначала общее выраженіе этого закона для всякихъ паръ жидкостей и затѣмъ приводитъ еще слѣдующіе законы, также какъ результаты прямыхъ опытовъ:

1) Количества тепла, отдѣляющіяся при смѣшиваніи эквивалентныхъ количествъ различныхъ гидратовъ сѣрной кислоты (моно-би-три гидрата и т. д.) съ однимъ эквивалентомъ воды, находятся между собою въ простыхъ и кратныхъ отношеніяхъ.

2) Если какое либо соединеніе образуется за разъ или въ нѣсколько пріемовъ, послѣдовательно, то количество тепла, отдѣляемое въ первомъ случаѣ, равно суммѣ количествъ тепла отдѣленныхъ во второмъ.

Изъ этихъ двухъ частныхъ законовъ и третьяго, представленнаго выше, вытекаетъ слѣдующій общій законъ, заключающій въ себѣ всѣ предъидущіе.

Количества тепла, отдѣляющіяся при соединеніи двухъ тѣлъ въ различныхъ эквивалентныхъ отношеніяхъ, находятся между собою въ простыхъ и кратныхъ отношеніяхъ.

Мы имѣемъ положительныя доказательства вѣрности этого закона для нѣкоторыхъ случаевъ, гдѣ тѣла могутъ соединяться только въ определенныхъ пропорціяхъ; было бы чрезвычайно важно, если бы удалось доказать его и для того случая, когда соединяются двѣ жидкости, способныя смѣшиваться во всѣхъ пропорціяхъ. Я подвергну поэтому выводъ Гесса подробному обсужденію.

Прежде всего замѣчу, что всѣ опыты, при которыхъ кислота смѣшивалась съ очень большимъ количествомъ воды, должны быть оставлены въ сторонѣ. Для того чтобы этимъ способомъ получить для разныхъ гидратовъ кислоты числа, которые могли бы быть сравниваемы, необходимо, собственно говоря, чтобы количества воды были всегда бесконечно велики; но чѣмъ болѣе экспериментаторъ приближается къ этому условію, тѣмъ меньше дѣлаются наблюдаемыя измѣненія температуры т. е. тѣмъ съ меньшею точностію можетъ быть измѣряемъ именно тотъ элементъ вопроса, котораго наблюденіе всего затруднительнѣе. Поэтому во всѣхъ опредѣленіяхъ этого рода, полученные числа или не точны, или не сравнимы. Такова часть результатовъ Гесса, результаты Грама и Томсена. Я показалъ уже, что они кромѣ того неудовлетворительны съ экспериментальной стороны, а поэтому ихъ надобно оставить безъ вниманія. Изъ опытовъ, сдѣланныхъ надъ соединеніями въ определенныхъ и болѣе выгодныхъ пропорціяхъ, мы имѣемъ опыты Гесса, Абрія, Фавра и Зильбермана, и Фавра и Куальяра. Первые, какъ я уже показалъ, основаны на предположеніи очевидно ложномъ, и поэтому не могутъ служить; я воспользуюсь поэтому для повѣрки закона Гесса лишь опытами послѣднихъ трехъ рядовъ и въ особенности опытами Абрія, которые представляютъ наиболѣе гарантію точности. Чтобы съ точностію произвести эту повѣрку, я произвелъ графическое построеніе результатовъ Абрія. Слѣдующая таблица показываетъ количества тепла, которыя отдѣляетъ одинъ граммъ моногидрата сѣрной кислоты при смѣшиваніи съ различными эквивалентными количествами воды. Въ первомъ столбцѣ показано число эквив. воды, прибавленныхъ къ 1 грамму моногидрата, въ остальныхъ количества тепла, отдѣляемыя однимъ граммомъ моногидрата при соединеніи его съ показаннымъ въ первомъ столбцѣ количествомъ воды, и именно:

<sup>1)</sup> Pogg. t. 50.

Во 2-мъ столбцѣ помѣщены результаты графическаго построенія чиселъ Абрія.  
Въ 3-мъ — среднія, выведенныя самимъ Абріа.  
Въ 4-мъ — результаты Фавра и Зильбермана.  
Въ 5-мъ — Фавра и Куальяра.

Эквив.	Граф. постр.	Абрія.	Фав. и Зильб.	Фав. и Куал.
1	64, 6.	64, 25.	64, 7.	66, 4.
2	94, 8.	94, 69.	94, 6.	108, 1.
3	112, 8.	113, 06.	111, 9.	126, 9.
4	124, 5.	124, 4.	122, 2.	138, 9.
5	131, 8.	131, 6.	130, 7.	147, 3.
6	138, 2.	137, 7.	136, 2.	156, 4.
7	143, 6.	143, 0.	141, 8.	162, 4.
8	147, 4.	147, 5.	145, 1.	167, 2.
9	149, 9.	149, 8.	148, 5.	—
10	151, 8.	151, 8.	148, 4.	—

Сравнивая среднія выведенныя Абрія изъ его опытовъ съ результатами графическаго построенія, тотчасъ бросается въ глаза то обстоятельство, что первыя то больше, то меньше вторыхъ; а такъ какъ эти послѣднія лежатъ на одной правильно и постепенно изгибающейся линіи, то изъ этого слѣдуетъ, что линія, проведенная чрезъ среднія выводы Абрія была бы извилистая, что недопустимо; изъ этого слѣдуетъ, что способъ, который употреблялъ Абрія для вывода среднихъ (и который онъ не описалъ) неудовлетворителенъ; разница впрочемъ небольшая. Числа Фавра и Зильбермана вообще меньше, и разница увеличивается по мѣрѣ увеличенія числа эквивалентовъ воды; это безъ сомнѣнія происходитъ отъ постоянной ошибки метода ихъ опредѣленій.

Числа Фавра и Куальяра столь значительно отличаются отъ всѣхъ другихъ, что ихъ сравнивать невозможно. Открыть причину этого разногласія можно будетъ только тогда, когда вѣкъ трудъ будетъ напечатанъ вполнѣ. Повидимому разница происходитъ отъ ошибки въ опредѣленіи калориметрической единицы прибора; въ самомъ дѣлѣ эта разница увеличивается почти пропорціонально увеличенію числа единицъ тепла, отдѣленнаго при опытѣ. Поэтому для всѣхъ дальнѣйшихъ соображеній я буду пользоваться результатами графическаго построенія опытовъ Абрія.

Слѣдующая таблица представляетъ возможность произвести повѣрку закона Гесса. 1-й столбецъ ея показываетъ число эквивалентовъ воды, прибавленныхъ къ 1 грамму моногидрата сѣрной кислоты. 2-й столбецъ — количество тепла при этомъ отдѣленное. 3-й столбецъ — даетъ тѣ простые и кратныя числа, которыя наиболѣе приближаются къ результатамъ опыта. 4-й столбецъ — точное

число единицъ тепла, соответствующее числамъ третьяго столбца. 5-й даетъ абсолютную разность между числами четвертаго столбца и числами втораго. 6-й столбецъ — величину относительной разности.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
1	64, 6.	4.	63, 6.	+ 1, 1.	0, 017.
2	94, 8.	6.	95, 4.	— 0, 6.	0, 006.
3	112, 8.	7.	114, 3.	+ 1, 5.	0, 013.
4	124, 5.	8.	127, 2.	— 2, 7.	0, 022.
5	131, 8.	8, 3.			
6	138, 2.	8, 7.			
7	143, 6.	9.			
8	147, 4.	9, 3.			
9	149, 9.	9, 4.			
10	151, 8.	9, 5.			

Пятый столбецъ этой таблицы показываетъ, что для первыхъ трехъ эквивалентовъ количества тепла таковы, что при надлежащемъ выборѣ единицы они могутъ быть представлены въ видѣ простыхъ и кратныхъ чиселъ, и отклоненія этихъ кратныхъ величинъ отъ прямыхъ данныхъ опыта на столько малы, что объясняются ошибками опыта; для четвертаго эквивалента воды отклоненіе свыше  $\frac{1}{50}$ , что уже значительно превосходитъ возможную ошибку опыта; для большаго числа эквивалентовъ воды, количества отдѣляемаго тепла выражаются рѣшительно дробными числами, какъ показываетъ 3-й столбецъ нашей таблицы.

И такъ законъ Гесса оказывается согласнымъ съ результатами опыта только для количества тепла, отдѣляемыхъ прибавленіемъ первыхъ трехъ эквивалентовъ воды къ одному эквиваленту моногидрата сѣрной кислоты. Не трудно убѣдиться впрочемъ, что и это совпаденіе нисколько не доказательно. Въ самомъ дѣлѣ, можно построить очень большое число кривыхъ, которыя подобно нашей кривой представляютъ то свойство, что величины трехъ или четырехъ ординатъ, равно отстоящихъ одна отъ другой, будутъ находиться между собою *приблизительно* въ простыхъ и кратныхъ отношеніяхъ. Это свойство, слѣдовательно, нисколько не составляетъ особенности нашей кривой. Мало того, разсматриваемая законообразность нашей кривой нисколько не связана съ величиною эквивалентовъ воды и сѣрной кислоты.

Относительно 1-го грамма кислоты состава  $SO_3 HO$ , вѣсъ одного пая воды 0,1837. Возьмемъ количества тепла, соответствующія прибавленію къ одному грамму кислоты кратныхъ количествахъ воды, которыхъ постоянный фактъ имѣетъ сложное и дробное отношеніе къ величинѣ пая сѣрной кислоты, напр. 0,16 гр. воды относительно 1 гр. кислоты.

Графическое построеніе результатовъ Абра дасть для этого предположенія числа представленныя въ слѣдующей таблицѣ.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
1	58, 5.	4.	59, 6.	— 1, 1.	0, 019.
2	89, 0.	6.	89, 4.	— 0, 4.	0, 005.
3	107, 0.	7.	104, 3.	+ 2, 7.	0, 025.
4	119, 1.	8.	119, 2.	— 0, 1.	0, 001.

Какъ видно, и при этомъ предположеніи, весьма далеко отъ истины, наблюдаются такія же отношенія между количествами тепла и съ такою же, даже нѣсколько большею, степенью точности. Это самымъ положительнымъ образомъ доказываетъ, что законъ Гесса есть не болѣе какъ иллюзія. Мало того, если бы такой законъ и существовалъ въ дѣйствительности, то всего труднѣе было бы доказать его изученіемъ количества тепла, отдѣляющихся при соединеніи сѣрной кислоты съ водою. Въ самомъ дѣлѣ, достаточно ошибиться на  $\frac{1}{2}\%$  въ опредѣленіи количества прибавленной воды, для того чтобы въ конечномъ результатѣ оказалась иногда разниа на  $\frac{1}{50}$  всей его величины, а одного переливанія сѣрной кислоты изъ одного сосуда въ другой достаточно, чтобы составъ ея замѣтно измѣнился поглощеніемъ влаги изъ воздуха.

Мы не имѣемъ ни одной пары жидкостей, для которой существовали бы такія точныя опредѣленія термическихъ результатовъ соединенія, какъ для воды и сѣрной кислоты и по этому дальнѣйшая повѣрка предположеній Гесса невозможна, и, какъ кажется, была бы и бесполезна.

Лангбергъ <sup>1)</sup>, отыскивая эмпирическую форму для выраженія удѣльнаго вѣса соединеній воды съ сѣрною кислотой, пришелъ къ очень простой формулѣ, которая, какъ онъ замѣтилъ, хорошо представляетъ также количества тепла, отдѣляемыя при образованіи этихъ соединеній. Лангбергъ бралъ для сравненія результаты Гесса, которыя, какъ мы показали, весьма ошибочны, а потому и выводъ Лангберга не можетъ быть точнымъ.

Томсенъ <sup>2)</sup> представилъ въ своихъ термохимическихъ изслѣдованіяхъ совершенно новую и въ высшей степени заманчивую теорію термическихъ явленій, обнаруживающихся при соединеніи жидкостей. Томсенъ выходитъ отъ чисто механическихъ положеній; онъ предполагаетъ, что молекулы каждой жидкости находятся постоянно въ колебательномъ состояніи, описывая круговыя колебанія, что радіусъ движенія и угловая скорость его для каждой жидкости различны и что при смѣшиваніи двухъ жидкостей частицы ихъ принимаютъ одинаковую угловую скорость,

<sup>1)</sup> Karsten's Fortschritte der Phys. t. 5, заключаетъ лишь краткое извлеченіе изъ мемуара Лангберга, котораго оригиналъ на шведскомъ языкѣ мнѣ не былъ доступенъ; я не могъ по этому составить себѣ точное понятіе о его результатахъ.

<sup>2)</sup> Pogg. t. 90.

сохраняя свои первоначальные радіусы колебанія; наконецъ онъ предполагаетъ, что потеря живой силы, вслѣдствіе уравниванія угловыхъ скоростей частицъ при смѣшиваніи двухъ жидкостей, пропорціональна количеству отдѣленнаго при этомъ тепла.

Всѣ эти предположенія совершенно произвольны, а относительно послѣдняго изъ нихъ надобно еще замѣтить, что при смѣшиваніи двухъ жидкостей иногда происходитъ не отдѣленіе, а напротивъ — поглощеніе тепла, — обстоятельство, котораго Томсенъ по видимому вовсе не имѣлъ въ виду. Тѣмъ не менѣе, если бы на основаніи этихъ предположеній можно было вывести числовые законы термохимическихъ явленій, то это было бы въ высшей степени блистательное приобрѣтеніе для науки.

Съ перваго взгляда это такъ и кажется. На основаніи законовъ механики и при помощи высшаго анализа, Томсенъ выводитъ изъ своихъ предположеній очень сложную формулу, выражающую законъ явленія; но для повѣрки этой формулы по результатамъ опыта она измѣняется такимъ образомъ, что *всѣ теоретическіе факторы введенные въ нее, сливаются въ двѣ константы, опредѣляемыя изъ опыта*, т. е. формула совершенно теряетъ свой теоретическій характеръ и получаетъ характеръ простой интерполяціонной формулы. Она получаетъ такой видъ

$$W_a = \frac{a}{a+n} C.$$

$W_a$  количество тепла, отдѣляемое  $a$  паями воды при смѣшиваніи съ  $n$  паями другого гидрата (сѣрной кислоты напр.),  $a$  число паявыхъ прибавленій воды.  $C$  и  $n$  постоянныя величины опредѣляемыя изъ опытовъ.

Понятно что эта формула довольно хорошо представляетъ результаты опытовъ, но это никакъ не можетъ служить доказательствомъ вѣрности основныхъ положеній изъ которыхъ она выведена, такъ какъ она не сохранила ни малѣйшихъ признаковъ своего теоретическаго происхожденія.

Далѣе Томсенъ изъ подобнаго же механическаго предположенія выводитъ формулу, въ которую входятъ три константы; одна изъ нихъ,  $n$ , таже, что и въ предыдущей формулѣ, другія двѣ представляютъ кубическіе корни изъ эквивалентъ объемовъ воды и сѣрной кислоты. Эта формула должна представлять измѣненія объема, происходящія въ моментъ соединенія сѣрной кислоты съ водою.

Вставляя въ эту формулу величины соответствующія эквивалентъ объемамъ воды и сѣрной кислоты, Томсенъ получаетъ изъ нея для  $n$  величину очень близкую къ той, которая удовлетворяетъ формулѣ термическаго дѣйствія. Это сближеніе между двумя различными явленіями, постоянно сопровождающими другъ друга, представляло бы чрезвычайный интересъ, если бы важность его не уничтожалась тѣми недостатками, которые отнимаютъ всякое теоретическое значеніе у формулы термическихъ явленій, выведенной Томсеномъ. Чтобы видѣть до какой степени эти два явленія представляютъ сходство въ своемъ теченіи, я произвелъ графическое построеніе результатовъ Бино <sup>1)</sup> для измѣненій объема, и результатовъ Абрія для количества тепла; для того чтобы возможно было ихъ сравнивать, я перечислил

<sup>1)</sup> Ann. Ch. Ph. 2 v. t. 24.

результаты Абрія, относя количества отдѣленнаго тепла не къ 1 гр. моногидрата, а къ одному грамму соединенія, точно такъ какъ это всегда дѣлается для чиселъ, представляющихъ измѣненія свойства суммы двухъ тѣлъ въ моментъ ихъ соединенія. Получились двѣ кривыя, не совпадающія, но представляющія много сходнаго. Обѣ онѣ параболы не равностороннія относительно оси ординатъ, наклонены въ одну и ту же сторону и вершины повидимому соответствуютъ одной и той же ординатѣ. Но расположеніе точекъ кривой количества тепла таково, что кривая эта опредѣляется не достаточно рѣзко, что происходитъ отъ неточности результатовъ опыта. Вслѣдствіе этого невозможно опредѣлить съ надлежащею точностію взаимныя отношенія этихъ двухъ явленій.

Кромѣ механической теоріи термическихъ явленій, сопровождающихъ соединеніе сѣрной кислоты съ водою, Томсенъ представляетъ въ первой части своего труда \*) изложеніе общихъ теоретическихъ положеній, которыми онъ руководствовался.

Гипотезы изъ которыхъ Томсенъ старается вывести всѣ законы термохиміи, суть слѣдующія:

а) все количество тепла, развитое при химической реакціи, составляетъ мѣру проявившейся при этомъ силы.

б) Каждое тѣло обладаетъ извѣстнымъ количествомъ химической силы; все количество химической силы, которымъ обладаетъ одинъ эквивалентъ тѣла, выраженное въ единицахъ тепла, называется Томсеномъ *термодинамическимъ эквивалентомъ* тѣла.

в) Величина тепловаго измѣненія, происходящаго въ моментъ образованія какаго нибудь соединенія, равна разности термодинамическихъ эквивалентовъ составныхъ частей и термодинамическаго эквивалента соединенія.

Изъ этихъ предположеній Томсенъ выводитъ, какъ необходимыя слѣдствія многіе законы, которые уже прежде были получены экспериментальнымъ путемъ, какъ напр., тотъ законъ, что при распадѣ сложнаго тѣла поглощается столько же тепла, сколько отдѣлилось при его образованіи; тотъ, что отдѣляется одинаковое количество тепла, образуется ли соединеніе за разъ или въ нѣсколько пріемовъ; законы Гесса и Андревса относительно соединенія кислотъ съ основаниями и т. д.

Повидимому вѣрность всѣхъ этихъ заключеній вполне доказываетъ вѣрность тѣхъ положеній, изъ которыхъ они выведены; но въ дѣйствительности оказывается совсемъ иное.

Прежде всего надобно замѣтить, что для вывода упомянутыхъ выше законовъ, кромѣ основныхъ положеній Томсена, необходимо еще принять въ расчетъ извѣстный механическій принципъ — сохраненія живыхъ силъ, а если обратиться къ этому несомнѣнному принципу, то изъ него одного можно вывести всѣ заключенія, формулированныя Томсеномъ (какъ это показалъ Бертелло); слѣдовательно гипотезы Томсена бесполезны. Но онѣ не только не пужны, онѣ положительно недопустимы. Все количество тепла, которое отдѣляется при соединеніи двухъ тѣлъ, есть величина сложная: это сумма всѣхъ тепловыхъ измѣненій, происходящихъ въ моментъ соединенія, какъ вслѣдствіе самаго акта, такъ и вслѣдствіе физическихъ измѣненій,

<sup>1)</sup> Pogg. t. 88.

сопровождающихъ химическое дѣйствіе; слѣдовательно во всякомъ случаѣ не все количество отдѣленнаго тепла, а только часть его, зависящая отъ химическаго дѣйствія, можетъ служить мѣрою химической силы, произведшей соединеніе. Второе и третье положенія также весьма мало вѣроятны. Въ самомъ дѣлѣ возможно ли допустить чтобы явленія столь разнообразныя объяснялись однимъ столь простымъ закономъ, какъ законъ разности термодинамическихъ эквивалентовъ? Попытка приложить этотъ законъ къ тѣмъ случаямъ, когда три или большее число тѣлъ попарно соединяются между собою, безъ сомнѣнія тотъ-часъ показала бы его несостоятельность, но другіе недостатки термохимической системы Томсона дѣлаютъ излишнею эту повѣрку.

Персонъ <sup>1)</sup> при своихъ изслѣдованіяхъ о теплоемкости соляныхъ растворовъ, обратилъ вниманіе на то обстоятельство, что при разбавленіи водою раствора, обыкновенно происходитъ пониженіе температуры даже для тѣхъ солей, которыя растворяясь въ водѣ производятъ повышеніе температуры; онъ высказалъ по поводу этого предположеніе, что это есть слѣдствіе особаго явленія, *разбавленія* (dilution), которое всегда производитъ поглощеніе тепла, между тѣмъ какъ собственно химическое дѣйствіе всегда сопровождается отдѣленіемъ тепла. Бюсси и Бюинье повторяютъ эту мысль, называя диффузіей причину пониженія температуры, которая они наблюдали при смѣшиваніи нѣкоторыхъ жидкостей; наконецъ, Сентъ-Клеръ-Девиль также раздѣляетъ этотъ взглядъ. Но мнѣ кажется противнымъ истинному методу науки это допущеніе новой причины (новой силы), когда вовсе недоказана еще невозможность объяснить явленіе безъ допущенія новаго предположенія.

Теоретическія представленія Сентъ-Клеръ-Девиль известны лишь по короткому предварительному сообщенію <sup>2)</sup>. Онъ предполагаетъ, что тепло, отдѣляющееся при соединеніи двухъ жидкостей, есть часть содержаемаго ими при данной температурѣ тепла <sup>3)</sup>. Онъ выражаетъ результаты не въ количествахъ тепла, но въ *температурахъ*, рассматривая произведенныя возвышенія температуры какъ величины, пропорціональныя количества живыхъ силъ, освобождающихся при образованіи соединенія. Онъ вводитъ въ свои соображенія измѣненіе объема смѣсей въ моментъ смѣшенія и ихъ коэффициентъ расширенія, но сколько можно судить по очень не полному его сообщенію, не имѣетъ въ виду измѣненія теплоемкости смѣси какъ непосредственной причины тепловыхъ измѣненій, происходящихъ при смѣшиваніи.

Впрочемъ его мемуаръ изложенъ лишь въ извлеченіи и такъ не ясно, что чрезвычайно трудно составить себѣ отчетливое понятіе объ идеяхъ, которыми руководился авторъ.

Последній трудъ, который слѣдуетъ рассмотреть, принадлежитъ Бертело <sup>4)</sup>; трудъ этотъ не относится прямо къ термохиміи жидкостей, — но въ первой части его авторъ сообщаетъ общіе взгляды, которыми онъ руководствуется и эти взгляды отличаются такою шириною, ясностію и строгостію, что ихъ можно рассматривать какъ наилучшее изложеніе современнаго состоянія термохимическаго ученія. Идеи Бертело рѣзко отличаются въ этомъ отношеніи отъ теоретическихъ взглядовъ всѣхъ его предшественниковъ и одни могутъ быть поставлены на равнѣ съ идеями, выска-

<sup>1)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 v. t. 33.

<sup>2)</sup> C. R. t. 50.

<sup>3)</sup> Это предположеніе Лавуазье и Лапласа.

<sup>4)</sup> Ann. Ch. Ph. 4 v. t. 7, 1865.

занными 70 лѣтъ тому назадъ Лавуазье и Лапласомъ. До нѣкоторой степени идеи Бертело суть даже воспроизведеніе нѣкоторыхъ положеній великихъ изслѣдователей прошлаго столѣтія; но, воспользовавшись пріобрѣтеніями науки за цѣлыя 70 лѣтъ, Бертело получилъ возможность дать имъ такое развитіе, которое невозможно было въ концѣ прошлаго столѣтія.

Тепло, отдѣляющееся при соединеніи двухъ тѣлъ, можно рассматривать, говорить Бертело, какъ слѣдствіе потери живой силы, происходящей оттого, что частицы соединяющихся тѣлъ быстро устремляются одна къ другой въ моментъ соединенія и теряютъ пріобрѣтенную скорость, когда соединеніе совершилось.

Прилагая къ этому положенію принципъ сохраненія живыхъ силъ, изъ него выводятся слѣдствія уже подтвержденныя опытомъ, а именно:

1) Количество тепла, отдѣляющееся при образованіи соединенія равно тому, которое поглощается при его распаденіи.

2) Количество тепла, отдѣляемое или поглощаемое при нѣсколькихъ послѣдовательныхъ реакціяхъ, происходящихъ вдругъ, одновременно, равно суммѣ количествъ отдѣленныхъ и поглощенныхъ при каждой изъ этихъ реакцій порознь.

3) Если произвести рядъ химическихъ реакцій  $A + B + C + D$  и другой рядъ  $B + C + D$ , то количество тепла, отдѣляемое въ этомъ послѣднемъ случаѣ будетъ равно тому, которое отдѣлено въ первомъ минусъ количество тепла, соотвѣтствующее реакціи  $A$ .

4) Положимъ, что при соединеніи двухъ тѣлъ  $A$  и  $B$  отдѣлится количество тепла  $X$  и при соединеніи тѣла  $A$  съ тѣломъ  $C$  — количество тепла  $Y$ . Если тѣло  $C$  способно отнимать тѣло  $A$  изъ соединенія  $AB$ , то количество тепла, которое при этомъ отдѣлится будетъ равно  $Y - X$ .

Далѣе Бертело рассматриваетъ вліяніе физическихъ условій, при которыхъ происходитъ химическая реакція и физическихъ явленій ее сопровождающихъ на термическій результатъ реакціи; онъ обращаетъ при этомъ особенное вниманіе на слѣдующіе три фактора:

1) Измѣненіе молекулярнаго состоянія. Ясно само собою, что если въ моментъ соединенія одно изъ тѣлъ измѣняетъ свое молекулярное состояніе, если оно напр. жидко, а соединеніе въ которое оно вошло имѣетъ при тѣхъ же условіяхъ твердое состояніе, то къ термическому результату собственно химическаго дѣйствія присоединится еще все количество скрытаго тепла плавленія тѣла.

2) Вліяніе внѣшнихъ механическихъ дѣйствій. Это вліяніе особенно замѣтно для газовъ; термическій результатъ соединенія двухъ газовъ будетъ весьма различенъ, смотря по тому, можетъ ли часть тепла, отдѣляемаго при соединеніи, производить механическое дѣйствіе на внѣшніе предметы или нѣтъ.

3) Вліяніе температуры. Рассматривая отношенія, существующія между количествами тепла, которыя могутъ отдѣлится два тѣла, соединяясь между собою при двухъ различныхъ температурахъ, Бертело находитъ, что они должны быть связаны слѣдующимъ выраженіемъ:

$$Q_T = Q_t + U - V.$$

гдѣ

$Q_T$  — количество тепла, отдѣляемаго при температурѣ  $T$ .

$Q_t$  — количество тепла, отдѣляемаго при температурѣ  $t$ , нижеи нежели  $T$ .

$U$  — количество тепла, которое должны получить обѣ составныя части разсматриваемаго соединенія, чтобы перейти отъ температуры  $t$  къ  $T$ .

$V$  — колич. тепла, которое должно отдать соединеніе, чтобы перейти отъ температуры  $T$  къ  $t$ .

Величины  $U$  и  $V$  состоятъ каждая изъ величинъ двухъ родовъ:

1) Тепла, поглощаемаго тѣлами въ дѣйствіе перехода изъ одного состоянія въ другое (скрытое тепло плавленія, испаренія).

2) Тепла, поглощаемаго тѣлами въ дѣйствіе измѣненія температуры и пропорціональнаго для каждаго тѣла его теплоемкости.

Для того болѣе простаго случая, когда разсматривается интервалъ температуръ  $T - t$ , въ которомъ оба соединяющихся тѣла и ихъ соединеніе имѣютъ одно и тоже молекулярное состояніе, напр. жидки или тверды, эта общая формула принимаетъ болѣе простой видъ:

$$Q_T = Q_t + (\Sigma c - \Sigma c') (T - t)$$

гдѣ  $\Sigma c$  сумма теплоемкостей составныхъ частей,  $\Sigma c'$  теплоемкость соединенія, отнесенныя къ ихъ атомамъ. Изъ этой формулы очень хорошо видно вліяніе температуры на величину термическаго результата реакціи. Въ самомъ дѣлѣ очевидно, что если величина  $\Sigma c - \Sigma c'$  положительная, то  $Q_T$  будетъ возрастать съ температурою, если  $\Sigma c - \Sigma c'$  величина отрицательная, то на оборотъ  $Q_T$  будетъ уменьшаться съ температурою. Бертелло показываеъ, что напр. для воды въ жидкомъ состояніи  $Q_T$  должно уменьшаться съ возвышеніемъ температуры; напротивъ для воды въ твердомъ и газообразномъ состояніи  $\Sigma c - \Sigma c'$  величина положительная и поэтому  $Q_T$  должно увеличиваться съ температурою. Ясно, что для такихъ условий, при которыхъ  $\Sigma c - \Sigma c' = 0$ , величина  $Q_T$  будетъ постоянною и независимою отъ температуры; взятую при такихъ условіяхъ Бертелло называетъ эту величину  $Q$ , независимую отъ температуры, *атомическомъ тепломъ соединенія*; такія только величины могутъ, по его мнѣнію, быть между собою сравнимаемы. Условія, при которыхъ наступаетъ это состояніе суть тѣ, при которыхъ всѣ составныя части тѣла и ихъ соединеніе или совершенныя газы или совершенно твердыя тѣла; въ самомъ дѣлѣ для газовъ и для твердыхъ тѣлъ существуетъ тотъ законъ, что теплоемкость соединенія равна суммѣ теплоемкостей составныхъ частей. Газы достигаютъ этого состоянія при различныхъ, болѣе или менѣе высокихъ температурахъ; для твердыхъ тѣлъ это состояніе наступаетъ при температурѣ абсолютнаго нуля. Наконецъ Бертелло замѣчаетъ, что и кромѣ этихъ двухъ состояній, для тѣлъ сходныхъ между собою могутъ быть найдены условія, при которыхъ ихъ термическія проявленія сравнимы между собою, такъ напр. для гидратовъ то состояніе, когда они разбавлены большимъ количествомъ воды.

Я не нахожу ничего, что можно было бы возразить противъ этой совокупности взглядовъ на термохимию, я замѣчу только, что они не только составляютъ развитіе идей Лавуазье и Лапласа о томъ же предметѣ, но что даже и формула, выражающая зависимость термическаго результата соединенія отъ температуры, данная Бертелло, можетъ быть, посредствомъ простыхъ алгебраическихъ преобразованій, выведена изъ формулы Лавуазье и Лапласа, приведенной выше <sup>1)</sup>, къ которой она относится какъ частный случай.

<sup>1)</sup> Стр. 22; тамъ-же показано значеніе буквъ.

Въ самомъ дѣлѣ Лавуазье и Лапласъ, для количества тепла, от дѣляемаго соединеніемъ двухъ тѣлъ при  $0^\circ$  даютъ слѣдующее выраженіе:

$$g = (ma + nb) x - (mc + pc) x + y$$

для температуръ  $T$  и  $t$  это выраженіе приметъ слѣдующій видъ:

$$Q_T = (ma + nb) (x + T) - (mc + pc) (x + T) + y$$

$$Q_t = (ma + nb) (x + t) - (mc + pc) (x + t) + y$$

откуда получаемъ

$$Q_T = Q_t + ((ma + nb) - (mc + pc)) (T - t)$$

въ этой формулѣ  $a$  и  $b$  означаютъ теплоемкости обѣихъ составныхъ частей,  $m$  и  $n$ , ихъ количества,  $c$  теплоемкость соединенія,  $m + n$  его количество, слѣдовательно

$$ma + nb = \Sigma c \text{ и } (m + n) c = \Sigma c'$$

что превращаетъ нашу формулу въ ту, которую употребилъ для своихъ соображеній Бертелло.

Формула Лавуазье и Лапласа имѣетъ впрочемъ предъ этой послѣдней то преимущество, что она гораздо общее и дозволяетъ поэтому такіе выводы, которые невозможны при болѣе частномъ выраженіи.

Формула эта указываетъ на ту связь, которая должна существовать между измѣненіями средней теплоемкости двухъ жидкостей въ моментъ ихъ соединенія и термическимъ результатомъ, происходящимъ при соединеніи. Опыты, которые Лавуазье и Лапласъ сами произвели, недостаточны для того, чтобы подвергнуть ихъ формулу экспериментальной повѣркѣ, какъ они сами признали это; я хотѣлъ произвести эту повѣрку посредствомъ результатовъ новѣйшихъ изслѣдованій. Самыя точныя термохимическія опредѣленія имѣемъ мы для соединеній сѣрной кислоты съ водою; Персонъ <sup>1)</sup> даетъ нѣсколько опредѣленій теплоемкости различныхъ гидратовъ сѣрной кислоты. Къ несчастію, при внимательномъ изученіи его чиселъ, оказывается слѣдующее: мемуаръ Персона даетъ теплоемкости моногидрата и трехъ его соединеній съ водою; для этихъ послѣднихъ Персонъ вычислилъ также среднія арифметическія по формулѣ:

$$\frac{k + p}{l + p} = 1$$

въ которой  $k$  теплоемкость моногидрата сѣрной кислоты;  $p$  количество моногидрата сѣрной кислоты на  $l$  воды въ соединеніи;  $l$  теплоемкость соединенія средняя арифметическая.

Числовые результаты Персона слѣдующіе:

	опытъ	сред. арифм.
Моногидратъ . . . . .	0,3095	—
Соединеніе 1 ч. моногидрата и 0,1796 воды	0,4330	0,4315.
“ 1 ч. “ 0,3158	0,4534	0,4942.
“ 1 ч. “ 0,9608	1,5851	0,6580.

Вычисляя снова по приведенной выше формулѣ среднія арифметическія теплоемкости всѣхъ трехъ соединеній, я получаю числа совершенно отличныя отъ среднихъ арифметическихъ Персона, а именно:

Для перваго соединенія . . . . .	0,4146.
“ втораго “ . . . . .	0,4751.
“ третьяго “ . . . . .	0,6478.

<sup>1)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 st t. 33.

Вычисляя по той же формулѣ теплоемкость моногидрата изъ теплоемкостей среднихъ арифметическихъ Персона, получаются слѣдующія величины:

Изъ перваго соединенія . . .	0,3294.
» втораго » . . .	0,3346.
» третьяго » . . .	0,3295.

Изъ этого сравненія видно, что числа Персона заключаютъ ошибку и по всей вѣроятности ошибочно члено, данное имъ для моногидрата; оно кажется должно быть замѣнено числомъ 0,3295, въ такомъ случаѣ число, представляющее среднюю арифметическую теплоемкость втораго соединенія также ошибочно. Къ несчастію въ таблицѣ экспериментальныхъ данныхъ не сообщенъ одинъ изъ элементовъ — масса воды въ калориметръ (M), вслѣдствіе чего невозможна повѣрка окончательныхъ результатовъ. Поэтому числами Персона воспользоваться невозможно; другихъ опредѣленій теплоемкости гидратовъ сѣрной кислоты мы не имѣемъ и потому экспериментальная повѣрка формулы Лавуазье и Лапласа не возможна въ настоящее время.

Если теперь бросить общій взглядъ на ходъ развитія термохиміи жидкостей, то представляется результатъ въ высшей степени замѣчательный: въ теоретическомъ отношеніи прогрессъ заключается въ возвращеніи къ идеямъ конца прошлаго столѣтія, въ опытномъ отношеніи — въ приобрѣтеніи множества числовыхъ данныхъ, столь не полныхъ и болѣею частію столь не точныхъ, что ни одно теоретическое предположеніе не можетъ быть посредствомъ ихъ подвергнуто повѣркѣ опыта.

## II. Методы количественныхъ опредѣленій, употребленные при опытахъ.

*Измѣреніе температуръ.* При всѣхъ опредѣленіяхъ количествъ тепла, измѣреніе температуръ составляетъ самую затруднительную сторону вопроса; по этому я считаю нужнымъ представить нѣкоторыя подробности относительно моихъ термометровъ. Всѣ они съ произвольною скалою и построены мною самимъ <sup>1)</sup>.

Какъ матеріалъ для устройства термометровъ, поташное стекло выгоднѣе нежели хрусталь, потому что его коэффициентъ расширенія меньше, правильнѣе измѣняется съ температурою, и матеріалъ этотъ доставляетъ, повидимому, термометры менѣе измѣнчивые; но съ другой стороны всѣ термометры Реньо сдѣланы изъ хрусталя, а такъ какъ посредствомъ этихъ термометровъ получено громадное множество и самыхъ точныхъ числовыхъ данныхъ, то я предпочелъ взять хрусталь для того чтобы имѣть данныя по возможности болѣе приближающіяся къ даннымъ термометровъ Реньо. Концы каждой трубки тотчасъ по изготовленіи ея на фабрикѣ были запаяны; это необходимо для того чтобы предотвратить возможность засоренія трубокъ пылью или сыростию. Промывать азотною кислотой, какъ это совѣтуетъ Шверъ, можно лишь трубки очень крупнаго діаметра, такого, что ихъ можно употреблять для спиртовыхъ термометровъ, но не для ртутныхъ. Величина внутренняго діаметра термометрической трубки дѣло весьма важное. Если брать трубки очень широкія (напр. въ 1 миллиметръ и болѣе въ діаметрѣ), то шарики выходятъ очень большіе и термометры медленны въ своихъ показаніяхъ, т. е. не скоро принимаютъ температуру окружающей среды и кромѣ того неудобны для обращенія съ ними; если діаметръ слишкомъ узокъ, встрѣчается неудобство другаго рода — при измѣненіи температуры движеніе въ такихъ термометрахъ не равномерно, а скачками, потому что столбъ ртути испытываетъ замѣтное сопротивленіе движенію вслѣдствіе узкости канала, въ которомъ находится. Это обстоятельство можетъ сдѣлаться источникомъ замѣтныхъ ошибокъ, особенно при употребленіи способа постоянныхъ температуръ: термометръ съ очень узкою трубою можетъ нѣсколько времени оставаться неподвижнымъ вслѣдствіе тренія, испытываемаго ртутнымъ столбомъ въ узкой трубкѣ, между тѣмъ какъ температура окружающей его среды замѣтно измѣняется.

<sup>1)</sup> Въ физической лабораторіи Реньо въ Collège de France въ 1861 году.

Изъ массы трубокъ выбираютъ сначала хорошія; для этого вводятъ въ каждую трубку столбъ ртути длиною около 50 миллиметровъ, и проводя этотъ столбъ по всей длинѣ трубки измѣряютъ его длину въ разныхъ частяхъ ея. Это измѣреніе, какъ уже упомянуто, служитъ для выбора трубки и потому не требуетъ большой точности; оно производится посредствомъ линейки, раздѣленной на миллиметры и считываніе можетъ заключать ошибки до 0,2 и 0,3 миллиметра: необходимо чтобы дѣло шло быстро, потому что надобно перепробовать десятокъ трубокъ, чтобы найти часть трубки годную на одинъ термометръ. Если длина столбика при передвиженіи въ трубкѣ отъ одного конца къ другому измѣняется неправильно, т. е. то увеличивается, то уменьшается, или, если измѣненія правильны, но значительны, напр. столбикъ въ какой нибудь части трубки на цѣлый миллиметръ длиннѣе или короче, чѣмъ въ непосредственно предшествовавшей ей части, то такая трубка не годна; разница въ 0,5 миллиметра еще допустима.

Выбранная такимъ образомъ трубка подвергается калиброванію.

Ренью производить эту операцію посредствомъ винта дѣлительной машины. Трубка, въ которую предварительно введенъ столбикъ ртути, около двадцати миллиметровъ длиною, кладется на неподвижную доску дѣлительной машины; къ гайкѣ, которая приводится въ движеніе винтомъ машины, прикрѣпленъ микроскопъ съ перекрестными нитями; одна изъ нитей наводится на одинъ конецъ ртутнаго столбика, потомъ движеніемъ винта микроскопъ переводится на другой конецъ этого столба, такъ чтобы нить приходилась прямо на вершину его; число оборотовъ винта и число частей оборота, измѣряемое посредствомъ дѣлений, находящихся на головкѣ винта даетъ длину столба ртути. Столбикъ передвигается дальше и длина его измѣняется такимъ же образомъ. Этотъ способъ калиброванія очень точенъ, но за то беретъ много времени, тѣмъ болѣе, что каждое измѣреніе длины ртутнаго столбика нужно повѣрить еще разъ, чтобы быть увѣреннымъ, что не произошло ошибки. Въ самомъ дѣлѣ, не смотря на горизонтальность трубки на доскѣ машины и всѣ предосторожности, столбикъ ртути могъ бы въ продолженіе того времени когда микроскопъ передвигался отъ одного конца его до другого, самъ нѣсколько передвинуться, вслѣдствіе чего измѣреніе оказалось бы не вѣрнымъ. Чтобы избѣжать этого, какъ уже упомянуто, измѣреніе повторяютъ. Когда столбикъ измѣренъ отмѣчаютъ краскою на трубкѣ положеніе его концовъ и передвигаютъ его такъ, чтобы правый его конецъ занялъ мѣсто, которое прежде занималъ лѣвый. Сдѣлать это съ точностію почти невозможно, потому что для передвиженія необходимо снять трубку съ мѣста; постукивая деревяшкой въ тотъ конецъ трубки, къ которому хотятъ приблизить ртутный столбикъ, легко удается при помощи мѣтки, поставленной на трубкѣ краскою, передвинуть столбикъ *приблизительно* куда нужно, тогда снова измѣряется длина столбика какъ прежде и снова повторяются тѣ же операціи до конца трубки. Дальше я покажу, что ошибка, которая происходитъ отъ того, что лѣвый конецъ ртутнаго столба въ новомъ его положеніи не вполне совпадаетъ съ положеніемъ праваго конца того же столба при предшествовавшихъ измѣреніи его — незамѣтна.

Чтобы облегчить операцію калиброванія, я построилъ приборъ, который вполне оказался удовлетворительнымъ для этой цѣли <sup>1)</sup>. Этотъ приборъ имѣетъ сходство

<sup>1)</sup> Приборъ этотъ былъ построенъ въ Парижѣ въ 1861 году механикомъ L. Golaz.

съ тѣмъ, который служитъ для повѣрки раздѣленныхъ уже трубокъ и можетъ вполне замѣнить его и для этой цѣли. Онъ состоитъ (фиг. 1) изъ двухъ микроскоповъ, прикрѣпленныхъ къ подставкамъ, могущимъ двигаться въ одномъ и томъ же пазу. Микроскопъ А приводится въ движеніе микрометрическимъ винтомъ n, другой-же микроскопъ В свободно передвигается рукою; подъ микроскопами лежитъ линейка с с, раздѣленная на миллиметры; ея край, носящій дѣленія, къ низу скошенъ такъ, что если приложить къ нему термометрическую трубку ff, въ которую введенъ столбикъ ртути, то столбикъ этотъ въ микроскопъ кажется касающимся раздѣленного края линейки. Дѣленія на линейкѣ (миллиметры) сдѣланы чрезвычайно тонко, ихъ 0 находится въ полѣ зрѣнія микроскопа А и по другую сторону отъ 0 есть еще одинъ миллиметръ, раздѣленный на 10 частей; линейка можетъ быть приводима въ движеніе микрометрическимъ винтомъ k; наконецъ существуетъ особое приспособленіе, чтобы держать трубку у скошеннаго края линейки, позволяющее по произволу передвигать ее.

Введя въ трубку столбикъ ртути, прикладываютъ ее плотно къ краю раздѣленной линейки такимъ образомъ, чтобы лѣвый конецъ ртутнаго столба ровно совпадалъ съ однимъ изъ дѣлений линейки, а правый въ тоже время падалъ между дѣленіями миллиметра, раздѣленного на десятыя доли, чего легко достигнуть, такъ какъ линейка имѣетъ микрометрическое движеніе, а трубку легко привести въ надлежащее положеніе просто рукою. Микроскопы при этомъ устанавливаются такимъ образомъ, чтобы одна изъ нитей каждаго микроскопа была параллельна чертамъ дѣлений масштаба и притомъ такъ, что нить микроскопа В должна покрывать одно изъ дѣлений масштаба и въ то же время касаться конца столба ртути, а перекрестная нить микроскопа А, касаясь вершины другаго конца ртутнаго столба, должна при этомъ падать гдѣ либо между дѣленіями миллиметра раздѣленного на 10 частей; микроскопъ А имѣетъ микрометрическое движеніе и потому его легко привести такое въ положеніе. На фиг. 2 видно, какъ представляется взаимное отношеніе различныхъ частей прибора въ моментъ считыванія: посредствомъ микроскопа В считывается число миллиметровъ, посредствомъ микроскопа А считывается число десятыхъ долей миллиметра, и отсчитывается на глазъ число сотыхъ долей, дополняющихъ длину ртутнаго столба; эта отсѣлка сотыхъ долей можетъ быть сдѣлана съ точностію, такъ какъ микроскопы увеличиваютъ въ 8 — 10 разъ, и нить микроскопа А, касающаяся верхушки ртутнаго столба въ тоже время падаетъ между дѣленіями той части масштаба, которая раздѣлена на десятыя доли миллиметра. Произведя считываніе, передвигаютъ столбикъ ртути въ трубкѣ и продолжаютъ операцію. Лѣвый микроскопъ остается неподвижнымъ въ теченіи всей работы надъ одною и тою же трубкою, масштабъ приходится передвинуть разъ или два на одинъ цѣлый миллиметръ, а правый микроскопъ приходится передвигать каждый разъ на одну или на двѣ десятыя доли миллиметра и потому понятно, что операція идетъ чрезвычайно быстро. Ошибки зависящей отъ передвиженія столба ртути, какъ при калиброваніи посредствомъ дѣлительной машины, тутъ опасаться нельзя, такъ какъ оба конца столба ртути наблюдаются въ одно время, степень же точности болѣе чѣмъ достаточна, какъ сейчасъ будетъ показано. Когда калиброваніе окончено, равные по объему интервалы, которыхъ длина записана, дѣлятся каждый на равное число частей *равной длины*.

Я представлю здѣсь числа, полученные посредствомъ моего прибора при калиброваниі одного изъ моихъ термометровъ.

А — длина калибровочнаго столба въ разныхъ частяхъ трубки въ миллиметрахъ.

В — число дѣленій головки винта, соответствующее одному дѣленію термометра въ разныхъ калибровочныхъ интервалахъ <sup>1)</sup>.

№	А.	В.
1	28,37	649
2	28,48	652
3	28,65	656
4	28,80	659
5	28,88	661
6	29,02	664
7	29,14	667
8	29,21	668
9	29,32	671
10	29,44	674
11	29,45	674
12	29,46	674
13	29,46	674
14	29,47	674
15	29,44	673
16	29,43	673
17	29,37	672
18	29,34	672
19	29,28	670

Изъ этихъ чиселъ видно, что предполагая вѣроятную ошибку калиброванія въ 0,02 миллиметра каждый разъ, методъ болѣе чѣмъ удовлетворителенъ. Въ самомъ дѣлѣ наименьшая разность величинъ, которую можно отложить посредствомъ машины которою я пользовался есть 1<sup>д</sup>, то есть  $\frac{1}{801}$  миллиметра, слѣдовательно наименьшая разность въ величинѣ двухъ интерваловъ, которую можно отложить, предполагая 35 дѣленій въ каждомъ интервалѣ, есть 35 дѣленій головки винта, т. е. почти 0,04 миллиметра. Вотъ почему, какъ видно изъ таблицы, когда длины столбовъ различаются между собою на 0,02 миллиметра и мевьше, приходится откладывать дѣленія одинаковой длины.

Другое обстоятельство, которое наглядно представляетъ приведенная таблица то, что если при переахиженіи столба ртути, лѣвый конецъ его не упадетъ въ ту точку гдѣ прежде былъ правый, какъ слѣдовало бы, а упадетъ нѣсколько ближе или дальше ея, то оттого не можетъ произойти замѣтной ошибки. Въ самомъ дѣлѣ, если отъ передвиженія столба ртути на пространство, равное всей его длинѣ, длина эта измѣняется положимъ на 0,3 миллиметра, то ясно, что отъ передвиженія того же столба на 1 миллиметръ, длина его должна измѣниться на  $\frac{1}{30}$  (приблизи-

<sup>1)</sup> На дѣлительной машинѣ физической лабораторіи Collège de France, которою я пользовался, длина 1 миллиметра равняется двумъ оборотамъ винта и одному дѣленію головки; головка винта имѣла 400 дѣленій. Въ настоящемъ случаѣ каждой изъ калибровочныхъ интерваловъ раздѣленъ на 35 дѣленій.

тельно) этой величины, т. е. на 0,01 миллиметра или немного болѣе, т. е. величину, которой вліяніе при дѣленіи не замѣтно.

Наконецъ, приведенная выше таблица можетъ послужить также для опредѣленія степени точности, которой можно достигнуть посредствомъ разсматриваемаго способа калибровки. Для того чтобы получить трубку, абсолютно вѣрно раздѣленную, слѣдовало бы интервалы опредѣленные калиброваніемъ дѣлить также не на части равной длины, но на части равной емкости. Практически это не исполнимо, а потому надобно опредѣлить какъ велика можетъ быть ошибка, происходящая отъ того, что интервалы равной емкости раздѣлены на части равной длины. Ясно, что наибольшая погрѣшность будетъ имѣть мѣсто посрединѣ интервала и легко опредѣлить ея величину при данныхъ условіяхъ. Предположимъ, что разсматриваемая трубка правильный конусъ и при томъ такой, что столбъ ртути 28,65 миллиметровъ длины, передвинутый 28,65 миллиметра будетъ имѣть длину 28,80 миллиметра (интервалы 3 и 4 въ таблицѣ). Ясно, что если интервалъ 28,65 миллим. раздѣлить на двѣ части равныя по объему, то длины ихъ будутъ относиться между собою какъ 28 65 : 28,80, т. е. длина первой половины будетъ 14,287 миллим., длина второй 14,363 миллим. Но при нашемъ способѣ дѣленія трубки вмѣсто половины интервала 28,65 по объему, откладывается половина его по длинѣ; слѣдовательно при этомъ дѣлается ошибка, которой величина въ настоящемъ случаѣ будетъ 0,038 миллим.

И такъ даже при самомъ совершенномъ способѣ калиброванія, раздѣленная трубка, уже по принципу, должна представлять (за исключеніемъ нѣкоторыхъ точекъ) погрѣшности, которыхъ величину можно опредѣлить, зная условія калибровки, и которыя обыкновенно доходятъ до 0,05 миллиметра; изъ этого слѣдуетъ, что употребленіе сильно увеличивающихъ зрительныхъ инструментовъ для наблюденія объема жидкости при калиброванныхъ трубкахъ, съ цѣлью считать сотыя или даже пятидесятые доли дѣленія, — не имѣетъ цѣли: послѣднія цифры величинъ, такимъ образомъ получаемыхъ, меньше нежели вѣроятная ошибка калибра <sup>1)</sup>.

Но самая главная выгода термометровъ съ произвольной скалой заключается въ полной возможности повѣрки калибра трубки *послѣ того какъ дѣленія уже нанесены* на нее; такимъ образомъ открываются всѣ ошибки, которыя могли быть сдѣланы при калиброваніи и при нанесеніи дѣленій. Для этого въ трубку вводятъ столбъ ртути приблизительно миллиметровъ въ 30 и опредѣляютъ его длину въ различныхъ частяхъ трубки посредствомъ дѣленій самой трубки; если дѣленія вѣрны, то ясно, что во всѣхъ частяхъ столбъ ртути будетъ занимать одно и тоже число дѣленій. Необходимо прогнать такимъ образомъ одинъ и тотъ же столбъ два раза

<sup>1)</sup> Само собою разумѣется, что все это и еще въ гораздо большей степени относится къ термометрамъ съ опредѣленной скалой. Раздѣлить трубку между двумя известными точками на известное число частей *равной емкости* (какъ то требуется при термометрахъ съ опредѣленной скалой) есть задача несравненно болѣе сложная и трудная чѣмъ раздѣлять произвольную часть трубки на произвольное число частей, произвольной, но равной емкости. Механики, занимающіеся построениемъ термометровъ обыкновенно довольствуются простымъ и грубымъ графическимъ построениемъ на бумагѣ, которое посредствомъ циркуля переносятъ потомъ на скалу термометра

устанавливая въ первый разъ вершины его тамъ, гдѣ они находились при калиброваніи, а во второй — посрединѣ интерваловъ. Это необходимо во первыхъ, для того чтобы не могло оставаться пространство, котораго вовсе не были проверены, во вторыхъ для того, чтобы еще разъ убѣдиться, что ошибка, сдѣланная при той степени коничности трубки и той длинѣ калибровочнаго столба, которые допущены, незначительна. Обыкновенно при такой проверкѣ замѣчаются небольшія погрѣшности, ихъ отмѣчаютъ и составляютъ по нимъ таблицу поправокъ. Для того чтобы еще болѣе обезпечить себя, дѣлаютъ еще проверку, посредствомъ длиннаго столба.

Для всѣхъ этихъ проверокъ очень удобенъ приборъ, описанный выше и назначенный для калиброванія трубокъ. Микроскопы этого прибора имѣютъ слабое увеличеніе 7 — 8 разъ и устроены такимъ образомъ, что фокусное разстояніе у нихъ очень велико, что необходимо для того, чтобы можно было въ одно и то же время ясно видѣть дѣленія на трубкѣ и конецъ столба ртути, лежащій 2 — 1½ миллиметра дальше отъ микроскопа, чѣмъ поверхность трубки, носящая дѣленія.

Для примѣра я привожу здѣсь вполнѣ числа, полученные при проверкѣ термометра № 5.

## Первый рядъ:

0,5	35,5	35,0
30,75	65,75	35,0
60,15	95,15	35,0
90,4	125,4	35,0
130,5	165,5	35,0
160,4	175,4	35,0
190,9	225,9	35,0
220,3	255,25	34,95
250,4	286,35	35,95 <sup>1)</sup>
280,2	315,15	34,95
310,1	345,1	35,0
340,7	375,65	39,95
370,35	405,35	35,0
400,8	435,8	35,0
430,35	465,35	35,0
460,65	495,65	35,0
490,7	525,7	35,0
520,35	555,35	35,0
550,4	585,4	35,0
580,7	615,7	35,0
610,6	645,6	35,0

## Второй рядъ:

15,7	50,7	35,0
44,8	79,8	35,0

<sup>1)</sup> Это ошибка въ счетѣ дѣлений: между 260 и 265 сдѣлано по ошибкѣ только четыре дѣленія вмѣсто пяти.

74,4	109,4	35,0
115,65	150,65	35,0
145,1	180,15	35,05
175,5	210,5	35,0
205,25	240,25	35,0
235,0	271,0	36,0 <sup>1)</sup>
265,1	300,1	35,0
295,4	330,4	35,0
325,3	360,3	35,0
355,5	390,55	35,05
385,25	420,25	35,0
415,3	450,3	35,0
445,25	480,25	35,0
475,4	510,4	35,0
505,6	540,5	34,9
535,6	570,6	35,0
565,7	600,7	35,0
595,7	630,7	35,0

## Третій рядъ:

0	114,7	114,7
100	214,7	114,7
200	315,7	115,7
300	414,75	114,75
400	514,75	114,95
500	614,7	114,7

## Четвертый рядъ:

0	333,3	333,3
100	433,35	333,35
200	533,35	333,35
300	632,4	332,4

Эти числа ясно показываютъ, какую степень довѣрія могутъ заслуживать показанія термометра, построеннаго изъ трубки, къ которой они относятся. Всѣ разности въ длинѣ столбовъ, какъ видно, не превосходятъ одной двадцатой доли одного дѣленія и только во второй половинѣ трубки можно ясно замѣтить разность доходящую до 0,1.

Съ перваго взгляда кажется, что можно бы достигнуть болѣе точности, употребивъ для проверки микроскопы съ болѣе сильнымъ увеличеніемъ, но въ дѣйствительности это такъ затруднительно, что почти можетъ считаться неисполнимымъ: малѣйшее измѣненіе температуры, малѣйшая неточность въ установкѣ глаза (все таки возможная, не смотря на перекрестныя нити и узкое отверстіе, чрезъ которое смотритъ глазъ), приобретають въ такомъ случаѣ весьма замѣтное вліяніе, поэтому я рѣшился допустить для моихъ термометровъ одну десятую долю одного дѣленія, какъ наибольшую возможную ошибку, зависящую отъ калибра.

<sup>1)</sup> Ошибка въ счетѣ дѣлений какъ уже сказано.

Я нѣсколько разъ опредѣлялъ кардинальныя точки моихъ термометровъ. Наибольше затрудненій представляетъ опредѣленіе точки кипѣнія; я употреблялъ для этой цѣли приборъ, совершенно подобный тому, который употребляетъ Реньо и въ которомъ водяной паръ двойной оболочкой окружаетъ термометръ на всемъ пространствѣ его, занятомъ ртутью. Барометръ, которымъ я пользовался, былъ предварительно тщательно проверенъ мною. Посредствомъ катетометра <sup>1)</sup> я измѣрилъ сначала его скѣлу отъ нижней точки до точки 760 и нашелъ ее немного вытянутою, какъ это обыкновенно бываетъ съ барометрами, у которыхъ вся тяжесть виситъ на мѣдной оправѣ, на которой начерчена скѣла. Затѣмъ я позаботился проверить вполне ли сохранилъ барометръ пустое пространство. Для этой цѣли я сдѣлалъ нѣсколько послѣдовательныхъ наблюдений высоты барометра, то оставляя пустоту нормальной величины, то уменьшая ее въ десять или пятнадцать разъ, что легко произвести посредствомъ нижняго винта барометра; измѣреніе же высоты его въ этомъ случаѣ я производилъ посредствомъ катетометра. Наконецъ я принялъ во вниманіе небольшую поправку, зависящую отъ капиллярности <sup>2)</sup>.

Не смотря на всѣ эти предосторожности, я не всегда получалъ результаты совершенно тождественные; — слѣдующая таблица представляетъ результаты полученные для нѣкоторыхъ изъ моихъ термометровъ первый столбецъ даетъ № термометровъ, въ каждомъ изъ слѣдующихъ трехъ подъ литерою *a* показано сколько дѣленій произвольной скѣлы равняется интервалъ 100 градусоу Цельсія; подъ литерою *b* положеніе 0° на скѣлѣ термометра, опредѣленное тотчасъ послѣ опредѣленія точки кипѣнія. Эти опредѣленія 0° служили впрочемъ только для опредѣленія величины интервала въ 100°, при опытахъ же 0° градусоу опредѣлялся каждый разъ особенно, такъ какъ извѣстно, что въ термометрѣ, подвергнутомъ нѣсколько времени температурѣ 100° точка нуля немного перемѣщается.

	1-е опредѣленіе.		2-е опредѣленіе.		3-е опредѣленіе.	
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
Термом. № 1.	512,4	99,5	512,2	99,5	512,3	99,8
» № 8.	576,1	43,7	576,0	44,0	576,6	42,2
» № 10.	600,5	41,0	600,6	41,0	601,0	41,4
» № 11.	507,6	65,4	507,5	65,5	507,6	66,0.

Различныя опредѣленія даютъ, какъ видно изъ чиселъ этой таблицы, величины замѣтно различныя для числа дѣленій, соответствующаго интервалу 100° одного и того же термометра; особенно третье опредѣленіе дало для термометровъ №№ 8 и 10, числа, которыхъ разности съ прежними опредѣленіями превосходятъ возможные наибольшія ошибки, зависящія отъ калибра и считыванія; эта разность простирается для каждаго изъ нихъ до 0,08°.

<sup>1)</sup> Катетометръ, принадлежащій химической лабораторіи Университета св. Владимира, работы механика Регеаухъ въ Парижѣ; онъ былъ мною сравненъ съ однимъ изъ катетометровъ Реньо.

<sup>2)</sup> Для приведенія барометра къ 0° и для опредѣленія по высотѣ его точекъ кипѣнія я употреблялъ таблицы, вычисленныя Изарномъ (Mill. et Reis. Annuaire de Chimie 1848).

Впрочемъ Пьеръ <sup>1)</sup> получилъ при своихъ опытахъ разности еще гораздо большія и которыя иногда доходили до 0°,4. и даже до 0°,47.

Рекнагель <sup>2)</sup> въ таблицѣ на стр. 137 и 138 даетъ кардинальныя точки своихъ термометровъ; различныя опредѣленія для одного и того же термометра даютъ интервалъ 100° различнымъ на 0°,2 и болѣе. Наконецъ въ таблицѣ стр. 227 мемуара Реньо „объ измѣреніи температуръ“ <sup>3)</sup> помѣщены показанія термометровъ, находящихся въ одной ваннѣ при температурѣ близкой къ 100°; эти показанія должны бы были быть тождественны, но они разнятся иногда до 0°,1.

Это доказываетъ, что хотя точка кипѣнія и точка таянія льда температуры по принципу совершенно постоянныя, но тѣмъ не менѣе достигнуть этого постоянства въ дѣйствительности не совсемъ легко, если требуется большая точность.

Всѣ мои термометрическія наблюденія и вообще всѣ считыванія производились посредствомъ горизонтальной зрительной трубки, движущейся по вертикальной колоннѣ и снабженной уровнемъ.

При всѣхъ точныхъ термометрическихъ наблюденіяхъ необходимо дѣлать поправку, зависящую отъ того, что часть столба термометрической жидкости имѣетъ температуру отличную отъ той, которую имѣетъ шарикъ термометра. Я употреблялъ для вычисленія этой поправки обыкновенную формулу:

$$\phi = \frac{1}{x} (t - n) (t - t')$$

гдѣ

*t* температура наблюдаемая.

*t'* температура непогруженной части термометра.

*n* — точка, до которой погруженъ термометръ, выраженная въ градусахъ.

$\frac{1}{x}$  — кажущійся коэффициентъ разширенія термометрической жидкости.

Для того чтобы съ точностію установить поправку, необходимо знать коэффициентъ разширенія стекла, изъ котораго сдѣланы термометры. Мои сдѣланы изъ хрустали и изъ той же массы сдѣлано было нѣсколько сосудовъ для опредѣленія удѣльнаго вѣса жидкостей по способу Реньо. Я опредѣлилъ посредствомъ ртути кажущійся коэффициентъ разширенія между 0° и 100° для этихъ сосудовъ и получилъ слѣдующія цифры:

	$\Delta_{100}$
Для сосуда № 4	0,0154
Для сосуда № 11	0,0154
» » № 12	0,0153.
Средняя	0,0154.

Коппъ <sup>4)</sup> прямыми опытами показалъ, что если ввести въ поправку величину  $\frac{1}{x}$  — такъ какъ даетъ ее прямое опредѣленіе, то результатъ получается не

<sup>1)</sup> Pierre, sur la marche comparative des thermomètres à mercure formés par des verres différents. Ann. Ch. Ph. 3 v. t. b.

<sup>2)</sup> Pogg. Ann. t. 123. 1965. Thermometrische Untersuch.

<sup>3)</sup> Mém. de l'académ. t. 21.

<sup>4)</sup> Pogg. Ann. t. 72.

совсѣмъ точнѣй, потому что столбъ ртути въ термометрѣ всегда имѣетъ температуру нѣсколько иную, чѣмъ температура окружающаго воздуха, которая при этомъ случаѣ принимается за температуру ртутнаго столба. Онъ нашелъ, что величину  $\frac{1}{x}$  такъ какъ дается ее прямое опредѣленіе, надобно замѣнить величиною  $1 + \frac{1}{x}$ . Такимъ образомъ вводилъ я этотъ факторъ въ вычисленіе поправки  $\varphi$ .

Чтобы окончательно убѣдиться въ томъ что показанія моихъ термометровъ представляютъ достаточную степень точности, я сравнилъ ихъ между собою. Сравненіе это было производимо при температурахъ maxima и minima въ большой ваннѣ, которой вода постоянно взбалтывалась. Слѣдующая таблица представляетъ результаты этого сравненія.

Т. 1.	Т. 8.	Т. 10.	Т. 11.
13,17	13,19	13,10	13,10
14,15	14,15	14,04	14,07
17,27	17,26	17,07	17,04
24,11	24,10	23,98	23,96
31,84	31,84	31,67	31,88
31,53	31,53	31,37	31,60
41,60	41,62	41,46	41,48
40,96	40,93	40,80	40,81
47,65	47,64	47,40	47,45
55,44	55,47	55,28	55,32
61,68	61,71	61,54	61,57.

Термометры № 1 и № 8 построены мною самимъ; термометры № 10 и № 11 получены отъ механика Фастре. Какъ видно, показанія моихъ термометровъ чрезвычайно согласны; разница не превосходитъ  $0^{\circ},03$ , т. е. уклоненіе отъ средней арифметической не болѣе  $0^{\circ},015$ , слѣдовательно меньше  $0^{\circ},1$ . Напротивъ показанія термометровъ Фастре значительно различаются и между собою и съ показаніями моихъ термометровъ; разница доходитъ до  $0^{\circ},2$  и даже дальше. Я не сомнѣваюсь въ томъ, что это несогласіе должно быть приписано ошибкамъ калибра.

*Опредѣленіе теплоемкостей.* Въ настоящее время двѣ метода могутъ быть употреблены для этой цѣли: метода охлажденія и метода смѣшеній.

Метода охлажденія представляетъ много выгодъ; но это метода косвенная и при томъ основанная на началахъ, которыя весьма сомнительны, какъ показалъ Реньо <sup>1)</sup>. При томъ производство опредѣленій по этой методѣ требуетъ приборовъ чрезвычайно тщательно построенныхъ.

Метода смѣшеній, наиболѣе разработанная и вполнѣ прямая, подвергалась многочисленнымъ измѣненіямъ.

Первые свои опыты надъ жидкостями Реньо производилъ по методѣ смѣшеній такимъ образомъ, что запаивалъ ихъ въ трубки и нагревалъ въ паровой ваннѣ своего аппарата точно такъ, какъ твердыя тѣла. Этотъ способъ затруднителенъ,

<sup>1)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 v. t. 9.

требуетъ особой паровой ванны, для жидкостей имѣющихъ слабую теплоемкость невыгоденъ тѣмъ, что теплоемкость трубки имѣетъ слишкомъ большое вліяніе и наконецъ тѣмъ, что maximum не скоро наступаетъ и поправка охлажденія вслѣдствіе того велика.

Андревскъ <sup>1)</sup> погружалъ въ изслѣдуемую жидкость нагрѣтый ртутный термометръ, котораго нарикъ имѣлъ около 50 мм. длины и около 13 мм. въ діаметрѣ и заключалъ до 80 грамм. ртути. Термометръ этотъ имѣлъ вблизи резервуара черту, и предварительными опытами было опредѣлено при какой температурѣ ртуть въ термометрѣ стоитъ на этой чертѣ; нагрѣвъ термометръ выше этой температуры, его вынимаютъ изъ ванны и ждутъ пока ртуть дойдетъ до черты; въ этотъ моментъ термометръ погружается въ испытуемую жидкость, находящуюся въ калориметрѣ и наблюдается maximum повышенія ея температуры. Такимъ образомъ получается калориметрическое значеніе термометра въ единицахъ испытуемой жидкости и, сдѣлавъ предварительно такое же опредѣленіе для воды, можно изъ этихъ данныхъ вычислить теплоемкость изучаемой жидкости. Этотъ способъ представляетъ нѣкоторыя удобства, но онъ не приложимъ для жидкостей очень летучихъ или способныхъ быстро поглощать влагу и при этомъ нагрѣваться.

Персонъ <sup>2)</sup> при своихъ опредѣленіяхъ теплоемкости соляныхъ растворовъ, погружалъ въ изслѣдуемый растворъ, налитый въ калориметръ, мѣдную бутылочку, содержащую чистую воду предварительно нагрѣтую, съ погруженнымъ въ нее термометромъ. Онъ употребилъ для этихъ опредѣленій изобрѣтенный имъ калориметръ, въ которомъ потеря теплоты во время опыта уничтожалась посредствомъ особаго рода компенсаціи. Сравненіе конечныхъ результатовъ полученныхъ Персономъ показываетъ, что разности при повтореніи одного и того же опыта простирались не свыше 0,007, а средняя разность меньше 0,004; при двухъ только опытахъ разность оказалась около  $\frac{1}{60}$  такъ что оставляя въ сторонѣ этотъ послѣдній случай, методу можно считать вполнѣ удовлетворительною съ точки зрѣнія точности, но она затруднительна для исполненія: способъ компенсаціи Персона требуетъ особаго наблюдателя; при томъ же метода не приложима при изученіи летучихъ жидкостей.

Фазеръ и Зильберманъ <sup>2)</sup> произвели посредствомъ изобрѣтеннаго ими ртутнаго калориметра нѣсколько опредѣленій теплоемкости и указываютъ на этотъ приборъ какъ на особенно удобный для такихъ опредѣленій; но съ этимъ невозможно согласиться. Для опредѣленія теплоемкости жидкости, нѣсколько граммовъ ея (2—3) они нагрѣваютъ до кипѣнія и выбрасываютъ въ муфель своего калориметра. При вычисленіи теплоемкости предполагаютъ, что температура жидкости вливаемой въ муфель есть ея температура кипѣнія. Но известно какъ легко и значительно измѣняется температура кипѣнія подъ вліяніемъ стѣнокъ сосуда, способа нагрѣванія и т. п.; такой способъ опредѣленія температуры на маломъ количествѣ жидкости очень не надеженъ. Притомъ часть жидкости попадаетъ въ муфель въ видѣ пара, что еще увеличиваетъ ошибку; наконецъ и самое опредѣленіе калориметрическаго значенія дѣлений градуированной трубки прибора подвержено

<sup>1)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 v. t. 14.

<sup>2)</sup> Ann. Ch. Ph. 3 v. t. 37.

тѣмъ же ошибкамъ. Не удивительно поэтому, что теплоемкости, полученные этимъ способомъ при повтореніи опыта оказываются различными на  $\frac{1}{50}$  и даже иногда на  $\frac{1}{25}$  всей своей величины. Еще гораздо больше разница чиселъ Фавра и Зильбермана съ числами полученными Реньо: послѣдніе всегда больше на  $\frac{1}{10}$  и даже иногда на  $\frac{1}{5}$ . Изъ этого видно, что для опредѣленія теплоемкостей, ртутный калориметръ вовсе не можетъ служить.

Сенъ-Клеръ-Девиль <sup>1)</sup> по поводу своихъ изслѣдованій, упомянутыхъ выше, сообщилъ нѣсколько свѣдѣній о новомъ и какъ онъ говоритъ — очень удобномъ и точномъ способѣ опредѣленія теплоемкости жидкостей имъ изобрѣтенномъ. Способъ этотъ заключается въ томъ, чтобы вливать въ изучаемую жидкость, имѣющую температуру окружающей атмосферы, большую массу ртути нагрѣтой или охлажденной до известной температуры. При взбалтываніи ртуть раздѣляется на мелкія капли и смѣсь очень быстро принимаетъ среднюю температуру, вслѣдствіе чего поправка охлажденія ничтожна. Сенъ-Клеръ-Девиль прибавляетъ, что даже при опытахъ надъ серною и уксусною кислотою онъ никогда не могъ открыть признаковъ растворенной ртути въ кислотѣ; тѣмъ не менѣе можно противъ этого способа сдѣлать другое возраженіе: Пулье, какъ известно, показалъ, что всегда, когда жидкости проникаютъ мелко раздробленныя тѣла, происходитъ отдѣленіе тепла; болѣе чѣмъ вѣроятно, что тоже самое происходитъ и при прохожденіи мелко раздробленной ртути сквозь жидкость. Притомъ способъ не представляетъ никакихъ особенныхъ выгодъ; поправка на охлажденіе всегда очень мала и можетъ быть сдѣлана съ большою точностію, слѣдовательно нѣтъ цѣли взыграть ее, когда этимъ вносится вѣроятность новой очень большой погрѣбности.

Предлагали также для опредѣленія теплоемкости жидкостей погружать въ нихъ металлическій цилиндръ или шаръ, предварительно нагрѣтый или охлажденный, но этотъ способъ представляетъ тѣ же самыя невыгоды, какъ и способъ Андревса, кромѣ того здѣсь представляется еще затрудненіе относительно точнаго опредѣленія температуры погружаемаго куска металла.

Наконецъ Реньо <sup>2)</sup> въ послѣднемъ томѣ своихъ изслѣдованій описалъ приборъ, посредствомъ котораго онъ опредѣлялъ теплоемкость значительнаго числа жидкостей; при этомъ приборѣ изучаемая жидкость предварительно нагрѣтая или охлажденная вбрасывается въ калориметръ имѣющій для приватія ея особый сосудъ, окруженный водою, которой нагрѣваніе наблюдается. Такимъ образомъ испробованы были можно сказать всѣ возможныя измѣненія методы смѣшеній; изъ всѣхъ этихъ видоизмѣненій хорошихъ результатовъ можно ожидать при опредѣленіи теплоемкости летучихъ жидкостей отъ двухъ методовъ: отъ метода Реньо, которая изобрѣтена специально для этого случая и отъ метода Персона, если только употребить ее въ обратномъ видѣ, т. е. наливать въ калориметръ воду а въ бутылочку изучаемую жидкость. Въ самомъ дѣлѣ при способѣ Реньо, изучаемая жидкость только въ моментъ вбрасыванія сообщается съ воздухомъ, но и то посредствомъ особаго прибора недопускающаго ея улечиванія; по методу же Персона, измѣненной какъ выше сказано, жидкость во время всего опыта остается въ закрытомъ сосудѣ; я счелъ поэтому нужнымъ подвергнуть обѣ эти методы внимательному изученію.

<sup>1)</sup> Comp. Rend. t. 50.

<sup>2)</sup> Mém. de l'acad. t. 26.

Безъ всякаго сомнѣнія Реньо подвергнулъ свою методу тщательному изученію, прежде нежели употребилъ ее для окончательныхъ опредѣленій, но въ мемуарѣ его нѣтъ никакихъ данныхъ относительно результатовъ этого изученія и потому о степени точности методы можно судить только по степени согласія между результатами опредѣленій сдѣланныхъ въ одинаковыхъ обстоятельствахъ. Реньо даетъ въ своемъ мемуарѣ для каждаго отдѣльнаго опыта не среднія теплоемкости  $C$ , а количества тепла  $Q$ , которыя отдаетъ или беретъ 1 граммъ жидкости, переходя отъ температуры  $T$  къ температурѣ  $t$ ; средняя теплоемкость получится, если  $Q$  раздѣлить на  $T - t$ ; слѣдующая таблица представляетъ возможность произвести сравненіе результатовъ опредѣленій, произведенныхъ для однихъ и тѣхъ же интерваловъ температуръ <sup>1)</sup>.

		Алькооль.					
		III	IV	V	VI	VIII	IX
T		42,55	42,20	40,55	41,00	66,37	66,02
t		11,28	11,27	8,38	8,17	10,85	10,43
C		0,606	0,621	0,610	0,603	0,648	0,642
		Хлороформа.			Сернист. углеродъ.		
		III	IV	V	III	IV	
T		53,82	61,15	5,31	39,46	39,53	
t		4,93	6,65	6,62	5,85	6,33	
C		0,235	0,234	0,236	0,238	0,240	

Изъ этихъ таблицъ видно, что для опредѣленій сдѣланныхъ для интерваловъ температуръ почти совершенно тождественныхъ, разности оказываются для алькооля (если оставить въ сторонѣ опр. IV, которое очень значительно отличается отъ другихъ) отъ 0,005 до 0,01, для хлороформа и сернистаго углерода разности тѣ же самыя. Изъ этого видно, что 0,005 должна быть разсматриваема какъ вѣроятная случайная ошибка отдѣльнаго опыта по методу Реньо.

Я представлю теперь результаты опытовъ, которыя я произвелъ для того чтобы изучить эту методу. Я не буду описывать здѣсь приборъ Реньо, такъ какъ онъ весьма известенъ; я упомяну только о тѣхъ обстоятельствахъ опыта, о которыхъ ничего не сказано у Реньо или относительно которыхъ мои опыты представляютъ особенность. Метода, какъ известно заключается въ томъ, что изучаемую жидкость нагрѣвають въ особомъ сосудѣ, сообщаемомъ съ калориметромъ посредствомъ тонкой трубки и крана; при открываніи этого крана, нагрѣтая жидкость переходитъ въ калориметръ. Калориметръ состоитъ изъ наружнаго сосуда, наполненнаго водою и погруженнаго въ него внутренняго сосуда, въ который и вливается нагрѣтая жидкость. Изъ этого видно, что внутренній сосудъ калориметра долженъ герметически сообщаться съ трубкой нагрѣвательнаго сосуда. Реньо не упоминаетъ о томъ, какимъ образомъ устроено было это сообщеніе въ его приборѣ; я употребилъ для этого маленькую пробку. Реньо не упоминаетъ также о томъ, какимъ образомъ опредѣлялось количество нагрѣтой жидкости, вброшенной въ калориметръ; я опредѣлялъ его взвѣшиваніемъ всего калориметра до и послѣ опыта; подобные опыты показали мнѣ какое количество

<sup>1)</sup> Римскія цифры обозначаютъ номера опытовъ, подъ которыми они приведены въ мемуарѣ Реньо.

воды теряется испареніемъ во время опыта и я принималъ его въ расчетъ. Кромѣ того, для того чтобы опытъ былъ удаченъ, необходимо вбросить известное (приблизительно) количество нагрѣтой жидкости въ калориметръ, такое, чтобы внутренній сосудъ калориметра былъ наполненъ или почти наполненъ, а въ верхнемъ его прибавкѣ, назначенномъ стучать пары, которые могли бы образоваться въ самомъ калориметрѣ, жидкости не было или было очень мало. Я достигалъ этой цѣли слѣдующимъ образомъ: въ нагрѣвательной сосудъ вливалось количество жидкости большее чѣмъ то, которое нужно вбросить въ калориметръ и притомъ такое, что нагрѣвательный сосудъ былъ почти совершенно наполненъ; это дѣлалось для того, чтобы жидкость, состоящая изъ двухъ тѣлъ различной летучести, не могла измѣнить своего состава во время нагрѣванія вслѣдствіе не равнаго испаренія обѣихъ составныхъ частей. Посредствомъ предварительныхъ опытовъ, я опредѣлилъ число секундъ, въ теченіи котораго при тѣхъ условіяхъ давленія, при которыхъ находилъ приборъ, вытекаетъ изъ него надлежащее количество жидкости; затѣмъ я опредѣлялъ каждый разъ количество вбрасываемой жидкости, отворяя кранъ лишь на известное время (5 секундъ). Этотъ способъ оказался вполне удовлетворительнымъ. По окончаніи опыта, я отнималъ калориметръ отъ трубки нагрѣвательнаго сосуда, закрывалъ отверстія его пробочками и ставилъ на вѣсы въ полномъ его составѣ.

Самое наблюденіе производилось совершенно такъ, какъ оно описано у Реньо: сначала опредѣлялось измѣненіе температуры калориметра въ теченіи десяти минутъ до вбрасыванія жидкости, подъ вліяніемъ нагрѣвательнаго сосуда и вообще въѣдннхъ условій (начальный періодъ), потомъ производилось наблюденіе температуры калориметра и нагрѣваемой жидкости и вбрасываніе ея въ калориметръ; за тѣмъ температура калориметра наблюдалась ежеминутно до тѣхъ поръ, пока максимумъ нагрѣванія было пройдено и охлажденіе получало правильный ходъ, — это средний періодъ наблюденій; наконецъ дѣлалось еще два наблюденія температуры калориметра на разстояніи 10 минутъ одно отъ другаго — это конечный періодъ. Въѣдннхъ съ тѣмъ наблюдалась температура воздуха.

Относительно способа вычисленія опытовъ, Реньо не даетъ въ своемъ мемуарѣ никакихъ указаній; но въ мемуарѣ о теплоемкости газовъ, помѣщенномъ въ томъ же томѣ Mem. de l'Academ. онъ излагаетъ подробно весь ходъ вычисленія результатовъ опыта. Его способъ опредѣленія теплоемкости жидкостей основанъ совершенно на тѣхъ же началахъ, какъ и его способъ опредѣленія теплоемкости газовъ, а потому очевидно и вычисленіе результатовъ должно производиться такимъ же образомъ.

Въ основаніе вычисленія теплоемкости берется не абсолютное максимумъ измѣненія температуры калориметра, а температура, которую Реньо называетъ конечнымъ максимумомъ  $\theta'$ . Это температура, которая очень мало отличается отъ абсолютнаго максимума (на нѣсколько сотыхъ долей градуса) и начиная съ которой охлажденіе калориметра принимаетъ правильный ходъ, т. е. въ равные промежутки времени температура понижается на равную долю градуса. Эта правильность охлажденія доказываетъ, что всѣ части калориметра приняли одинаковую температуру; въ самомъ дѣлѣ очевидно, что пока вброшенная жидкость теплѣе нежели вода калориметра, охлажденіе всей массы его будетъ происходить медленнѣе нежели тогда когда температуры всѣхъ его частей выровняются, а это послѣднее обстоятельство

имѣетъ особенную важность для точности результата <sup>1)</sup>. Введеніе въ вычисленіе теплоемкости абсолютнаго максимума не представляетъ никакихъ особенныхъ выгодъ, а между тѣмъ абсолютное максимумъ всегда наступаетъ въ такое время, когда температура вброшенной жидкости и температура воды въ калориметрѣ еще не сравнялись.

Количество тепла, теряемое калориметромъ въ каждую минуту отъ момента вбрасыванія жидкости до момента конечнаго максимума опредѣляется формулою:

$$\Delta \theta = A (\theta - t) - K.$$

въ которой:

- $\Delta \theta$  — количество тепла, пріобрѣтеннаго или потеряннаго калориметромъ въ 1' данное прямымъ наблюденіемъ.
- $\theta$  — средняя температура калориметра въ теченіи одной минуты.
- $t$  — средняя температура воздуха въ теченіе этой минуты.
- $K$  — количество тепла, пріобрѣтаемое калориметромъ отъ ванны, вслѣдствіе проводимости въ теченіи одной минуты.
- $A$  — постоянный коэффициентъ охлажденія.

Одинъ рядъ величинъ  $\Delta \theta$ ,  $\theta$  и  $t$  даетъ начальный періодъ наблюденій (до вбрасыванія жидкости) другой — конечный періодъ (послѣ наступленія конечнаго максимума). Такимъ образомъ для каждаго опыта получаютъ два уравненія съ двумя неизвѣстными  $A$  и  $K$ , изъ которыхъ и вычисляются величины этихъ двухъ константъ; затѣмъ при помощи этихъ константъ вычисляется для каждаго минуты, начиная съ момента  $\theta'$  и идя назадъ до момента вбрасыванія жидкости, количество тепла, которое пріобрѣтаетъ и теряетъ калориметръ, на основаніи известнаго закона пропорціонности потерь разностямъ между температурою охлаждающагося тѣла и окружающей среды. Сумма этихъ количествъ составляетъ всю поправку охлажденія. Реньо убѣдился прямыми опытами въ точности этого способа производить означенную поправку, но онъ очень длиненъ и потому я нѣсколько упростилъ его; именно въѣдннхъ того, чтобы опредѣлять величины  $A$  и  $K$  разрѣшеніемъ приведенныхъ выше уравненій я опредѣлялъ ихъ изъ тѣхъ же данныхъ посредствомъ методы послѣдовательныхъ приближеній. Этотъ приемъ тѣмъ болѣе допустимъ, что коэффициентъ  $K$  при моемъ приборѣ былъ чрезвычайно малъ.

Слѣдующая таблица представляетъ числовыя данныя моего калориметра, общія для всѣхъ опытовъ:

	Въ единицахъ воды.	
Вѣсъ мѣдныхъ частей калорим.	262,4	24,67
Вѣсъ ртути терм. (№ 5)	18,02	0,40
Вѣсъ погруженной части стекла термометра	5,16	1,02
Вѣсъ воды въ калориметрѣ	405,48	405,05
Полная масса калориметра въ единицахъ воды		431,80

<sup>1)</sup> Собственно говоря правильность охлажденія калориметра не есть еще доказательство того, что всѣ его части приняли одинаковую температуру; эта правильность доказываетъ только, что вода калориметра теряетъ въ единицу времени столько же тепла охлажда-

Чтобы убедиться въ томъ, что мой приборъ и способъ вычисления удовлетворительны, я сдѣлалъ нѣсколько повѣрочныхъ опытовъ съ водою. Привожу здѣсь результаты нѣкоторыхъ изъ этихъ опытовъ. Буквы въ слѣдующей таблицѣ, какъ и во всѣхъ помѣщенныхъ ниже таблицъ, заключающихъ результаты опредѣлений теплоемкости, имѣютъ слѣдующее значеніе.

- Р — вѣсъ нагрѣтой жидкости, вброшенной въ калориметръ.  
 Т — ея температура въ моментъ вбрасыванія.  
 t — температура максимум калориметра послѣ вбрасыванія нагрѣтой жидкости, поправленная.  
 $\Delta t$  — измѣненіе температуры калориметра, поправленное.  
 М — масса калориметра.  
 С — средняя теплоемкость изучаемой жидкости между температурами Т и t.  
 С вычислялось по обыкновенной формулѣ:

$$C = \frac{M \Delta t}{P(T-t)}$$

Для воды я получилъ слѣдующія числа:

	Р	Т	Т — t	$\Delta t$	С
I	100,6	41,97	15,929	3,956	0,998
II	104,1	47,10	25,85	6,927	1,005
III	97,5	0,06	19,17	4,33	0,999
IV	86,4	0,06	18,33	3,68	1,002

Эти числа показываютъ, что метода, въ томъ видѣ какъ я употреблялъ ее, и способъ вычисления вполне удовлетворительны.

Что касается до метода Персона, то я сохранилъ только принципъ одного изъ приемовъ ея и то въ обратномъ видѣ: вмѣсто того, чтобы вливать изучаемую жидкость въ калориметръ и вносить въ него сосудъ, наполненный нагрѣтой водою, я нагрѣвалъ изучаемую жидкость въ закрытомъ сосудѣ и вносилъ его въ калориметръ наполненный водою, подобно тому, какъ Персонъ это дѣлалъ для опредѣленія теплоемкости расплавленныхъ солей. Впрочемъ приборъ построенный мною на этомъ принципѣ, способъ производить опыты и вычислять ихъ совершенно отличаются отъ Персоновыхъ и всего болѣе приближается къ методу Реньо для опредѣленія теплоемкости твердыхъ тѣлъ.

Мой приборъ представленъ на фиг. 3; А составляетъ калориметръ, ВВ — приборъ въ которомъ нагрѣвается жидкость для производства опыта. Приборъ этотъ состоитъ изъ мѣднаго цилиндра ВВ, прикрѣпленнаго къ деревянному стative GG; цилиндръ ВВ имѣетъ крышку, къ которой припаянъ другой меньшій цилиндръ СС. Въ этотъ цилиндръ входитъ сосудъ D изъ тонкой мѣди, въ который вливается

деніемъ, сколько прибрѣтаетъ его отъ находящагося въ калориметрѣ нагрѣтаго тѣла, такъ что разность температуры обонхъ — постоянна. Въ настоящемъ случаѣ эта разность незначительна, но я покажу ниже, что при другихъ размѣрахъ и другомъ устройствѣ калориметра эта разность можетъ быть весьма замѣтна и притомъ дѣйствительно постоянна начиная съ момента 0'.

изучаемая жидкость. Сосудъ D вмѣщаетъ около 120 куб. сант. жидкости; онъ оканчивается сверху трубкою около 15 миллиметровъ въ діаметрѣ, въ которую посредствомъ пробочки вставляется термометръ. Шарикъ этого термометра имѣетъ длину такую, что занимаетъ всю высоту резервуара сосуда D а нагрѣтая жидкость наполняетъ весь резервуаръ до основанія трубки, наконецъ ставивъ GG покоится на трехъ катушкахъ e e, на которыхъ легко и равномерно можетъ быть передвигаемъ и цилиндръ ВВ окруженъ оболочкою замедляющею его охлажденіе. Калориметръ А состоитъ изъ цилиндрическаго сосуда изъ тонкой меди, около 400 куб. сант. емкостью; внутри его припаяны вертикально, отъ дна до верхняго края три тонкія проволочки o, o, o, назначенныя удерживать на мѣстѣ сосудъ D, когда онъ вносится въ калориметръ; коротенькая проволочка m припаянная къ дну калориметра въ центрѣ его, окончателно опредѣляетъ положеніе сосуда D, не дозволяя ему коснуться дна; кольцеобразная мѣшалка gg движется между проволочками o o и стѣнками калориметра. Калориметръ имѣетъ оболочку, состоящую изъ мѣднаго цилиндра EE; къ дну этого цилиндра прикрѣплены три деревянныхъ штучки r r, поддерживающихъ калориметръ, котораго они касаются лишь нѣсколькими точками.

Подставка K, на которой стоитъ калориметръ можетъ быть установлена горизонтально посредствомъ трехъ винтовъ; къ ней прикрѣпленъ стative S держащій термометръ калориметра; наконецъ снарядъ F, посредствомъ котораго приводится въ движеніе мѣшалка, дополняетъ приборъ. Устройство снаряда F достаточно видно изъ рисунка; я прибавлю только; что мѣдная трубка ll, къ которой прикрѣплена посредствомъ пробочки вертикальная проволочка мѣшалки, свободно движется внутри другой мѣдной трубки, прикрѣпленной къ оболочкѣ калориметра и опредѣляющей движеніе мѣшалки; мѣшалка приводится въ движеніе посредствомъ часоваго механизма, который тянетъ за конецъ шнура n. <sup>1)</sup>

Опытъ производится слѣдующимъ образомъ. Установивъ всѣ части прибора и вливъ въ калориметръ опредѣленное количество воды, а въ сосудъ D надлежащее количество изучаемой жидкости, отверстие его затыкаютъ пробочкою въ которую продѣтъ термометръ и взвѣшиваютъ; опредѣливъ вѣсъ этого сосуда вмѣстѣ съ термометромъ до наполненія его жидкостью, получаютъ вѣсъ жидкости взятой для опыта. Затемъ сосудъ D помѣщаютъ внутри цилиндра С, наполнивъ предварительно сосудъ ВВ водою нагрѣтою до надлежащей степени; отверстие цилиндра С закрывается ватою, мѣшалка k k приводится въ движеніе и черезъ каждыя пять минутъ считываются показанія термометра Т. Сначала измѣненія его температуры очень быстры, потомъ они замедляются, и тогда наблюдаютъ температуру каждыя двѣ минуты, наконецъ приходитъ время, когда термометръ Т въ теченіи 2 минутъ измѣняется лишь на 0<sup>D</sup>, 1 т. е. на 0° 02; это значитъ максимум достигнуто и, предварительные опыты показали, что, при тѣхъ условіяхъ при которыхъ я работалъ, максимумъ длится нѣсколько минутъ. Еще прежде наступленія этого максимумъ

<sup>1)</sup> Это устройство прибора двигающаго мѣшалку оказалось весьма удобно; движеніе происходитъ чрезвычайно мягко, безъ тренія и въ тѣхъ случаяхъ чтобы мѣшалка вышла изъ воды.

считываются нѣсколько разъ, при постоянномъ взбалтываніи, температура калориметра и температура воздуха; эти наблюденія даютъ начальную температуру калориметра, воздуха и нагрѣтой жидкости и заключаютъ собою начальный періодъ опыта. Затѣмъ пускается въ ходъ секундомѣръ, нагрѣвательный приборъ приближается къ калориметру и въ тотъ моментъ, когда секундомѣръ бьетъ 0', сосудъ D быстро вынимается изъ нагрѣвательнаго прибора и погружается въ калориметръ; нагрѣвательный приборъ удаляется, пускается въ ходъ механизмъ двигающій мѣшалкою и начинаются наблюденія втораго періода опыта. Температура термометра калориметра считывается ежеминутно, начиная съ момента погруженія сосуда D; температура показываемая термометромъ этого сосуда считывается послѣ первыхъ 4—5 минутъ также ежеминутно, но  $\frac{1}{2}$  минутой позже чѣмъ считываніе термометра калориметра; наконецъ наблюденіе термометра воздуха производится лишь иногда, такъ-какъ она мало измѣняется въ теченіи всего опыта. Всѣ эти наблюденія не представляютъ затрудненія, если имѣется особая зрительная трубка для каждаго термометра. Абсолютное maximum наступало при моихъ опытахъ всегда послѣ 6 — 7 минутъ, а по прошествіи 25 — 30 минутъ наблюденія прекращались.

Кромѣ всѣхъ исчисленныхъ наблюденій передъ погруженіемъ сосуда D въ калориметръ считывалось показаніе термометра  $T'$  помѣщеннаго надъ нагрѣвательнымъ сосудомъ и дающаго температуру непогруженной части термометра T. Наконецъ сосудъ D вынимался обсушивался и взвѣшивался, для того чтобы убѣдиться въ томъ, что не произошло потери жидкости во время опыта испареніемъ черезъ пробку; опытъ показалъ, что если жидкость не касается пробки, то даже при самыхъ летучихъ жидкостяхъ потеря эта ничтожна.

Теплоемкость вычислялась изъ этихъ опытовъ по формулѣ.

$$C = \frac{M \Delta t}{P(T - T')} - \frac{m}{P}$$

въ которой M означаетъ массу сосуда D съ термометромъ въ единицахъ воды T' конечн. темп. нагрѣтой жидк. а прочія буквы имѣютъ значеніе показанное на стр. 6.

Слѣдующая таблица представляетъ данныя моихъ калориметрическихъ приборовъ.

	Калориметръ. А		В	
	Вѣсъ	Въ един. воды.	Вѣсъ	Въ един. воды.
Мѣдныя части . . . . .	91,63	8,61	56,00	5,25
Ртуть термометра . . . . .	6,10	0,20	6,10	0,20
Стекло термом. . . . .	2,61	0,50	2,61	0,50
Вода . . . . .	271,20	271,20	284,15	284,15
Полная масса калориметра . . . . .	M = 280,51		M = 290,11	

При нѣкоторыхъ опытахъ M была немного иная вслѣдствіе замѣны одного термометра другимъ.

	Сосудъ D. I		II	
	Вѣсъ	Въ един. воды.	Вѣсъ	Въ един. воды.
Мѣдныя части . . . . .	39,55	3,71	23,52	2,21
Ртуть . . . . .	9,30	0,31	9,30	0,31
Стекло . . . . .	3,22	0,63	3,22	0,63
Полная масса D въ един. воды m =	4,65		3,15	

Таковы были величины M и m; опредѣленіе величинъ P,  $\Delta t$  и T — T' потребовало особыхъ опытовъ и потому я считаю необходимымъ изложить приемы, которые я употреблялъ для этой цѣли.

Величина P опредѣляется разностию взвѣшиваній сосуда D пустаго и наполненнаго жидкостью до опыта; опасаясь потери жидкости во время опыта вслѣдствіе испаренія, я всегда почти повторялъ взвѣшиваніе послѣ опыта, но я никогда не находилъ замѣтной разницы.

Величина  $\Delta t$  такъ какъ даетъ ее опытъ всегда слишкомъ мала, такъ какъ часть тепла полученнаго калориметромъ теряется подъ вліяніемъ окружающей среды. Поправка охлажденія которую вслѣдствіе этого приходится дѣлать, производилась различными наблюдателями различно. Метода компенсаціи предложенная Румфордомъ употреблялась и въ новѣйшее время многими изслѣдователями, но она можетъ давать результаты удовлетворительные лишь тогда, когда нагрѣтое тѣло погружаемое въ калориметръ имѣетъ очень малую теплоемкость и очень большую теплопроводимость. Въ самомъ дѣлѣ метода эта предполагаетъ 1) что коэффициентъ охлажденія калориметра равенъ его коэффициенту нагрѣванія при одинаковыхъ условіяхъ, что, какъ я покажу ниже, совершенно ошибочно; 2) что періодъ въ продолженіи котораго калориметръ получаетъ тепло отъ окружающей среды и періодъ въ теченіи котораго теряетъ его между собою равны; для хорошихъ проводниковъ тепла это предположеніе очень близко къ истинѣ но для дурныхъ проводниковъ оно совершенно невѣрно.

Другая метода производить поправку охлажденія заключается въ томъ, чтобы опредѣлить коэффициентъ охлажденія калориметра прямыми опытами вычислять при каждомъ опредѣленіи теплоемкости количество тепла потерянное калориметромъ и вводить его какъ поправку. Я принялъ эту послѣднюю методу, какъ болѣе прямую и свободную отъ всякихъ предположеній.

Я представлю сначала результаты опытовъ произведенныхъ мною для опредѣленія степени точности, какую можно ожидать отъ метода Румфорда.

Слѣдующія таблицы представляютъ результаты опытовъ надъ охлажденіемъ и нагрѣваніемъ калориметра наполненнаго водою; они произведены при постоянномъ движеніи мѣшалки и вообще совершенно при тѣхъ условіяхъ при которыхъ производились опредѣленія теплоемкости. Последний столбецъ означенный  $A_{10}'$  представляетъ коэффициентъ охлажденія калориметра для 10' періодовъ т. е. количество теплоты которое теряетъ калориметръ въ 10 минутъ, когда разность между температурою его и окружающей среды равна 1°. Количество это, также какъ и потеря выражены въ дѣленіяхъ произвольной шкалы термометра; я переводилъ на градусы, только среднія выводы величинъ  $A_{10}$

## 1 Рядъ (охлажденіе)

Периодъ	Сред. т. калор.	Сред. т. возд.	Разность	Потеря	$A_{10}'$
0 — 10	18,33	14,67	3,96	3,3	0,833
10 — 20	18,20	14,65	3,64	2,8	0,769
20 — 30	17,99	14,65	3,34	2,8	0,838
30 — 40	17,72	14,63	3,04	2,4	0,790
40 — 50	17,48	14,73	2,75	2,2	0,800
50 — 60	17,22	14,73	2,49	2,2	0,883

Средняя  $0,82 = 0,091$ .

## 2 Рядъ (охлажденіе)

Периодъ	Сред. т. калор.	Сред. т. возд.	Разность	Потеря	$A_{10}'$
0 — 10	25,28	14,36	10,92	9,8	0,90
10 — 20	24,31	14,46	9,76	8,5	0,87
20 — 30	23,46	14,48	8,96	7,6	0,85
30 — 40	22,80	14,50	8,30	6,8	0,82
40 — 50	22,10	14,50	7,60	6,3	0,83
50 — 60	21,40	14,48	6,92	5,6	0,71

Средняя  $0,85 = 0,094$ .

## 3 Рядъ (нагрѣваніе)

Периодъ	Сред. т. калор.	Сред. т. возд.	Разность	Потеря	$A_{10}'$
0 — 10	11,63	15,11	3,48	0,9	0,26
10 — 20	11,72	15,14	3,42	0,8	0,23
20 — 30	11,81	15,12	3,31	0,8	0,24
30 — 40	11,90	15,11	3,21	0,8	0,25
40 — 50	11,97	15,09	3,12	0,8	0,32

Средняя  $0,26 = 0,034$ .

## 4 Рядъ (нагрѣваніе)

Периодъ	Сред. т. калор.	Сред. т. возд.	Разность	Потеря	$A_{10}'$
0 — 10	11,56	16,16	4,60	1,6	0,35
10 — 20	11,71	16,13	4,42	1,3	0,29
20 — 30	11,85	16,11	4,26	1,2	0,28
30 — 40	11,98	16,09	4,11	1,1	0,27
40 — 50	12,09	16,07	3,99	1,1	0,28

Средняя  $0,29 = 0,031$ .

Эти таблицы самымъ рѣшительнымъ образомъ доказываютъ, что коэффициентъ охлажденія калориметра не только не равенъ его коэффициенту нагрѣванія но даже почти въ 3 раза больше его. Отчетливость результатовъ представленныхъ этими

таблицами не допускаетъ возможности сомнѣнія относительно вѣрности этого вывода и можно объяснить себѣ причины этого различія. Я укажу ихъ ниже.

Во всякомъ случаѣ, эти опыты несомнѣнно доказываютъ, что метода компенсаціи Румфорда должна быть окончательно оставлена.

Метода поправокъ была прилагаема двоякимъ образомъ; во первыхъ можно опредѣлить особыми предварительными опытами коэффициентъ охлажденія калориметра не заключающаго нагрѣтаго тѣла и затѣмъ употреблять этотъ коэффициентъ при вычисленіи всѣхъ опредѣлений теплоемкости.

Этотъ способъ употреблялъ Реньо при своихъ прежнихъ опредѣленіяхъ теплоемкости твердыхъ тѣлъ.

Второй способъ предложилъ также Реньо и употребилъ его при вычисленіи опредѣлений теплоемкости известковаго шпата, сдѣланныхъ имъ для того, чтобы доказать точность своей методы <sup>1)</sup>. Онъ заключается въ томъ, чтобы по окончаніи каждаго опредѣленія теплоемкости, наблюдать еще въ теченіи нѣкотораго времени охлажденіе калориметра и изъ этого наблюденія вычислять коэффициентъ охлажденія его. Формула дающая теплоемкость тѣла получаетъ въ такомъ случаѣ слѣдующій видъ.

$$C = \frac{M(\Delta t + \alpha')}{P(T - T' - \alpha')} - \frac{m}{P}$$

гдѣ  $\alpha'$  есть поправка опредѣленная посредствомъ наблюденія охлажденія калориметра содержащаго изучаемое дѣло.

Эта метода представляетъ ту выгоду, что даетъ коэффициентъ охлажденія для тѣхъ именно условій при которыхъ сдѣлано опредѣленіе теплоемкости, поэтому я отдалъ ему предпочтеніе.

При опредѣленіи поправки охлажденія вычисляютъ ее на основаніи закона Ньютона, т. е. предполагаютъ, что количества тепла теряемыя калориметромъ въ единицу времени пропорціональны разностямъ температуръ калориметра и окружающей среды; но если анализировать тѣ факторы изъ которыхъ слагается наблюдаемый коэффициентъ охлажденія, то не трудно усмотрѣть, что это предположеніе не можетъ быть совершенно точно. Охлажденіе калориметра происходитъ вслѣдствіе трехъ главныхъ причинъ, а именно 1) лучеиспусканіе теплоты 2) испаренія воды въ калориметрѣ 3) потери тепла посредствомъ проводимости чрезъ воздухъ и части прибора которыхъ касается калориметръ. Вліяніе первой изъ этихъ причинъ при малыхъ разностяхъ температуръ (не выше  $4^\circ - 5^\circ$ ) какъ показываетъ теорія и прямой опытъ пропорціонально этимъ разностямъ (законъ Ньютона). Вліяніе испаренія напротивъ не зависитъ отъ разности между температурою калориметра и температурою окружающей среды, но зависитъ отъ устройства калориметра и мѣшалки, скорости взбалтыванія, гигрометрическаго состоянія атмосферы и состоянія покоя или движенія воздуха надъ калориметромъ. Наконецъ законы по которымъ происходитъ потеря тепла вслѣдствіе проводимости вовсе не могутъ быть опредѣ-

<sup>1)</sup> Pogg. t. 120.

лены. Изъ этого анализа вліянія среды на калориметръ вытекаютъ слѣдующіе выводы:

1) Коэффициентъ охлажденія и коэффициентъ нагрѣванія калориметра не могутъ быть равны между собою, такъ какъ въ первомъ случаѣ оба главныя вліянія среды на калориметръ дѣйствуютъ въ одну сторону, оба производятъ охлажденіе, напротивъ во второмъ случаѣ лученосканіе вслѣдствіе разности температуръ производитъ нагрѣваніе, а испареніе производитъ охлажденіе. Таблицы приведенныя на стр. 54 показываютъ, что оно дѣйствительно такъ и есть, но разность между коэффициентами охлажденія и нагрѣванія, которая даетъ опытъ слишкомъ велика для того чтобы можно было объяснить ее однимъ испареніемъ; по всей вѣроятности въ первые моменты охлажденія осаждаются на наружныя стѣнки калориметра нѣкоторое количество паровъ воды, которыя испаряясь потомъ, понижаютъ коэффициентъ нагрѣванія.

2) Такъ какъ только одна изъ причинъ производящихъ охлажденіе калориметра (лученосканіе) слѣдуетъ закону пропорціональности разностямъ температуръ, другая же (испареніе) независима отъ этихъ разностей, то ясно, что формула

$$\Delta \theta = A (t - t')$$

гдѣ  $t$  средняя температура калориметра, а  $t'$  средняя температура окружающей среды, посредствомъ которой вычисляется поправка охлажденія не можетъ вѣрно представлять ее въ зависимость отъ  $t - t'$ ; горяздо вѣрнѣе будетъ представлять ее формула

$$\Delta \theta = A (t - t') + K$$

гдѣ  $K$  постоянная величина зависящая главнымъ образомъ отъ испаренія, а  $A$  постоянный коэффициентъ охлажденія. Впрочемъ если измѣненія температуры всегда приблизительно одинаковы и не велики, какъ было при моихъ опытахъ, и если коэффициентъ  $A$  опредѣленъ для тѣхъ же разностей температуръ, то употребленіе одночленной формы совершенно точно, какъ то доказываютъ приведенныя выше таблицы.

Наконецъ для того чтобы съ точностію знать температуру калориметра, считается полезнымъ, чтобы шарикъ термометра занималъ всю высоту столба воды въ немъ. При моемъ приборѣ это было невозможно, потому, что при погруженіи сосуда  $D$  въ калориметръ, уровень воды въ немъ поднимался на одну треть всей своей величины, слѣдовательно если до нагруженія шарикъ термометра занималъ всю высоту столба воды въ калориметрѣ, то послѣ нагруженія онъ занималъ лишь нижнія двѣ трети его. Можно было опасаться, что показанія термометра будутъ при этомъ не совсѣмъ точно представлять среднюю температуру калориметра; но слѣдующій рядъ наблюденій показываетъ, что это опасеніе не можетъ имѣть мѣста. Я погрузилъ въ калориметръ два термометра совершенно согласныхъ и очень точныхъ, такъ что одинъ изъ нихъ занималъ нижнюю часть калориметра, а другой верхнюю. Погрузивъ въ калориметръ сосудъ  $D$  съ нагрѣтою водою, я привелъ въ движеніе мѣшалку и считывалъ черезъ  $\frac{1}{2}$  минуты одинъ послѣ другаго показанія обоихъ термометровъ. Слѣдующая таблица представляетъ результаты этого опыта;

столбецъ заключающій показанія нижняго термометра, представляетъ непосредственныя данныя опыта, столбецъ, заключающій показанія верхняго термометра, представляетъ среднія изъ двухъ послѣдовательныхъ наблюденій и даетъ такимъ образомъ температуру верхней части калориметра для тѣхъ же моментовъ, для которыхъ числа перваго столбца даютъ температуру нижней его части.

Время	Нижн. тер.	Верхн. тер.	Разн.
0	12,43	—	—
5	17,18	17,24	0,06
6	17,27	17,30	0,03
7	17,28	17,31	0,03
8	17,28	17,30	0,02
9	17,26	17,29	0,03
10	17,24	17,25	0,01
11	17,22	17,23	0,01
12	17,19	17,20	0,01
13	17,17	17,18	0,01
14	17,14	17,15	0,01
15	17,11	17,12	0,01
16	17,08	17,09	0,01
17	17,05	17,05	0,00
18	17,03	17,03	0,00
19	17,00	17,01	0,01
20	16,97	16,97	0,00

Какъ видно, начиная съ 10-й минуты разность между показаніями обоихъ термометровъ дѣлается нечувствительною; надобно замѣтить при томъ, что верхній термометръ вообще нѣсколько быстрѣ принимаетъ температуру окружающей среды, потому что масса его меньше и стѣнки резервуара тоньше.

Опредѣленіе величины  $T - T'$  также потребовало предварительныхъ опытовъ и поправки.

Во первыхъ можно было полагать, что термометръ погруженный въ сосудъ  $D$  не совсѣмъ точно даетъ среднюю температуру жидкости въ немъ заключающейся, такъ какъ жидкость эта не взбалтывается. Я произвелъ особыя наблюденія для того чтобы изучить распределеніе температуры въ жидкости сосуда  $D$ . Для этого былъ сдѣланъ сосудъ совершенно подобный сосуду  $D$ , изъ того же матерьяла и тѣхъ же размѣровъ, но кромѣ одной трубки въ центрѣ, онъ имѣлъ еще другую на разстояніи 5 м м отъ окружности. Наполнивъ этотъ сосудъ водою, погрузивъ въ объѣмъ трубки по термометру и помѣстивъ этотъ новый сосудъ  $D$  въ нагрѣвательный приборъ я наблюдалъ одновременно оба термометра, между тѣмъ какъ сосудъ  $D$  нагрѣвался, какъ это дѣлалось обыкновенно при опредѣленіяхъ теплоемкости для полученія maximum. Слѣдующая таблица представляетъ результаты этого опыта.

Время	Центр. терм.	Боков. т.	Разность
0	18,84	18,80	+ 0,04
10	21,19	21,13	+ 0,06
20	22,72	22,68	+ 0,04
30	23,71	23,67	+ 0,04
40	24,20	24,21	— 0,01
45	24,36	24,38	— 0,02
50	24,50	24,52	— 0,02
55	24,58	24,59	— 0,01
60	24,63	24,64	— 0,01
65	24,65	24,66	— 0,01

Какъ видно еще задолго до достиженія максимумъ, показанія обоихъ термометровъ дѣлаются тождественными.

Я сдѣлалъ такой же точно рядъ наблюденій погрузивъ сосудъ D съ нагрѣтою водою и обими термометрами въ калориметръ содержащій обычное количество воды; при постоянномъ взбалтываніи я считывалъ показанія обоихъ термометровъ на разстояніи  $\frac{1}{2}$  минуты одинъ послѣ другаго. Слѣдующая таблица представляетъ результаты этого опыта; второй столбецъ даетъ какъ и въ таблицѣ на стр. 57 среднія двухъ послѣдовательныхъ наблюденій.

Время	Центр. терм.	Боков. т.	Разность
5	18,82	—	—
6	18,65	18,58	+ 0,07
7	18,51	18,47	0,04
8	18,41	18,38	0,03
9	18,37	18,31	0,06
10	18,29	18,27	0,02
11	18,23	18,23	0,00
12	18,19	18,18	0,01
13	18,17	18,16	0,01
14	18,15	18,13	0,02
15	18,13	18,11	0,02
16	18,10	18,08	0,02
17	18,08	18,04	0,04
18	18,04	18,01	0,03
19	18,02	17,99	0,03
20	18,00	17,97	0,03

Эти числа показываютъ, что начиная съ 10-й минуты послѣ погруженія сосуда D въ калориметръ температура жидкости въ немъ заключенной дѣлается однородною и показанія термометра помѣщеннаго въ немъ даютъ эту температуру съ достаточною точностію. Это по всей вѣроятности происходитъ отъ того, что охлажденіе сосуда D происходитъ равномерно со всѣхъ сторонъ и что шарикъ термометра дающаго его температуру занимаетъ всю высоту столба жидкости въ немъ.

На этомъ основаніи я принималъ за конечную температуру нагрѣтой жидко-

сти въ моментъ абсолютнаго maximum  $T'$  — температуру термометра погруженнаго въ сосудъ D.

Обыкновенно эту температуру не опредѣляютъ прямо, а считаютъ ее тождественною съ температурою калориметра, но числа слѣдующихъ таблицъ взяты изъ двухъ опредѣленій теплоемкости доказываютъ что для моего прибора предположеніе это совершенно ошибочно.

### 1. Сосудъ D съ водою.

Время	Сосудъ D	Калорим.	Разность	Нагрѣв. и охл. калор.
0	25,10	12,11	12,89	—
1	—	14,69	—	2,58
2	—	15,53	—	0,84
3	—	15,87	—	0,34
4	—	16,08	—	0,21
5	—	16,18	—	0,10
6	—	16,22	—	0,04
7	—	16,23	—	0,01
8	16,49	16,23	0,26	0,00
9	16,41	16,22	0,19	0,01
10	16,36	16,21	0,15	0,01
11	16,34	16,19	0,15	0,02
12	16,31	16,17	0,14	0,02
13	16,27	16,15	0,12	0,02
14	16,25	16,12	0,13	0,03
15	16,22	16,09	0,13	0,03
16	16,19	16,07	0,12	0,02
17	16,16	16,05	0,11	0,02

### 2. Сосудъ D съ хлороф.

Время	Сосудъ D	Калорим.	Разность	Нагрѣв. и охл. калор.
0	31,37	12,80	18,57	—
1	—	14,43	—	1,73
2	—	15,04	—	0,61
3	—	15,23	—	0,19
4	—	15,32	—	0,00
5	—	15,34	—	0,02
6	15,71	15,35	0,36	0,01
7	15,61	15,34	0,27	0,01
8	15,52	15,32	0,20	0,02
9	15,48	15,30	0,18	0,02
10	15,44	15,28	0,16	0,02
11	15,41	15,27	0,14	0,01
12	15,38	15,25	0,13	0,02
13	15,35	15,24	0,11	0,01

14	15,32	15,22	0,10	0,02
15	15,29	15,20	0,09	0,02
16	15,26	15,18	0,08	0,02
17	15,24	15,16	0,07	0,02
18	15,24	15,14	0,10	0,02

Эти двѣ таблицы приведены мною только какъ примѣры; каждое опредѣленіе теплоемкости представляетъ такую же таблицу и ходъ температуръ всегда оказывался почти совершенно одинаковымъ. Многія характеристическія особенности опыта видны изъ этихъ таблицъ.

1) Абсолютное maximum наступаетъ всегда 6 — 7 минутъ послѣ погруженія сосуда D въ калориметръ.

2) Половина всей величины измѣненія температуры калориметра достигается менѣе нежели въ одну минуту, остальная половина требуетъ 5 — 6 минутъ времени; это новое доказательство невѣрности метода компенсаціи Румфорда, которая предполагаетъ, что обѣ половины измѣненія температуры требуютъ равныхъ періодовъ времени. Надобно замѣтить также, что ошибочность какъ этого предположенія, такъ и того, что коэффициенты охлажденія и нагрѣванія калориметра равны, дѣйствуютъ въ одну сторону, ихъ вліянія складываются, и стремятся понизить величину  $\Delta t$ . Не трудно убѣдиться сравненіемъ числовыхъ величинъ, что вліяніе этой погрѣшности можетъ доходить до нѣсколькихъ сотыхъ долей въ конечномъ результатѣ опредѣленія теплоемкости; метода компенсаціи Румфорда должна-бы поэтому быть совершенно оставлена наблюдателями.

3) Приведенныя таблицы показываютъ, что, согласно съ теоріей, показанія термометра сосуда D и термометра калориметра, начиная съ извѣстнаго момента, (около 12') представляютъ разности почти не измѣняющіяся при продолженіи наблюдений; несмотря на то, охлажденіе калориметра уже съ 10-й минуты получаетъ правильный ходъ, т. е. въ одинаковые промежутки времени калориметръ теряетъ одинаковое количество тепла. Это доказываетъ, что правильность охлажденія вовсе не есть доказательство того что температура всѣхъ частей калориметра тождественна, какъ я уже упомянулъ выше.

При такомъ положеніи дѣлъ самое лучшее, что можно сдѣлать, это прямо опредѣлять конечную температуру  $T'$  нагрѣтой жидкости въ калориметрѣ. Я такъ и дѣлалъ, и возможность съ точностію опредѣлять эту величину  $T'$  есть одна изъ причинъ заставившихъ меня отдать прибору употребленному мною предпочтеніе предъ всѣми другими.

Одну изъ очень важныхъ выгодъ моего прибора и метода вычислять опыты представляетъ между прочимъ чрезвычайное *постоянство* результата каждого опыта; въ самомъ дѣлѣ, можно брать за конечное maximum наблюденіе какого угодно момента послѣ того какъ охлажденіе калориметра получило правильный ходъ — результатъ получается всегда одинаковый: я нѣсколько разъ вычислялъ  $\Delta t$  и  $T'$  для 12-й, 18, 25 и 30-й минуты одного и того же опыта и всегда получалъ величины почти тождественныя.

При перенесеніи сосуда D съ нагрѣтою жидкостію изъ нагрѣвательнаго прибора въ калориметръ, сосудъ D очевидно теряетъ нѣкоторое количество тепла; я старался опредѣлить прямыми опытами эту потерю. Для этого я наблюдалъ во первыхъ охлажденіе сосуда D наполненнаго нагрѣтою жидкостію въ состояніи покоя, во вторыхъ охлажденіе его при движеніи въ воздухѣ. Слѣдующія таблицы представляютъ результаты этихъ наблюдений; наблюденіе охлажденія при движеніи производилось такимъ образомъ, что сосудъ перемѣщался съ такою же скоростью и на такое же пространство, какъ и во время настоящаго опыта, считывалась температура его термометра, затѣмъ послѣ нѣкотораго числа перемѣщеній температура его считывалась снова. Опытъ показалъ что операція перенесенія сосуда D изъ нагрѣвательнаго прибора въ калориметръ требуетъ 2".

#### Охлажденіе сосуда D съ водою.

Въ покоѣ.

Вр.	Ср. т. D.	Ср. т. возд.	Разность	Потеря
1	28°,9	22°,1	6°,8	0°,3
2	28,8	22,1	6,7	0,3
3	28,8	22,1	6,7	0,4
4	28,7	22,1	6,6	0,2
5	28,7	22,2	6,5	0,3

Средн. 0,3.

Въ движеніи.

Средняя разность температуры сосуда D и воздуха . . . . .	6°,2
Охлажденіе сосуда D въ 20" . . . . .	0°,4
Охлажденіе въ теченіи повыхъ 20" . . . . .	0,4

#### Охлажденіе сосуда D съ хлорофоромъ.

Въ покоѣ.

Вр.	Ср. т. D.	Ср. т. возд.	Разность	Потеря
1	35°,7	15°,6	20°,1	2°,8
2	35,2	15,6	19,6	2,7
3	34,6	15,6	19,0	2,5
4	34,1	15,6	18,5	2,6
5	33,6	15,6	18,0	2,4

Средн. 2,6

Въ движеніи.

Средняя разность температуры сосуда D и воздуха . . . . .	18°,4
Охлажденіе сосуда D въ 50" . . . . .	4°,0
Охлажденіе сосуда D съ 80" . . . . .	4°,8

Изъ этихъ таблицъ слѣдуетъ, что сосудъ D съ водою теряетъ при перенесеніи  $0°,04 = 0°,01$ ; въ состояніи покоя онъ терять бы еще гораздо меньше. Для хлороформа эта потеря больше, именно  $0°,13 = 0°,03$  для всѣхъ другихъ

жидкостей, которыхъ теплоемкости средня я принималъ потерю въ  $0^{\circ},02$ . Поправка эта во всякомъ случаѣ весьма незначительна.

Слѣдующая таблица представляетъ результаты нѣсколькихъ опредѣленій теплоемкости воды сдѣланныхъ описаннымъ способомъ, для повѣрки его.

№	P	T	T-T'	$\Delta t$	M	C
I	133,8	24,91	6,93	3,42	281,5	1,003
II	133,7	26,19	9,17	4,51	281,5	0,999
III	133,6	25,05	8,85	3,90	180,5	0,999
IV	133,3	27,16	5,20	2,86	281,5	0,999

Эти числа показываютъ, что метода, въ томъ видѣ какъ она у меня выработалась вполне удовлетворительна; и такъ какъ исполненіе опытовъ по этой методѣ легче нежели по методѣ Реньо и приборъ проще, то я и отдалъ ей предпочтеніе при всѣхъ дальнѣйшихъ опредѣленіяхъ теплоемкости.

*Опредѣленіе количества тепла, поглощаемыхъ и отдѣляемыхъ при смѣшиваніи жидкостей.* Приборъ, который я построилъ для этой цѣли (Ф. 4) состоитъ изъ двухъ мѣдныхъ резервуаровъ *A* и *B*, расположенныхъ одинъ надъ другимъ. Резервуаръ *B* сверху закрытъ пробкою, сквозь которую проходитъ термометръ и ручка мѣшалки *l*; снизу онъ имѣетъ длинную изогнутую трубку, снабженную краномъ и проводящую жидкость изъ него въ нижній резервуаръ. Этотъ послѣдній сдѣланъ изъ очень тонкой мѣди и сверху на него напаяна крышка, имѣющая три трубки *a*, *b*, *c*; трубка *a* посредствомъ маленькой пробочки соединена съ приводящей трубкой резервуара *B*; сквозь трубку *b* проходитъ термометръ; сквозь трубку *c* проходитъ ручка мѣшалки *gg*. Устройство мѣшалки при этомъ приборѣ представило нѣкоторыя затрудненія; жидкости, надъ которыми мнѣ приходилось работать, такъ летучи, что при взбалтываніи ихъ въ неплотно закрытомъ сосудѣ, ихъ температура замѣтно понижается; между тѣмъ взбалтываніе необходимо для того, чтобы съ точностію знать температуру. Слѣдующее устройство оказалось вполне удовлетворительнымъ. Мѣшалка, состоящая изъ тонкой горизонтальной пластинки *gg*, съ вырѣзкою для пропуска термометра, и припаянной къ ней вертикальной проволоки *d*, вкладывается въ сосудъ *A*, когда крышка его еще не припаяна. Проволка *d* прикрѣпляется верхнимъ концомъ своимъ посредствомъ маленькой пробочки къ стеклянной трубкѣ *ll* одинаковаго діаметра съ трубкою *c*, а на эту послѣднюю надѣвается трубка *k k* такого діаметра, чтобы трубка *ll* могла свободно скользить въ ней. Къ верхнему концу трубки *ll* прикрѣпленъ шнурокъ, который переброшенъ черезъ блокъ *C* прибора для приведенія въ движеніе мѣшалки, описаннаго выше.

При этомъ устройствѣ мѣшалки, взбалтываніе происходитъ вполне удовлетворительно и однако же размѣнъ воздуха происходитъ лишь въ трубкѣ *k k*; при томъ вертикальная проволока мѣшалки, смоченная жидкостію, никогда не касается стѣнокъ трубки; понятно поэтому, что испареніе, какъ показано будетъ ниже — слабо.

Калориметръ помѣщается внутри мѣднаго цилиндра *E, E*, котораго діаметръ на 2 сантиметра больше нежели діаметръ калориметра и на днѣ котораго прикрѣплены три деревянные штучки *r, r*, на которыхъ покоится калориметръ. Сверху

цилиндръ *E, E*, закрыть крышкою имѣющею три отверстія: они соотвѣтствуютъ тремъ трубкамъ калориметра которыхъ верхніе концы близко подходят къ крышкѣ не касаясь однако ея; сквозь среднее отверстіе проходитъ пробка термометра *T*, совершенно закрывая это отверстіе; другіе два закрыты точно также пробками сидящими на трубкахъ входящихъ въ эти отверстія.

Опытъ производится слѣдующимъ образомъ: Для того чтобы калориметръ всегда былъ наполненъ до самой крышки и чтобы въ то же время жидкость не поднималась замѣтно въ трубкахъ *a b c*, объемъ его предварительно измѣренъ и въ него вливается извѣстное количество жидкости, отмѣренное пипеткою; точно также въ верхній резервуаръ отмѣривается количество другой жидкости, такое, чтобы вмѣстѣ съ жидкостію влитой въ калориметръ наполнить его. Это отмѣриваніе, впрочемъ, только и служитъ для показанной цѣли: для того чтобы знать точный составъ соединенія послѣ опыта, калориметръ въ полномъ его составѣ взвѣшивается сначала пустой, потомъ съ налитой въ него жидкостію; при этомъ отверстіе трубки *a* закрывается пробкою. Затѣмъ калориметръ и резервуаръ *B* устанавливаются на мѣстахъ и считывается температура ихъ термометровъ при частомъ взбалтываніи. Когда она оказывается неизмѣнною въ теченіе нѣсколькихъ минутъ, открываютъ кранъ резервуара *B* и пускаютъ въ ходъ секундомѣръ, считывая, при постоянномъ болтаніи, показанія термометра калориметра ежеминутно, пока максимумъ измѣненія температуры будетъ пройденъ и нагрѣваніе или охлажденіе получатъ правильный ходъ. Тогда производится еще конечный періодъ наблюденій въ теченіи 3 минутъ. Въ то же время наблюдается температура воздуха. Наконецъ, въ заключеніе опыта, калориметръ снова взвѣшивается. Однимъ словомъ опытъ производится совершенно такъ какъ при опредѣленіи теплоемкости. Я только уменьшилъ значительно конечный періодъ для того, чтобы уменьшить потерю жидкости испареніемъ; при моихъ опытахъ абсолютное максимумъ всегда наступало чрезъ  $1 - \frac{1}{2}$  минуты по открытіи крана, а конечное максимумъ минутою позже; такъ что поправка, зависящая отъ вліянія окружающей среды всегда была очень мала. Я вычислялъ эту поправку совершенно также какъ и при опредѣленіи теплоемкостей и за исходную точку для опредѣленія измѣненія температуры бралъ также конечное максимумъ  $\theta$ .

Вычисленіе конечныхъ результатовъ самыхъ опытовъ производилось слѣдующимъ образомъ: если означить чрезъ

*P* — вѣсъ жидкости, влитой въ калориметръ;

*t* — ея температуру въ моментъ смѣшиванія;

*P'* — вѣсъ жидкости прилитой изъ резервуара *B*;

*t'* — ея температуру въ моментъ прилитія;

*c'* — ея теплоемкость;

$\Delta t$  — измѣненіе температуры калориметра послѣ смѣшиванія, поправленное относительно вліянія окружающей среды;

*M* — массу калориметра въ единицахъ воды;

*C* — теплоемкость образовавшагося соединенія;

*Q* — количество тепла, отдѣленное или поглощенное при смѣшиваніи обѣихъ жидкостей, то очевидно будетъ:

$$Q = \Delta t (M + C (P + P'))$$

если предположить, что  $t = t'$ . Но такъ какъ въ дѣйствительности этого никогда не бываетъ и  $t$  всегда, хотя и очень мало, отличается отъ  $t'$ , то это обстоятельство вынуждаетъ вводить поправку. Эта поправка всегда очень маленькая, выражается формулою  $P'(t - t')c'$ .

Такимъ образомъ полное выраженіе количества тепла отдѣленного или поглощенного при смѣшиваніи будетъ

$$Q = \Delta t (M + (P + P') C) + P' (t - t') c'.$$

Различные элементы входящіе въ составъ этого выраженія вычислялись слѣдующимъ образомъ.

Величина  $P$  опредѣляется взвѣшиваніемъ калориметра до опыта; но прежде нежели произойдетъ соединеніе, можетъ потеряться некоторая часть жидкости чрезъ испареніе; при томъ устройствѣ мѣшалки, которое описано выше потеря эта весьма незначительна, такъ какъ взбалтываніе передъ смѣшиваніемъ продолжается лишь нѣсколько мгновений; тѣмъ не менѣе я сдѣлалъ особый опытъ для опредѣленія величины этой потери. Этотъ опытъ показалъ, что при взбалтываніи калориметра до половины наполненнаго хлороформомъ въ 10' терлется около 0,3 гр.; это даетъ для настоящаго опыта поправку меньшую 0,001 всей величины  $P$ .

Величина  $P'$  есть разность взвѣшиваній калориметра до опыта и послѣ опыта; послѣ прилитія жидкости изъ верхняго резервуара, очевидно теряется некоторая часть обѣихъ жидкостей чрезъ испареніе впродолженіи взбалтываній необходимыхъ для полученія конечнаго maximum и коэффициента охлажденія. Эту потерю я также опредѣлялъ особыми опытами, наблюдая потерю которую претерпѣваетъ при взбалтываніи въ данныхъ условіяхъ изучаемое соединеніе. Опытъ показалъ, что эта потеря не свыше 0,2 гр. въ 5', что составляетъ въ самомъ неблагопріятномъ случаѣ около 0,01 всей величины  $P'$ .

Величина  $t'$  считается, когда приливаемая жидкость находится еще въ верхнемъ резервуарѣ; во время переливанія изъ верхняго резервуара въ нижній, она можетъ нѣсколько охладиться чрезъ испареніе; я произвелъ особые опыты для того чтобы опредѣлить вліяніе этого обстоятельства. Для этой цѣли въ калориметръ и въ верхній резервуаръ я наливалъ одну и ту же жидкость (хлороформъ) и считавъ  $t$  и  $t'$  смѣшивалъ и наблюдалъ  $\Delta t$ , какъ при настоящемъ опредѣленіи количества тепла, разность между полученною температурою  $\theta'$  и средней арифметической  $t$  и  $t'$  представляетъ охлажденіе жидкости при переходѣ изъ верхняго резервуара въ нижній. Опытъ показалъ что охлажденіе вслѣдствіе испаренія въ этомъ случаѣ всегда меньше  $0^{\circ},01$ , и такъ какъ  $t - t'$  входитъ лишь въ составъ малой поправки, то я оставлялъ эту потерю безъ вниманія.

Наконецъ величина  $\Delta t$  вычислялась совершенно такъ какъ при опредѣленіи теплоемкости; коэффициентъ  $A$  давало наблюденія 3 послѣднихъ минутъ и вся поправка обыкновенно не превосходила  $0^{\circ},03 - 0^{\circ},04$ .

Слѣдующая таблица представляетъ данныя калориметра употребленнаго при моихъ опытахъ.

	Въсь	Въ един. воды.
Мѣдныя части калориметра . . . . .	57,15	5,37
Рруть термометра . . . . .	6,06	0,20
Стекло термометра . . . . .	6,22	1,23
Масса калориметра въ един. воды (M) . . . . .	6,08	

Что касается до степени точности описаннаго метода то онъ, къ сожалѣнію не допускаетъ такой строгой и прямой повѣрки, какая возможна для способовъ опредѣленія теплоемкости; но это способъ совершенно прямой и какъ мнѣ кажется не заключающій никакой причины которая могла бы вводить въ результатъ постоянную погрѣшность; что же касается до случайныхъ погрѣшностей допускаемыхъ методомъ, то о нихъ можно судить по степени согласія конечныхъ результатовъ. Самая слабая сторона метода — опредѣленіе величины  $\Delta t$ ; степень точности этой данной опредѣляется точностію, которую допускаютъ показанія термометра а эта точность не идетъ, какъ выше показано дальше  $0^{\circ},01$ ; поэтому въ тѣхъ случаяхъ, когда  $\Delta t$  меньше  $1^{\circ}$  результаты уже не представляютъ достаточной точности. Вслѣдствіе этого я избѣгалъ такихъ пропорцій при которыхъ соединеніе жидкостей даетъ  $\Delta t$  значительно меньшую  $1^{\circ}$  и предпочиталъ выводить для этихъ пропорцій искомую величину изъ опытовъ сдѣланныхъ при болѣе благопріятныхъ условіяхъ посредствомъ интерполяціи, какъ видно будетъ ниже.

Мнѣ остается теперь описать еще приборъ который я употреблялъ для храненія и отмѣриванія желаемыхъ количествъ жидкостей для опытовъ.

Жидкости надъ которыми мнѣ приходилось работать летучи, а одна изъ нихъ кромѣ того сильно притягиваетъ влагу изъ воздуха; необходимо было устроить такъ, чтобы можно было съ удобствомъ производить отмѣриваніе не приводя отмѣриваемой жидкости въ прикосновеніе съ сырмъ воздухомъ. Послѣ многихъ попытокъ, я остановился на приборѣ изображенномъ на фигурѣ 5, который оказался во всѣхъ отношеніяхъ вполне удовлетворительнымъ. Устройство этого прибора достаточно видно изъ рисунка, трубка  $t$  сообщается съ сосудомъ, въ которомъ можетъ быть сжатъ воздухъ посредствомъ приливанія воды; давленіе такимъ образомъ произведенное передается въ сосудъ  $C$ , котораго большая часть наполнена кусками хлористаго кальція. Если затѣмъ открыть кранъ  $b$ , то давленіе это передается чрезъ посредство изогнутой трубки, наполненной хлористымъ кальціемъ въ сосудъ  $B$  и заставляетъ его жидкость входить въ пипету  $P$ , какъ скоро нажимной кранъ  $e$  будетъ открытъ; когда жидкость въ пипетѣ достигла черты опредѣляющей ея объемъ, нажимной кранъ пипеты закрывается, кранъ  $b$  также и нажимной кранъ  $c$  открывается; избытокъ давленія въ сосудѣ  $B$  тотчасъ исчезаетъ и пипета  $P$  можетъ быть вынута вмѣстѣ съ ея пробкою, для перелитія куда слѣдуетъ ея жидкости, отверстіе же трубки  $a$  тотчасъ закрывается пробкою. Изъ этого видно, что въ сосудѣ  $B$  проникаетъ лишь совершенно сухой воздухъ; атмосферный воздухъ сообщается лишь съ трубкой  $e$ , въ которой объемъ его незначителенъ и въ которой по причинѣ ея длинны и узкости возможенъ лишь весьма слабый размѣвъ воздуха именно при введеніи въ нее пипетъ и при выниманіи ихъ. Нажимной кранъ  $e$  остается открытымъ во время храненія жидкости, и разность давленія въ сосудѣ  $B$  происходящая вслѣдствіе измѣненія температуры,

такимъ образомъ приходитъ въ равновѣсіе съ наружнымъ воздухомъ посредствомъ трубки наполненной хлористымъ кальціемъ. Я покажу ниже, что даже абсолютный алкоголь при такомъ способѣ хранения и отмѣриванія не измѣняется замѣтно до самаго конца.

Способъ наполненія пипетъ вдавливаніемъ вообще гораздо выгоднѣе нежели наполненіе ихъ всасываніемъ; во первыхъ потому, что пипета, при этомъ способѣ совершенно свободна и легко можетъ быть отнята отъ прибора; во вторыхъ при всасываніи летучихъ жидкостей образуется значительное количество паровъ ихъ, вслѣдствіе чего атмосфера въ верхней части пипеты, состоящая изъ паровъ жидкости, быстро измѣняетъ свое давленіе при незначительномъ нагрѣваніи или охлажденіи, и производитъ, то вытеканіе жидкости изъ пипеты, то вхожденіе въ нее воздуха, что весьма затрудняетъ отмѣриваніе.

Всѣ части этого прибора были самымъ тщательнымъ образомъ высушены прежде чѣмъ приборъ былъ собранъ, пробки въ склянкахъ А и В, предварительно замастикованы гипсомъ на клеевой водѣ, наконецъ для окончательнаго высушиванія въ обѣ склянки было влито нѣсколько абсолютнаго алкоголя и послѣ того, какъ онъ пробылъ въ нихъ около 10 дней, онъ былъ вылитъ, обѣ склянки были высушены при сильномъ нагрѣваніи и вдуваніи воздуха и горячія еще соединены съ трубками наполненными хлористымъ кальціемъ. Наполненіе склянокъ А и В жидкостію было произведено посредствомъ сифона, котораго одна вѣтвь вставлялась въ трубку е, а другая въ сосудъ съ жидкостію, воздухъ входившій въ этотъ послѣдній долженъ былъ проходить предварительно сквозь трубу съ хлористымъ кальціемъ. Наконецъ пипеты передъ отмѣриваніемъ каждый разъ промывались абсолютнымъ алкоголемъ и просушивались при сильномъ нагрѣваніи и вытягиваніи сухаго воздуха; я устроилъ особую сушилку для того чтобы съ удобствомъ производить эти просушиванія.

### III. Предварительные опыты.

Когда я предпринялъ эту часть моего труда, о тепловыхъ измѣненіяхъ могущихъ происходить при смѣшиваніи жидкостей, которыя я имѣлъ въ виду, почти ничего не было извѣстно \*). Необходимо было поэтому сдѣлать большой рядъ опытовъ хотя и приблизительныхъ, но которые могли бы дать понятіе объ общемъ ходѣ явленій. Вслѣдствіе этого я остановился на способѣ, который не представляя большой точности позволялъ производить опыты очень быстро и требовалъ очень мало матеріала.

Приборъ употребленный для этой цѣли весьма похожъ на описанный выше, но гораздо меньше; онъ состоялъ изъ двухъ сосудовъ расположенныхъ другъ надъ другомъ; верхній стеклянный имѣлъ внизу отверстіе, которое закрывалось пробочкою, сидѣвшею на длинномъ штифтѣ, посредствомъ котораго можно было вынимать ее. Нижній сосудъ былъ изъ тонкой мѣди. Въ каждомъ сосудѣ находилось по термометру и по мѣшалкѣ, посредствомъ чего можно было съ точностію знать температуру жидкостей въ обоихъ. Считаю показанія обоихъ термометровъ я открывалъ нижнее отверстіе верхняго сосуда, его жидкость переходила въ нижній сосудъ и послѣ нѣсколькихъ секундъ взбалтыванія мѣшалкою получалось шахитимъ измѣненія температуры. Количества жидкостей нужны для опыта отмѣривались посредствомъ пипетъ и были таковы, что при всѣхъ опытахъ объемъ смѣси былъ 50 куб. сантиметровъ. Каждый градусъ обоихъ термометровъ былъ раздѣленъ на 5 частей; они были предварительно тщательно свѣрены и ихъ показанія наблюдались посредствомъ горизонтальной зрительной трубки. Я не старался достигнуть того, чтобы температуры жидкостей въ моментъ смѣшиванія были тождественны; обыкновенно онѣ различались на  $0^{\circ},1 - 0^{\circ},2$ ; зная теплоемкость обѣихъ жидкостей легко сдѣлать поправку зависящую отъ этого неравенства температуръ, предполагая теплоемкость смѣси равною средней арифметической теплоемкости обѣихъ составныхъ частей: поправка всегда такъ незначительна, что ошибочность этого предположенія не имѣетъ вліянія на результатъ.

Я прилагаю большое стараніе для полученія чистыхъ жидкостей для моихъ опытовъ и удѣльные вѣсы ихъ приведенные ниже показываютъ что онѣ были вообще говоря очень чисты.

\*) Значительная часть опытовъ, результаты которыхъ заключаются въ этой главѣ произведена мною въ 1857 и 1860 годахъ. Такъ какъ большая часть этихъ результатовъ имѣетъ характеръ лишь предварительнаго изслѣдованія, то я и не считалъ нужнымъ публиковать ихъ отдѣльно. Между тѣмъ въ 1864 году появился трудъ (Бюсси и Бюнье) представляющій результаты совершенно того же рода. Такъ какъ мои результаты однако гораздо многочисленнѣе и относятся болѣею частію въ другимъ тѣламъ чѣмъ тѣ, которыя изслѣдованы Бюсси и Бюнье, то я считаю нужнымъ при этомъ случаѣ представить ихъ вполне. Независимость моего труда, доказывается впрочемъ уже и тѣмъ, что часть моихъ результатовъ была напечатана еще въ 1857 году въ *Bullet. de la [Soc. des Natur. de Moscou № 7.*

	Анилинъ	Метилов. спиртъ	Анилинъ	Метилов. спиртъ	Бутирин.	Уксусн. эфиръ	Эфиръ об.	Хлороформъ	Хлорист. этиленъ	Амиленъ	Терпент. масло	Бензинъ	Сърнист. углеродъ
Анилинъ . . . . .	—	+4,6	+4,6	—	—	+2,3	+3,0	+0,1	—1,6	—	—4,2	—	—6,0
Метилов. спиртъ . . . . .	—	—	—	+4,6	—	—	—	+8,0	—0,1	—	—4,2	—	—8,0
Алкоголь . . . . .	—	—	—	—	+1,2	—1,0	—2,0	—2,2	—5,6	—2,3	—	—	—4,1
Бутир. кислота . . . . .	—	—	—	—	—	+0,5	+0,2	+4,0	—1,0	—	—0,5	—	—5,1
Уксусный эфиръ . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	+9,3	+0,1	—	—3,1	—	—6,2
Эфиръ об. . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—0,5	—	—6,2
Хлороформъ . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—0,5	—	—8,8
Хлористый этиленъ . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—0,1	—	—4,0
Амиленъ . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—2,2
Терпент. масло . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—0,5
Бензинъ . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—2,2
Сърнист. углеродъ . . . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—2,9

Измѣненія температуры происходящія при смѣшиваніи двухъ жидкостей въ равныхъ объемахъ; при температурѣ 15° — 20°

Слѣдующія таблицы представляютъ результаты опытовъ, при которыхъ жидкости смѣшивались въ различныхъ пропорціяхъ;

Отношеніе объема 1-й жидк. въ об. 2-й	Хлороформ. и эфиръ об.		Хлороформ. и уксусн. эфиръ		Хлороформ. и терпент. м.		Сърнист. угл. и спирт. эфиръ	
	Хлороформ.	Хлороформ.	Хлороформ.	Хлороформ.	Сърнист.	Сърнист.	Сърнист.	Сърнист.
1	7	+5,6	+3,5	+2,8	—0,2	—1,9	—3,1	—3,1
2	6	+9,2	+6,0	+3,7	—0,4	—3,2	—4,8	—4,8
4	4	+12,3	+9,3	+2,2	—0,5	—4,1	—6,2	—6,2
6	2	+8,2	+6,5	—0,7	—0,3	—4,0	—5,0	—5,0
7	1	+4,6	+4,0	—1,9	—0,2	—3,3	—3,5	—3,5

Отношеніе объема 1-й жидк. въ об. 2-й	Терпент. м. и спирт. эфиръ		Терпент. м. и уксусн. эфиръ		Алкооль и уксусн. кислота		Вода и уксусн. кислота	
	Терпент. м.	Терпент. м.	Терпент. м.	Терпент. м.	Алкооль и уксусн. кислота	Алкооль и уксусн. кислота	Вода и уксусн. кислота	Вода и уксусн. кислота
1	7	—0,7	—1,2	—0,1	—0,2	—0,1	—1,0	—1,0
2	6	—1,6	—2,0	—0,2	—0,6	—0,2	—1,0	—1,0
4	4	—1,9	—3,1	—0,5	—0,9	+0,2	—0,0	—0,0
6	2	—1,8	—3,1	—0,1	—0,6	+0,4	+0,6	+0,6
7	1	—1,3	—1,3	—0,1	—0,4	+0,2	+0,6	+0,6

Я сдѣлалъ также рядъ опытовъ съ цѣлю опредѣлить, какія измѣненія объема сопровождаютъ тепловыя явленія обнаруживающіяся при соединеніи жидкостей.

Для этого я опредѣлилъ удѣльный вѣсъ нѣсколькихъ соединеній жидкостей. Въ небольшомъ стекляномъ сосудѣ, плотно закрывавшемся стекляною пробкою, я отвѣшивалъ нѣкоторое количество одной жидкости, за тѣмъ прибавлялъ желаемое количество другой и снова взвѣшивалъ; такимъ образомъ опредѣлялся составъ смѣси. За тѣмъ я опредѣлялъ ея удѣльный вѣсъ и удѣльный вѣсъ каждой изъ составныхъ частей въ отдѣльности при температурахъ очень близкихъ одна къ другой. Опредѣленія эти производились посредствомъ маленькихъ стьянокъ, подобныхъ тѣмъ, которыя употребляетъ для этой цѣли Коппъ; для приведенія жидкости въ стьянкахъ къ чертѣ на ея шейкѣ стьянка погружалась въ сосудъ съ водою рядомъ съ термометромъ и послѣ продолжительнаго взбалтыванія воды производилось наблюденіе. Слѣдующая таблица заключаетъ результаты этихъ опытовъ. Количества жидкости показаны въ граммахъ; при вычисленіи удѣльныхъ вѣсовъ вездѣ сдѣлана поправка на потерю вѣса въ воздухѣ. Всѣ удѣльные вѣсы отнесены къ водѣ при 0°.

1 смѣсь	
Эфиръ обкновенный . . . . .	2,724.
Хлороформъ . . . . .	5,164.
Удѣльный вѣсъ смѣси при 15°,6 . . . . .	1,1087.
2 смѣсь	
Уксусный эфиръ . . . . .	3,227.
Сърнистый углеродъ . . . . .	4,685.
Удѣльный вѣсъ смѣси при 16°,8 . . . . .	1,0662.

3 смѣсь.		
Хлороформъ . . . . .	5,802	
Сѣрнистый углеродъ . . . . .	4,768	
Удѣльный вѣсъ смѣси при 15°,0 . . . . .		1,3775
4 смѣсь		
Эфиръ обыкновенный . . . . .	2,818	
Сѣрнистый углеродъ . . . . .	4,262	
Удѣльный вѣсъ смѣси при 14°,9 . . . . .		0,9733
5 смѣсь		
Уксусный эфиръ . . . . .	3,274	
Хлороформъ . . . . .	5,645	
Удѣльный вѣсъ смѣси при 15,6 . . . . .		1,2003
6 смѣсь		
Эфиръ обыкновенный . . . . .	2,815	
Эфиръ уксусный . . . . .	3,288	
Удѣльный вѣсъ смѣси при 15,8 . . . . .		0,8075
7 смѣсь		
Терпентинное масло . . . . .	3,058	
Хлороформъ . . . . .	5,656	
Удѣльный вѣсъ смѣси при 18°,0 . . . . .		1,2087
8 смѣсь		
Эфиръ обыкновенный . . . . .	1,470	
Хлороформъ . . . . .	8,398	
Удѣльный вѣсъ смѣси при 16°,6 . . . . .		1,2983
9 смѣсь		
Эфиръ обыкновенный . . . . .	4,126	
Хлороформъ . . . . .	2,627	
Удѣльный вѣсъ смѣси при 17°,0 . . . . .		0,9222

Слѣдующая таблица представляетъ удѣльные вѣсы жидкостей вошедшихъ въ составъ изслѣдованныхъ смѣсей; для большей точности сравненія, эти удѣльные вѣсы опредѣлены при температурѣ очень близкихъ къ тѣмъ, при которыхъ взяты плотности самыхъ смѣсей и при томъ совершенно тѣмъ же способомъ.

Эфиръ обыкновенный . . . . .	0,7188	при 16,6°
Уксусный эфиръ . . . . .	0,8937	— 15,9
Сѣрнистый углеродъ . . . . .	1,2690	— 15,9
Терпентинное масло . . . . .	0,8976	— 18,0
Хлороформъ . . . . .	1,4975	— 15,5
Хлороформъ . . . . .	1,4936	— 18,0

На основаніи этихъ данныхъ вычислены результаты слѣдующей таблицы:

Въ первомъ столбцѣ показано количество обѣихъ жидкостей въ смѣси въ процентахъ по вѣсу.

Во второмъ столбцѣ помѣщенъ объемъ одного грамма смѣси средній арифметическій V.

Въ третьемъ — объемъ 1 грамма смѣси дѣйствительный V'.

Въ четвертомъ — разность объемовъ V' — V.

Въ пятомъ — показано сжатіе  $\frac{V' - V}{V}$

Въ шестомъ столбцѣ, наконецъ, измѣненіе температуры происходящее въ моментъ образованія данной смѣси. T' — T.

Небольшія поправки, нужныя для приведенія удѣльныхъ вѣсовъ отдѣльныхъ жидкостей къ температурѣ при которой опредѣленъ удѣльный вѣсъ смѣси произведены при помощи таблицъ расширенія жидкостей Коппа.

	V	V'	V' - V	$\frac{V' - V}{V}$	T' - T	
1. Эфиръ обыкновенный . . . . .	34,53	0,9157	0,9020	+0,0137	+0,0149	+ 12°,3
Хлороформъ . . . . .	65,47					
2. Уксусный эфиръ . . . . .	40,89	0,9239	0,9379	-0,0140	-0,0152	- 6,2
Сѣрнистый углеродъ . . . . .	59,21					
3. Хлороформъ . . . . .	54,89	0,7214	0,7260	-0,0046	-0,0064	- 4°,2
Сѣрнистый углеродъ . . . . .	45,11					
4. Эфиръ обыкновенный . . . . .	40,06	1,0260	1,0274	-0,0014	-0,0014	- 2,6
Сѣрнистый углеродъ . . . . .	59,94					
5. Уксусный эфиръ . . . . .	36,71	0,8332	0,8331	+0,0001	+0,0001	+ 9,3
Хлороформъ . . . . .	63,29					
6. Эфиръ обыкновенный . . . . .	46,13	1,2420	1,2383	+0,0037	+0,0030	- 0,9
Уксусный эфиръ . . . . .	53,87					
7. Терпентинное масло . . . . .	35,09	0,8256	0,8273	-0,0017	-0,0021	- 0,5
Хлороформъ . . . . .	64,91					
8. Эфиръ обыкновенный . . . . .	14,89	0,7757	0,7703	+0,0054	-0,0070	+ 8,2
Хлороформъ . . . . .	85,11					
9. Эфиръ обыкновенный . . . . .	61,10	1,1085	1,0844	+0,0241	+0,0217	+ 9°,2
Хлороформъ . . . . .	38,90					

Знаки + означаетъ сжатіе, знакъ — расширеніе въ 4-мъ и 5-мъ столбцѣ; въ шестомъ столбцѣ + показываетъ отдѣленіе тепла, — поглощеніе.

Какъ видно, нѣтъ прямого отношенія между измѣненіями температуры и измѣненіями объема при соединеніи двухъ жидкостей.

Приведенная таблица представляетъ всевозможныя комбинаціи этихъ двухъ явленій: сжатіе и отдѣленіе тепла, сжатіе и поглощеніе тепла и наоборотъ расширеніе и отдѣленіе тепла, расширеніе и поглощеніе тепла. Первый и второй опытъ даютъ значительное сжатіе, но въ первомъ случаѣ происходитъ значительное отдѣленіе тепла, во второмъ значительное поглощеніе его; при пятомъ опытѣ измѣненіе объема равно нулю, а между тѣмъ происходитъ значительное отдѣленіе тепла. Изъ всего этого нельзя заключать, однако что измѣненія объема не имѣютъ слѣдствіемъ тепловыхъ измѣненій въ моментъ образованія соединенія; напротивъ, механическая теорія тепла показываетъ намъ, что всякое измѣненіе объема должно имѣть слѣдствіемъ отдѣленіе или поглощеніе тепла; поэтому приведенная выше таблица доказываетъ только то, что, кромѣ измѣненій объема есть еще другія болѣе могущественныя источники тепловыхъ измѣненій, обнаруживающія свое вліяніе при соединеніи жидкостей.

Я сдѣлалъ также рядъ опытовъ для того чтобы повѣрить наблюденіе Греэма, о вліяніи времени на тепловыя измѣненія при смѣшиваніи сѣрной кислоты съ водою.

Разницы которыя замѣтилъ Греэмъ, смѣшивая разбавленную сѣрную кислоту съ водою тотъ часъ послѣ разбавленія ея и чрезъ нѣсколько часовъ, весьма незначительны и находятся совершенно въ предѣлахъ ошибокъ наблюденія, но такъ какъ онъ положительно высказалъ мнѣніе, что время имѣетъ вліяніе на величину теплового измѣненія въ этомъ случаѣ и такъ какъ самый фактъ представляетъ чрезвычайную важность, я счелъ нужнымъ сдѣлать нѣсколько опытовъ для того чтобы окончательно рѣшить этотъ вопросъ <sup>1)</sup>.

Смѣшиваніе производилось въ тонкомъ стеклянномъ сосудѣ вмѣщавшемъ до 600 граммовъ воды; вода и слабая сѣрная кислота брались всегда въ равныхъ объемахъ по 300 куб. сант. каждый; температуры наблюдались посредствомъ термометровъ съ произвольной скалой имѣвшихъ около 10° на 1°; мѣшалки дополняли приборъ. Обѣ жидкости имѣли обыкновенно температуру на 0°,1 — 0°,2 различную и сообразно тому производилась поправка, при помощи теплосемкостей слабой сѣрной кислоты опредѣленныхъ Персономъ. Слѣдующая таблица представляетъ результаты этихъ опытовъ <sup>1)</sup>.

1 рядъ

Составъ кислоты:

Крѣпкой сѣрной кислоты . . . . .	24,0	по вѣсу
Воды . . . . .	76,0	по вѣсу

Возвышеніе температуры при смѣшиваніи съ водою:

	Чрезъ 1 часъ по образованію соединенія	Чрезъ 24 часа.
1 опытъ . . . . .	0,72	0,69
2 " . . . . .	0,71	0,71
3 " . . . . .	0,72	
Среднее арифм. 0,716 . . . . .		0,70

2 рядъ

Составъ кислоты:

Крѣпкой сѣрной кислоты . . . . .	31,0%	по вѣсу
Воды . . . . .	69,0	— —

	Чрезъ 1 часъ	Чрезъ 24 часа	Чрезъ 48 часовъ.
1 опытъ . . . . .	1,14	1,17	1,18
2 " . . . . .	1,16	1,16	1,15
3 " . . . . .	1,17	1,18	
Среднее . 1,16 . . . . .		1,17	1,16

Полученныя разницы такъ малы что очевидно должны быть приписаны ошибкамъ наблюденій; заключеніе Греэма рѣшительно ошибочно.

<sup>1)</sup> Составъ кислоты при этихъ опытахъ опредѣлялся лишь приблизительно такъ какъ для предложенной цѣли вѣтъ надобности съ точностію знать его.

**IV. Отношеніе между измѣненіями средней теплоемкости при образованіи соединеній безъ опредѣленныхъ пропорцій и тепловыми явленіями обнаруживающимися при томъ.**

Тепловыя явленія, обнаруживающіяся при соединеніи жидкостей безъ опредѣленныхъ пропорцій, отличаются отъ тѣхъ, которыя наблюдаются при образованіи соединеній въ опредѣленныхъ пропорціяхъ, многими весьма характерными особенностями; первыя, вообще говоря, гораздо слабѣ послѣднихъ и кромѣ того представляютъ еще ту въ высшей степени замѣчательную особенность, что имѣютъ иногда положительный иногда отрицательный знакъ, т. е. иногда происходитъ отдѣленіе тепла, а иногда поглощеніе тепла. Принимая во вниманіе эти обстоятельства, я пришелъ къ тому заключенію, что для этихъ соединеній можетъ быть окажется вѣрнымъ предположеніе Лавуазье и Лапласа, приведенное на стр. 11.

Означивъ черезъ Q и Q' — количества тепла отдѣляемаго или поглощаемаго при образованіи двухъ соединеній мы получаемъ по формулѣ Лавуазье и Лапласа

$$Q = (ma + nb)(x + t) - (mc + pc)(x + t) + y$$

$$Q' = (m'a' + n'b')(x + t) - (m'c' + p'c')(x + t) + y'$$

Предполагая какъ на стр. 11, что y = 0 и y' = 0 и относя Q и Q' къ одному и потому же количеству соединенія p, такъ что

$$m + n = p \text{ и}$$

$$m' + n' = p'$$

означая кромѣ того, чрезъ Z и Z' — абсолютныя количества тепла заключающіяся въ p количествѣ перваго и втораго сочетанія жидкостей до соединенія, вслѣдствіе чего будетъ

$$ma + nb = pZ \text{ и}$$

$$m'a' + n'b' = p'Z'$$

Получимъ отношеніе

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{Z - c}{Z' - c'}$$

Если предположить, что Z — c и Z' — c' относятся между собою такъ же какъ

разности теплоемкостей средней арифметической и дѣйствительной этихъ соединеній, то изъ этого вытекало бы то заключеніе, что тепловыя измѣненія при соединеніи двухъ жидкостей были бы пропорціональны измѣненіямъ средней теплоемкости соединенія въ моментъ его образованія.

Но предположенія высказанныя выше не могутъ быть совершенно вѣрны, потому что теплоемкости жидкостей значительно и весьма различно измѣняются съ температурою; можно однакоже съ нѣкоторою вѣроятностію предположить, что если взять для опредѣленія  $Q$  и  $Q'$  двѣ комбинаціи однѣхъ и тѣхъ же двухъ жидкостей, то не смотря на значительную и различную измѣняемость ихъ теплоемкостей, разности теплоемкостей дѣйствительной и средней арифметической для каждой комбинаціи, все таки, хотя на столько будутъ приблизительно пропорціональны  $Z - c$  и  $Z' - c'$ , что знаки соответствующихъ разностей будутъ одни и тѣ же т. е. что отдѣленіе тепла при соединеніи двухъ жидкостей будетъ всегда сопровождаться уменьшеніемъ средней теплоемкости обѣихъ жидкостей въ моментъ соединенія, а поглощеніе тепла ея увеличеніемъ.

Я избралъ соединенія хлороформа съ алкоолемъ для повѣрки этого предположенія; первое изъ этихъ тѣлъ трудно получить въ чистомъ видѣ, а второе сильно притягиваетъ влагу, что весьма затрудняетъ опыты, но съ точки зрѣнія моей задачи это сочетаніе тѣлъ представляетъ весьма важныя выгоды.

1) При соединеніи 1 об. хлороформа съ 3 объемами алкооля происходитъ поглощеніе тепла, а при соединеніи 1 об. алкооля съ 3 об. хлороформа, напротивъ отдѣленіе тепла, слѣд., чтобы удовлетворить высказанному предположенію, измѣненія теплоемкости въ обѣихъ случаяхъ должны бы быть обратныя относительно другъ друга, т. е. въ первомъ должно бы оказаться увеличеніе, а во второмъ уменьшеніе средней теплоемкости.

2) Разность между теплоемкостію алкооля и теплоемкостію хлороформа весьма значительна, послѣдняя почти въ  $2\frac{1}{2}$  раза менѣ первой, вслѣдствіе чего и измѣненіе этой разности можетъ быть опредѣлено съ достаточною точностію.

Это послѣднее обстоятельство тѣмъ болѣе имѣетъ важности, что можно было опасаться, что измѣненія средней теплоемкости, въ моментъ соединенія вообще окажутся столь незначительными что ихъ нельзя будетъ измѣрить съ достаточною точностію; только опытъ могъ разрѣшить это сомнѣніе, которое во всякомъ случаѣ требовало, чтобы опредѣленія теплоемкостей имѣли наибольшую точность, какая возможна при современномъ состояніи экспериментальнаго искусства. Это-то обстоятельство принудило меня предпринять подробное изученіе методовъ для опредѣленія теплоемкостей, результаты котораго изложены выше.

Для разрѣшенія поставленнаго выше вопроса, я опредѣлилъ теплоемкость моего хлороформа, много алкооля и двухъ соединеній этихъ тѣлъ между собою.

**Хлороформъ.** Препарат употребленный мною полученъ отъ Г. Троммсдорфа изъ Эрфурта; онъ не имѣлъ никакой реакціи ни кислой ни щелочной; прокаленный мѣдный купоросъ въ немъ не синѣлъ даже при очень долгомъ стояніи; удѣльный вѣсъ его при

0° оказался . . . . . 1,5333

Опредѣленія теплоемкости дали слѣдующій результатъ.

№	P	T	T - T'	Δt	M	m	C
I	198,1	37°,38	17°,35	3°,05	281,5	4,65	0,2260
II	189,8	31,43	15,81	2,67	281,5	4,65	0,2263
III	190,4	35,53	18,11	3,04	281,5	4,65	0,2234
IV	189,6	33,34	18,06	3,01	281,5	4,65	0,2233

Средняя . . . . . 0,2250

По опытамъ Реньо средняя теплоемкость хлороформа при температурѣ около 20° 0,234; разниа велика; по всей вѣроятности она происходитъ отъ того, что мой хлороформъ имѣлъ иной составъ чѣмъ препаратъ Реньо: извѣстно какъ трудно получить это тѣло въ чистомъ видѣ.

**Алкооль** полученъ также отъ Г. Троммсдорфа; удѣльный вѣсъ при 0°

до начала опытовъ . . . . . 0,81335

до окончанія опытовъ . . . . . 0,81371

Изъ этого видно, что въ продолженіи опытовъ алкооль почти не поглотилъ воды. По таблицамъ Г. Мендѣлеева, алкооль такого удѣльнаго вѣса содержитъ около 2% воды.

Опредѣленія теплоемкости дали слѣдующій результатъ.

№	P	T	T - T'	Δt	M	m	C
I	91,6	24°,78	9°,42	1°,98	281,5	4,65	0,5860
II	91,5	36,00	17,93	4,65	281,5	4,65	0,5961
III	91,5	31,20	14,47	3,01	281,5	4,65	0,5900
IV	81,7	35,20	18,62	3,28	290,1	3,15	0,5860

Средняя . . . . . 0,5895

По опытамъ Реньо теплоемкость абсолютнаго алкооля (удѣльный вѣсъ не показанъ)

при 20° . . . . . 0,5951

разность следовательно не выше 0°,01 всей величины теплоемкости.

#### 1. Соединеніе хлороформа и алкооля.

Составъ: хлороформа . . . . . 37,23

„ алкооля . . . . . 62,77

Теплоемкость.

M = 290,1

m = 3,15

№	P	T	T - T'	Δt	C
I	100,0	34°,25	13°,00	2°,46	0,5174
II	100,0	37°,50	15,47	2,89	0,5100
III	100,0	38,36	16,01	3,00	0,5120
IV	100,0	36,58	14,52	2,73	0,5140

Средняя . . . . . 0,5134

## 2. Соединение хлороформа съ алкоодемъ.

Составъ: хлороформа . . . 85,55  
 " алкооля . . . 14,45

Теплоемкость.

$$M = 290,1$$

$$m = 3,15$$

	C	T	T - T'	Δt	C
I	137,0	35°,28	11°,50	1°,90	0,3272
II	137,0	35°,53	12,50	2,08	0,3295
III	136,7	34,58	12,01	1,86	0,3240
IV	136,6	34,04	13,26	2,18	0,3267

Средняя . . . 0,3273

Слѣдующая таблица представляетъ измѣненія теплоемкостей при образованіи  
 обоихъ соединеній выведенныя изъ представленныхъ таблицъ; въ ней

C — означаетъ теплоемкость соединенія среднюю арифметическую.

C' — теплоемкость опредѣленную опытомъ.

T' — T — измѣненіе температуры при образованіи этого соединенія.

	C	C'	C - C'	$\frac{C - C'}{C}$	T' - T
I	0,454	0,513	0,059	0,132	- 2°,1
II	0,278	0,327	0,049	0,176	+ 2,3

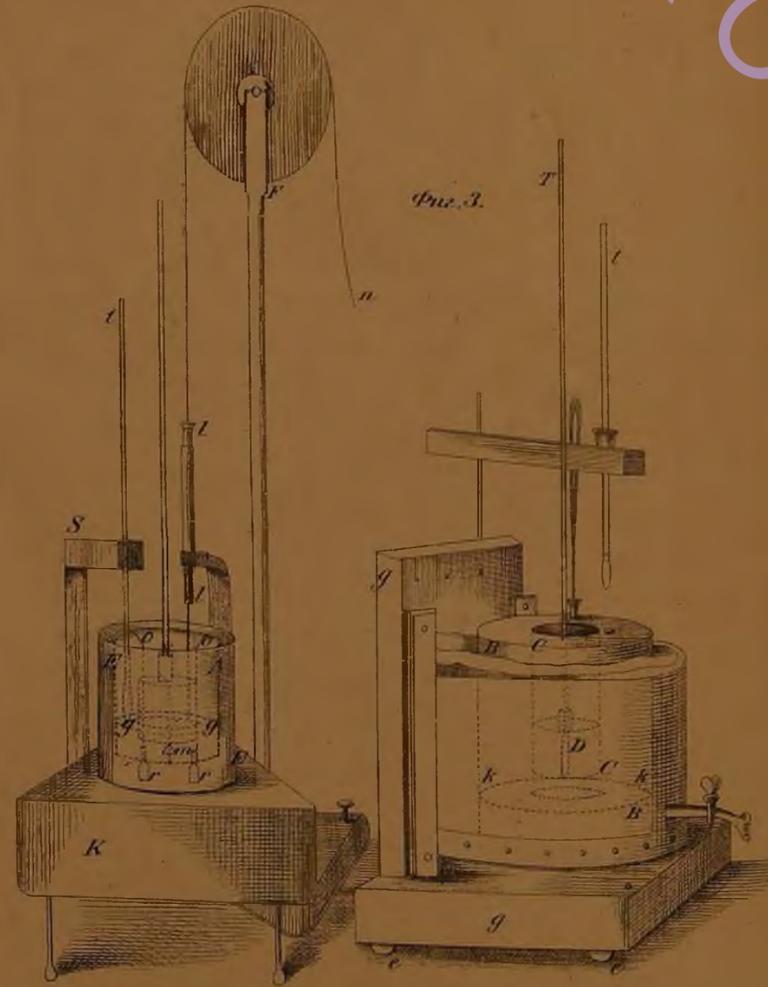
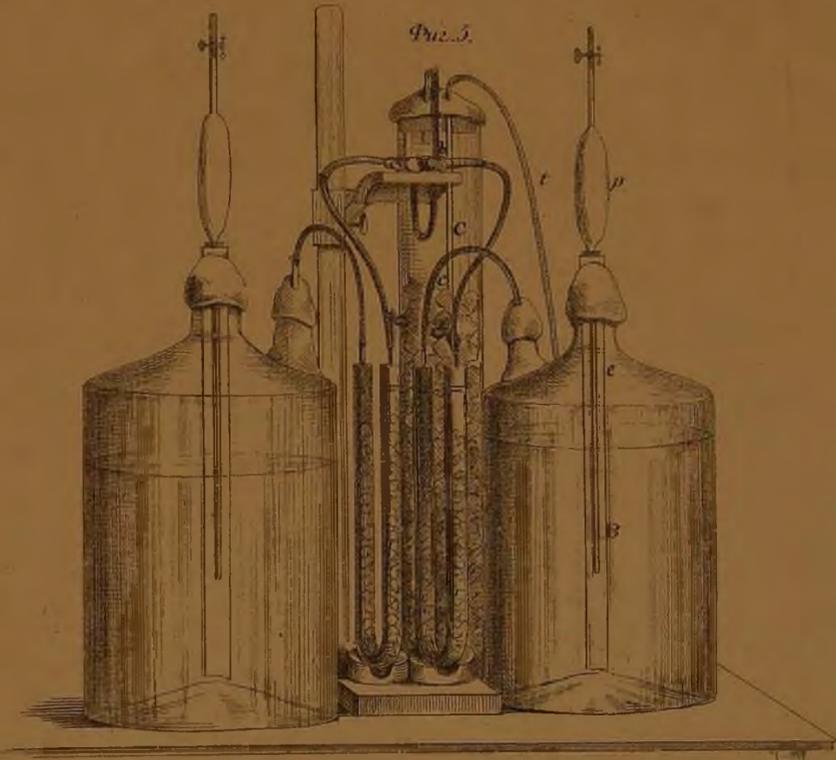
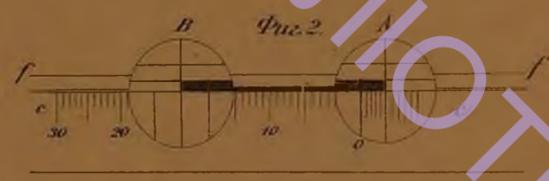
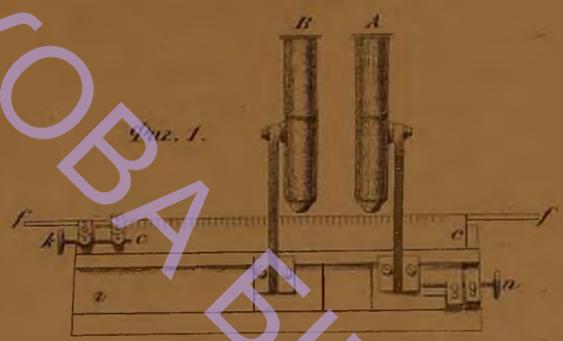
Цифры этой таблицы приводятъ къ нѣсколькимъ весьма важнымъ заключеніямъ.

Во первыхъ, какъ видно, измѣненія средней теплоемкости въ моментъ соединенія весьма значительны; для перваго соединенія, это измѣненіе больше  $\frac{1}{10}$  для втораго немного меньше  $\frac{1}{6}$  всей величины средней теплоемкости. Никакъ нельзя было ожидать, что измѣненія эти будутъ столь значительны, но числа приведенныя выше несомнѣнно доказываютъ это. Строгое изученіе всѣхъ подробностей метода опредѣленій теплоемкости и повѣрочные опыты съ водою не позволяютъ предположить, что методъ заключаетъ какую либо причину значительной постоянной погрѣшности, а согласіе результатовъ полученныхъ при повтореніи одного и того же опыта, доказываетъ, что и случайныя ошибки метода весьма малы; я убѣдился также въ томъ, что не было произведено ошибки при опредѣленіи состава соединеній. Это опредѣленіе производилось такимъ образомъ что посредствомъ пипеты съ тонкой шейкой и чертой на ней, отмѣривалось и вливалось въ сосудъ D нѣкоторое количество одной изъ жидкостей, сосудъ D закрывался пробкою и взвѣшивался; затѣмъ опредѣлялось такимъ же образомъ количество другой жидкости. Получивъ неожиданный результатъ представленный выше, я снова повѣрилъ емкость моихъ пипетъ, опредѣливъ взвѣшиваніемъ количество хлороформа и алкооля, которое выливается изъ каждой изъ нихъ: я получилъ такимъ образомъ для состава обоихъ соединеній числа чрезвычайно близкія къ тѣмъ которыя дали настоящіе опыты; такимъ образомъ нѣтъ возможности усомниться въ точности результата даннаго этими опытами.

Далѣе, сравнивая измѣненія теплоемкости съ измѣненіями температуры происходящими при образованіи каждаго соединенія, мы видимъ, что никакого прямого отношенія между этими двумя явлениями не существуетъ. Опыты произведенныя мною, позволили подвергнуть формулу Лавуазье и Лапласа, представляющую отношенія между измѣненіемъ средней теплоемкости и тепловымъ явленіемъ происходящими при соединеніи двухъ тѣлъ, контролю гораздо болѣе строгому нежели ихъ собственные опыты; предположенія допущенныя мною для того чтобы сдѣлать возможною эту повѣрку гораздо ограниченнѣе нежели тѣ, которыя допущены были этими двумя великими изслѣдователями; при моихъ опытахъ вліяніе измѣненій молекулярнаго состоянія не имѣло мѣста, такъ какъ обѣ составныя части и ихъ соединенія жидки; я не предполагалъ, что абсолютныя количества тепла въ тѣлахъ пропорціональны ихъ теплоемкостямъ; вмѣсто этого я предположилъ только что для двухъ соединеній составленныхъ изъ однихъ и тѣхъ же составныхъ частей только въ различныхъ пропорціяхъ, разности теплоемкостей дѣйствительной и средней арифметической, измѣняются съ температурою по закону приблизительно сходному въ обоихъ соединеніяхъ. Не смотря на то, результаты опыта, даже и при этихъ гораздо болѣе тѣсныхъ предположеніяхъ, какъ видно — противорѣчатъ выводамъ изъ основныхъ положеній Лавуазье и Лапласа. Изъ этого слѣдуетъ, что или даже и тѣ огражденныя предположенія, которыя допущены мною, невѣрны, или, что еще вѣроятнѣе, слѣдуетъ полагать, что изучаемыя явленія несравненно сложнѣе, чѣмъ какъ представляетъ ихъ формула Лавуазье и Лапласа.

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ імені І. І. МЕЧНИКОВА

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ імені І. І. МЕЧНИКОВА



НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ імені І. І. МЕЧНИКОВА

1948

22734-22735

1. «Записки Императорскаго новороссійскаго университета» выходятъ въ неопредѣленное время, по мѣрѣ накопленія материаловъ, отдельными выпусками отъ 5 до 6 листовъ. Каждые 6 такихъ выпусковъ составляютъ одинъ томъ.

2. Въ запискахъ помѣщаются ученые труды лицъ, принадлежащихъ къ университету, по одобреніи ихъ всякій разъ къ печати подлежащимъ факультетомъ.

*Примѣч.* Члены факультетовъ могутъ представлять въ факультетъ и статьи постороннихъ лицъ для напечатанія въ запискахъ, также съ одобренія факультета.

3. Помѣщаемыя въ запискахъ статьи могутъ быть печатаемы, по желанію авторовъ, какъ на русскомъ, такъ и на латинскомъ, нѣмецкомъ и французскомъ языкахъ.

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ імені І. І. МЕЧНИКОВА

НАУКОВА БІБЛІОТЕКА ОНУ імені І. І. МЕЧНИКОВА