

ІНБ ОНУ імені І.І.Мечникова



НБ ОНУ імені І.І.Мечникова

НБ ОНУ імені І.І. Мечникова

НБ ОНУ імені І.І. Мечникова

1020

164425

40

J. Timotheo

FRANCISCI VIETÆ
OPERA
MATHEMATICA,

МАТЕМАТИЧНИЙ
КАБИНЕТ
Од. Физ. Хем. Мат. II-1
Инв. № 22

In unum Volumen congesta, 19/3
ac recognita, Инв. № 2479
1857

Operâ atque studio

FRANCISCI à SCHOOTEN Leydenfis,
Matheseos Professoris.



Rv
L

LVGDVNI BATAVORVM,

Ex Officinâ Bonaventuræ & Abrahami Elzeviriorum.

CLD ID C XLVI.

L-x-m
u B

16467



Clarissimo, Doctissimoque Viro

D. I A C O B O G O L I O,

Mathematicum, Linguarumque Orientalium in illustri
Academia Lugduno-Batavâ Professori,

F R A N C I S C V S à S C H O O T E N,

S. P. D.



Nter eos, qui liberalium artium culturâ (Vir Clarissime) cæteros antecelluerunt mortales, atque præclaris monumentis suis apud posteros gloriam sibi paraverunt immortalem, minimè postremis annumerandus est Vir insignis FRANCISCUS VIETA FONTENÆENSIS, Analyseos Speciosæ autor primus. Quantum enim ex hoc aliisque inventis ipsius colligere liceat fructum, vel inde patet: quod ab eo usque tempore, quo viri eruditi ejus Analyse incubuerunt, Scientia hæc amplissimum incrementum ceperit, ac Mathesis tanquam sepulta è tenebris lucidum caput extulerit. Quocirca cum iteratam operum ipsius editionem studiosi Matheseos omnes meritò desiderarent, quippe quorum exemplaria jam dudum distracta essent, Tu inprimis Vir Clarissime, laudabili eorum desiderio atque studiis hisce consultum volens, hortatu tuo Typographos instigasti, ut ea simul omnia denuò vulgarent. Verumtamen optandum hoc præterea fuisset, ut tuis quoque lucubrationibus ac notis locupletiora in lucem prodire potuissent: præsertim cum in his finibus nostris, quantum quidem mihi constat, nullus reperiatur, cui Sparta hæc justius committi queat. Neque enim me Tibi adulari decet, ut quicquam affirmem, quod non sim expertus: quandoquidem ante aliquot annos doctissimis lectionibus tuis publicis, quas quidem frequentabam, Autorem hunc quàm planissimè explicuisti. Sed cum hoc tempore, quo novam istorum

* 2

ope-

ИЛ- 27168

Научная библиотека
Одесского университета
им. И. И. Мечникова

operum editionem Typographi accelerarent, sub ipsorum prælo, Tute proprium opus haberet, quod te multifariam occuparet, importunum atque adeò iniquum fuisset alieni operis curâ id ipsum interpellare. Cum verò & ego quam rogabar operam declinare maluissem, tenuitatis meæ conscius, Tu animis mihi stimulisque additis spem fecisti conatus hâc parte meos nec ingratos fore, minimèque futurum ut laboris ac operæ impendendæ me unquam pœniteret. Quare amici tui animi hortationi atque consilio morem gerens, sine ulteriore scrupulo aut morâ me ad opus accinxi. In quo quidem hoc mihi propositum fuit, ut Autor, per se omni studio dignus, genuinâ formâ, quâ se impertire omnibus voluit, de novo in publicum prodiret. Quapropter quæ per alienam incuriam, aut præter Autoris mentem atque institutum (quemadmodum in ejusmodi rebus facilè contingit) irreplisse visa sunt, ut religiosè restituerentur, Zetetica aliaque quæ hoc ipsum requirere judicabam, ad novum Artis ejusdem examen revocavi. Quorum quidem omnium, quæ à me præstita sint, quæve præcedens editio ab hâc nostrâ diversa habeat, elenchum operi subjungere consentaneum duxi: ut de iis quilibet judicium ferre atque editionem utramque inter se comparare possit, nec minùs veteri ac novâ pro arbitrio suo uti. Nominatim autem tuæ, Vir Præstantissime, hoc quidquid est, censuræ lubens expono: & cum me studiaque mea singulari benevolentia nunquam non fueris prosequutus, Autorem hunc, quem, ut aliàs, ita & nunc novo nomine mihi commendasti, hâc formâ productum, Tibi in grati animi testimonium oblatum cupio & velut acceptum refero. Non dubitans, quin me conatusque hosce qualescunque non modò solito favore excepturus sis, verùm etiam ob eundem Autorem gratiores habiturus. Quod superest DEVM OPT. MAX. precor, ut Te rei literariæ decus, quàm diutissimè servet incolumem. Vale. Lugd. Batav. V. Kalend. Sextilis. Anni M. DC. XLVI.

ELZE-



ELZEVIIRII

AD

LECTOREM.



Quum magni & præclari Viri FRANCISCI VIETÆ opera Mathematica, simul in unum volumen congesta, (Benigne Lector) à Matheseos studiosis omnibus efflagitari videremus, quippe quæ singula non extarent amplius, ut ullo pretio emi potuerint: id nobis negotij credidimus dari, ut typis nostris justo desiderio vestro satisfieri posset. Quocirca cum figurarum modulos de novo exprimendos curassemus, propositum illud nostrum ante biennium programme omnibus & singulis palàm fecimus, Matheseos ac Literature amatores omnes rogantes, ut si quæ Autoris illius scripta nondum edita possiderent, sive ad finem perducta, sive adfecta, ea in commune bonum & ad gratiam nominis sui memoriam suppeditare nobis dignarentur, exhibentes præterea quæ vel edita vel nondum edita ad manus nostras pervenissent. Hoc nimirum fine, ut auctiora unoque complexu in lucem denuo prodirent. Igitur cum editionem diutius, sine detrimento nostro, differre non possemus, conquistis undique quæ huc spectarent, opus prædictum prælo tandem commisimus. In quo Lector monendus videtur, nos ope & curâ Clar. Virorum P. MARINI MERCENNI & JACOBI GOLII non parùm fuisse adjuutos, qui maximam partem eorum, quorum jam tibi copiam facimus, atque alia contulerunt: editionem verò ipsam operâ ac studio FRANCISCI à SCHOOTEN quàm diligentissimè fuisse recognitam, qui animadversionibus porro suis eam ditavit. Miraberis autem fortasse, Lector amice, quòd Canonem Mathematicum, & Harmonicum Cæleste fragmentumque eodem spectans non unâ tibi demus; quæ quidem cum reliquis Autoris monumentis emittere animus erat: Verùm id consultò à nobis factum; tum quòd Canonem illum ad cetera non necessariò pertinere deprehendimus; tum quòd ille (ut ipse Autor pag. 323. testatur) infeliciter editus sit: adeò ut numeri primùm omnes novo examine à mendis fuissent vindicandi. Quod autem ad Harmonicum Cæleste attinet, fragmentumque eodem spectans, ejus quidem exemplar olim nobis missum non ita integrum & accuratum videtur, ut aliud exemplar non debeat

debeat non magnopere desiderari. Quàmvis verò nuper humanitate D. ALEXANDRI HVMEI, Mathematicum peritiâ non minùs quàm generis nobilitate atque omni virtute insignis, alterum subministratum fuerit, unâ cum ANDERSONI popularis sui Προχέρις ad triangulorum sphaericorum epilogismum: editionem tamen ejus differre aliquantisper visum fuit, donec & alia ejusdem VIETÆ ἀνέκδοτα, quæ hîc illîc asservari perhibentur, fuerimus consequuti. Quorum quidem copiam instituto nostro promovendo liberalitate suâ destinavit Vir pari laude eximius D. d'ESPAGNET, in Burdigalensi Parlamento Senator gravissimus; quod tum R. P. MERCENNI; tum aliorum præstantium virorum literis abundè confirmatum nobis fuit. Quapropter eundem & alios quoscunque, qui hîc aliquid conferre possunt, novâ obtestatione rogamus, ut ad opus VIETÆ posthumum pro dignitate adornandum favore nobis opitulari velint: cum ex volumine jam à nobis edito facîle cognoscant, nec institutum nostrum vanum esse, nec beneficia ipsorum publicæ laudis fructu caritura. His autem interim, Benigne Lector, fruiere ac in usum tuum converte. Vale.



FRAN-



FRANCISCI VIETÆ VITA

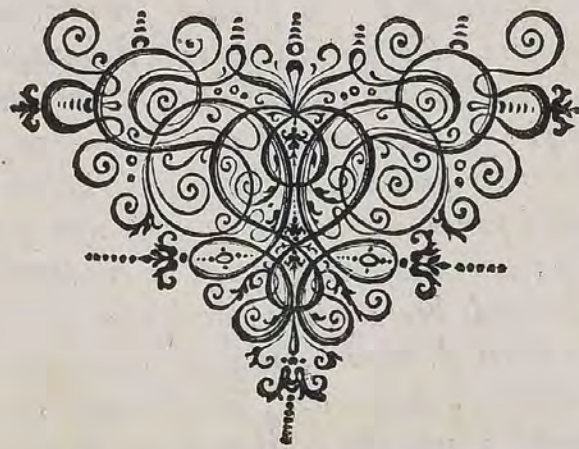
Ex Iac. Augusti Thuani Historiarum Libro CXXIX.

Lutetia Parisiorum anno climacterico suo ad Deum migravit An. 1603 FRANCISCUS VIETÆ Fontenaio in inferiore Pictonum provinciâ natus, vir ingeniosus & profundâ meditatione, cujus vi nihil illi inaccessum in abstrusioribus scientiis, nihil quod acumine mentis posset confici, difficile confectum fuit. In Mathematicis præcipuè industriam, inter alias occupationes & negotia, à quibus capax & indefatigabile ejus ingenium nunquam vacavit, totâ vitâ exercuit, in quibus adeò excelluit, ut quicquid ab antiquis in eo genere inventum, & scriptis, quæ temporis injuriâ aut perierunt aut obsoleverunt, proditum memoratur, ipse assiduâ cogitatione invenerit & renovarit, & multa ex suo ad illorum ingeniosâ reperta addiderit. tam profundâ autem meditatione fuit, ut sæpius visus sit totum triduum continuum in cogitatione defixus ad mensam lucubratoriam sedere, sine cibo & somno, nisi quem cubito innixus, nec se loco movens ad refocillandam per intervalla naturam, capiebat. Scripta ejus rara, neque tamen pauca, quod ea sumptu suo cudenda curaret, & exemplaria penes se retineret, quæ amicis, homo longè ab omni avaritiâ positus, & harum rerum peritis liberaliter distribuebat. Multa & adfecta reliquit, quibus præclaras has artes, repetitâ veterum memoriâ, summo studio instauravit, quæ PETRI ALEALMI Aurelianensis, cujus industriâ à se, dum in vivis ageret, exulta utebatur, fidei ab heredibus commissâ ex eoque thesauro postea tam ab ipso, quàm ALEXANDRO ANDERSONO Scoto & aliis multa deprompta sunt, & in lucem edita, quæ admirationem in animis harum rerum peritorum majorem in dies excitant, & immortalem ejus gloriam intermori minimè patiuntur. ADRIANVS ROMANVS cum Problema omnibus totius orbis Mathematicis construendum proposuisset, VIETÆ illud continuo solvit, & cum castigationibus & auctario, & APOLLONIO præterea Gallo ad Romanum remisit, tantâ cum Romani admiratione, ut confestim ille iter in Galliam corripuerit, ut hominem sibi antea ignotum conveniret, & postea arctam cum eo amicitiam coleret. Cùm Romanus Herbipoli, ubi relicto Lovanio domicilium fixerat, Lutetiam venit, VIETÆ aberat, ad suos Pictones profectus, ut valetudinem jam infirmam curaret; quâ re cognitâ, quàmvis adhuc C. Leucarum nostratium iter restaret, Romanus obfirmato semel animo in viam se dedit, & ad VIETÆM, prius per literas monitum, contendit, cum quo totum mensem fuit, & de quæstionibus,

bus, quibus ad eum instructus venerat, per otium egit, & majora omnia spe in homine minimè fucato cum stupore admiratus est, tandemque post amplexus & ægrè vale dictum, pro tam honorificâ ad se profectiōe VIETA hospitem reducendum ad limitem curavit, & sumptus in eam rem necessarios suppeditavit. Tanti autem conatus in APOLLONIO factus est, ut VIETÆ æmulatione MARINVS GHETALDVS Ragusinus præstantissimus Mathematicus anno VII post Apollonium redivivum ediderit, unâ cum supplemento Apollonij Galli. Doluit mihi valde, quod tam stomachosè cum eo altercatus fuërit initio Scaliger, cùm de Cyclometricis inter ipsos ageretur. Sed vir generosus tunc VIETAM ignorabat, & ægrè propterea ab illo reprehendi ferebat, cum nondum fatis perpenderit, an citra paralogismum quod probandum susceperat, demonstrasset. Itaque postea honorificâ recantatione se ipsum castigavit, & in arcano præcipuam erga VIETAM ab eo tempore reverentiam servavit. Paulo antequam moreretur VIETA, in Calendario LILIANO defectus magnos ab aliis jam notatos cùm animadvertisset, de formâ quæ in Ecclesiâ Romanâ recipi posset, seriò cogitare cœpit, & Kalendarium novum, quod verè GREGORIANVM appellabat, construxit, ad Ecclesiastica festa & ritus accommodatum, quod typis mandatum cum relatione de ejus ratione ad Ecclesiasticos doctores anno 1582 Cardinali ALDOBRANDINO Lugduni obtulit, cùm ille de pace cum SABAVDO acturus à Pontifice ad Regem venisset. Sed nullo successu, sicuti proficiscentem, cùm mihi consilij rationem exposuisset, amicè monueram, quippe qui animo providerem, emendationem apud Principes Christianos adfectatione tantâ insinuatam, & per pensationes postremò receptam non facilè vel in melius mutaturos eos, qui ullâ in re errasse, aut errare posse, ne fateantur, pro imperij arcano ducunt. Sanè cum ALDOBRANDINVS post pacem factam Romam revertisset, & CHRISTOPHORVS CLAVIVS, qui pro LILIO tot editis jam scriptis anticipatâ opinione propositam emendationem protinùs rejecisset, gravem ad eum expostulationem misit VIETA, nec si diutiùs superfuisset, eo sterisset contentio, nec qui mortuo barbam vellere non dubitarunt, eo superstite si ausi essent, non vapulassent. Ita autem de CLAVIO sentiebat VIETA, antequam ob illam contentionem contra eum exacerbati potuisset, optimum eum esse Mathematicorum elementorum interpretem, & eximiâ facilitate, quæ ab inventoribus obscuriùs in quâvis eorum parte tradita sunt, explicare. Cæterum, quantum ad scientiam, ita scribere, ut scribendo quæ scribit, primùm discere videatur, nihilque de suo ingenio addat, sed exscribat omnia, suppressis ferè eorum, à quibus proficit, nominibus, nullo operæ præterea pretio, nisi quod sparsim, confuse, & minùs dilucidè ab aliis scripta, ipse colligit, ordinat, & ita perspicuè proponit, ut ex alienis propria efficiat. Leve est quod dicam vel ipso judice VIETA, quod tamen quivis alius magni fecerit. Res Hispanorum longè latèque sparsæ, ut communicatione & consiliorum consensione jungantur, secreto egent, ad quod illi, qui vastam & longiùs plerumque justo respicientem prudentiam adhibent, literis exoleto & incognito charactere exaratis uti solent, brevioribus ad singulos, ad universos amplioribus, & ordinem & characterem subinde per otium interpolant, vertunt, mutant; ne tempore secretum emanet. Sed cùm hoc faciunt, longo temporis spatio opus habent, quo præfectos longè

ad

ad Indias positos moneant. Tale erat illud notis amplius 10 compositum instrumentum, quo per bella infesti adeò decennij contra nos utebantur, quo tempore pleræque eorum interceptæ literæ valde prolixæ, quibus consiliorum suorum rationes explicabantur, quibus ij, qui vulgò his in rebus industriam suam exercent, ob notarum tantum multitudinem expedire se minimè poterant. Itaque ad VIETAM Regis jussu missæ, nihil tale cogitantem, & qui satius habuisset, aliâ quâvis in re ingenium suum fatigare, qui familiari sibi in studiis gravioribus meditatione illud totum expiscatus, & pleræque deinceps alias maximi momenti, reperto semel arcano, nullo negotio interpretatus est. Quod res Hispanas totum biennium valde conturbavit, qui re per nostras vicissim interceptas detectâ, necessitatem instrumenti, quod inexplicabile rebantur, mutandi impositam dolebant. Itaque illi, qui ad odium & invidiam nihil non comminiscuntur, magicis artibus, nam aliter fieri non potuisse, à Rege id factum, passim & Romæ præcipuè non sine risu & indignatione rectiùs sentientium per emissarios suos publicabant.



IN-



INCLYTÆ PRINCIPI
MELVSINIDI CATHARINÆ
PARTHENÆENSI,

Piissimæ Procerum ROHANIORVM matri,
FRANCISCVS VIETA FONTENÆENSIS
honorem voveo & obsequium.



Extollent Armorici, ô Princeps Melusinis, piissimæ procerum Rohaniorum mater, genus & stemmata gentis Rohaniæ, quæ haud scio an ex pœnioris fidei censibus & monumentis ulla alia possit detegi in orbe terrarum antiquior & illustrior. Adgnoscent gnatos tuos Aborigenes, & è regio Connani sanguine superstites, invasoris Neomenij vim nutu Dei non passos, tandiuque generosam eam stirpem duraturam confident, quandiu circumeuntes Salarum vestrarum lapidicinas, sylvas & stagna, cernent inscripta marmoribus, quercubus, & piscium squamis aurearum Rhomboidum, quas gestat, insignia. Suâ enim Cabalâ testabuntur ita à Deo Optimo Maximo singulari suo beneficio concessum fuisse precanti divo Meriadeco, familiæ quondam principi: sicut etiamnum inauditos circa sacellum, quondam suum, per medios saltus & amœniora vireta constructum, avium garritus, & alia rara, quæ mihi pauca admiranti contigit non semel admirari. Ego Fontenæensis Pictæ, riparum Majoris-venti frequens incola, arcis à divâ Melusina, cujus es & Ramundi beata proles, quondam constructæ, Melusina & Melusinarum colo nomen & numen. addo etiam & omen. Neque verò ideo gentis Rohaniæ Iudicælibus, Eudonibus, Erechis tuos Guidones, Godofredos, Hugones, Brunos oppono: non suis regibus Britannicis, principibus in Leonia, comitibus in Porhoeto, tuos reges Cyprorum, tuos Antiochie & Armeniæ principes, tuos comites Angolisma & Marchiæ: non suæ Isabella Scoti filia, vel Isabella Navarri, tuam Isabellam regum Anglorum & avorum tuorum Lusignæanorum matrem. At piè recorder & feliciter ac veluti fatidico consilio cessisse judico, quod Melusina dea in gratiam accepti à Renato Rohanio beneficij, quod is obsessam Guisiadum consilio suam arcem Lusignæanam strenuè defendisset, te suâ & Ramundi prole & herede unâ cum familiæ Rohaniæ principatu statim eum donavit. Erat nempe Ramundus ipse editus ex gente Rohaniâ, & jam Ramundi & Melusina proles ad id, à quo primum cæperat, reversa est initium; vix unquam idcirco interitura, cum sit circuitus verum & verè physicum symbolum perpetuitatis. Sed minus virtutes tuas interitura sunt in hac ortus periodici restitutione. Et quemadmodum nostrates suo, quod tunc temporis usurpabatur idiomate, ataviam tuam dixere Faydam ob venerandum conspectum & raras & singulares animi dotes, sic te posse-

posteritas Næw Jedaw agnoscet, & te mēvaw, wōdylw, ac digniore, si quod occurrat, epitheto compellabit. Atque utinam ei grata essent vigilia nostra, quod eas tibi tuæque carissimæ sorori Franciscæ Rohaniæ Nemorensi & Iuliodunensi Ducissæ, ut debentur, accepto ferret. Nam quæ in infelicissimis temporibus beneficium in me contulistis infinita sunt. Quid enim memorem vos ex grassatorum vinculis & faucibus Orci eripuisse me, ac denique vestrâ sollicitudine & munificentia toties adjuvisse, quoties arumna mea & infortunia vos monuerunt? Omnino vitam, aut, si quid mihi vitæ carius est, vobis omnem debeo: tibi autem, ô diva Melusinis, omne præsertim Mathematices studium, ad quod me excitavit tum tuus in eam amor, tum summa artis illius, quam tenes, peritia, immò verò nunquam satis admiranda in tuo tamque regii & nobilis generis sexu Encyclopædia. Colendissima Princeps, quæ nova sunt solent à principio proponi rudia & informia, succedentibus deinde seculis expolienda & perficienda. Ecce ars quam profero nova est, aut demùm ita vetusta, & à barbaris defædada & conspurcata, ut novam omnino formam ei inducere, & ablegatis omnibus suis pseudo-categorematis, ne quid suæ spurcitici retineret, & veterum redoleret, excogitare necesse habuerim, & emittere nova vocabula, quibus cum parum hætenus sint adsuefactæ aures, vix accidet, ut vel ab ipso limine non deterreantur multi & offendantur. At sub suâ, quam prædicabant, & magnam artem vocabant, Algebrâ vel Almucabulâ, incomparabile latere aurum omnes agnoscebant Mathematici, inveniebant verò minime. Vovebant Hecatombas, & sacra Musis parabant & Apollini, si quis unum vel alterum Problema extulisset, ex talium ordine qualium decadas & eicadas ultro exhibemus, ut est ars nostra Mathematicum omnium inventrix certissima. Re verò nunc consequutâ, damnabuntur hi quoque votis? Fas enim mihi sit non jam merces meas, sed tuas, tuoque beneficio comparatas & reparatas parçè commendare, & desiderium meum testari, ut tui numinis felicitati, si quæ eo nomine debeatur gloria, non præripiatur. Non enim, ut in aliis disciplinis, sic in Mathematicis libera cujusque censura est, liberumque iudicium. Hic radio agitur & pulvere, nec prosunt Rhetorum persuasiones, vel Advocatorum patrocinia. Metallum quod effero, auri speciem refert quod tandiu desiderarunt. Aut chymicum aurum illud est & ementitum, aut fossile & probum. Si chymicum est, evanescat sanè in fumum vel regali cemento. Sin fossile est, ut sanè est (neque enim sum φουριμαχῶ) de dolo autem adversus eos non ago, qui nullo non proposito laboris solatio ad illud eruendum ex antè inaccessis, & draconum flammivomum, aliorumque noxiorum serpentum & exitialium vigili custodiâ interdictis fodinis allexerunt, jure expecto & postulo, ut saltem suam, quam laudo, non defugiant auctoritatem adversus calumniantium hominum & laudis alienæ obrectatorum inscitiam, vel proterviam. Ergo, mea Princeps, tuum opus carum habeto, & tuâ beatitate ei benedicito, relatâ omni ad supremum numinum Numen, quod religiosissimè colis ἐν ψυχῇ καὶ ἀληθείᾳ, laudum omnium laude & gloriâ. E paludibus insularum Montanarum carissimæ sororis tuæ, Anno Christianissimi & Augustissimi regis nostri Henrici IV. perduellionum & χερσικτόνων ultoris acerrimi & justissimi, secundo.

CATA-

CATALOGVS OPERVM.

I.	I	pag. 1.
II.	Ad Logisticen Speciosam Notæ priores.	13.
III.	Zeteticorum libri quinque.	42.
IV.	De Aequationum Recognitione, & Emendatione Tractatus duo.	82. 127.
V.	De Numerosâ Potestatum ad Exegefin Resolutione.	163.
VI.	Effectuum Geometricarum Canonica Recensio.	229.
VII.	Supplementum Geometriæ.	240.
VIII.	Pseudo-Mesolabum & alia quædam adjuncta Capitula.	258.
IX.	Theoremata ad Sectiones Angulares.	287.
X.	Responsum ad Problema, quod omnibus Mathematicis totius Orbis construendum proposuit Adrianus Romanus.	305.
XI.	Apollonius Gallus.	325.
XII.	Variorum de rebus Mathematicis Responsorum Liber VIII.	347.
XIII.	Munimen adversus nova Cyclometrica.	437.
XIV.	Ratio Kalendarij verè Gregoriani.	449.
XV.	Kalendarium Gregorianum perpetuum.	505.
XVI.	Adversus Christophorum Clavium Expostulatio.	542.

IN



IN ARTEM ANALYTICEN ISAGOGÉ.

CAPVT I.

De Definitione & Partitione Analyseos, & de iis quæ juvant Zeteticen.



ST *veritatis* inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, à Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quæsitæ tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Ut contrâ Synthelisis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæsitæ finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantum proposuerunt Analysin *ζητητικὴν* & *ποριστικὴν*, ad quas definitio Theonis maximè pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quæ dicatur *ρήπική* ἢ *ἐξηγητική*, consentaneum est, ut sit Zeteticæ quâ invenitur æqualitas proportione magnitudinis, de quâ quæritur, cum iis quæ data sunt. Poristice, quâ de æqualitate vel proportionem ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, quâ ex ordinata æqualitate vel proportionem ipsa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeo tota ars Analytica triplex illud sibi vendicans officium definiatur. Doctrina bene inveniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, instituitur arte Logicâ per syllogismos & enthymemata, quorum firmamenta sunt ea ipsa quibus æqualitates & proportionem concluduntur symbola, tam ex communibus derivanda notionibus, quam ordinandis vi ipsius Analyseos theorematis. Forma autem Zeteticæ incundi ex arte propriâ est, non jam in numeris suam Logicam exercente, quæ fuit oscitantia veterum Analystarum: sed per Logisticen sub specie noviter inducendam, feliciorum multo & potiorum numerosâ ad comparandum inter se magnitudines, propositâ primùm homogeneorum lege, & inde constitutâ, ut sit, solemni magnitudinum ex genere ad genus vi suâ proportionaliter adscendentium vel descendendum serie seu scalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus designentur ac distinguantur.

CAPVT II.

De Symbolis æqualitatum & proportionum.

SYMBOLA æqualitatum & proportionum notiora quæ habentur in Elementis adsumit Analytica ut demonstrata, qualia sunt ferè,

- 1 Totum suis partibus æquari.
- 2 Quæ eidem æquantur, inter se esse æqualia.
- 3 Si æqualia æqualibus addantur, tota esse æqualia.
- 4 Si æqualia æqualibus auferantur, residua esse æqualia.
- 5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta esse æqualia.
- 6 Si æqualia per æqualia dividantur, orta esse æqualia.

A

7 Si

7 Si quæ sint proportionalia directè, esse proportionalia inversè & alternè.
8 Si proportionalia similia proportionalibus similibus addantur, tota esse proportionalia.

9 Si proportionalia similia proportionalibus similibus auferantur, residua esse proportionalia.

10 Si proportionalia per proportionalia multiplicentur, facta esse proportionalia.

Etenim dum proportionalia per proportionalia multiplicantur, componuntur eadem proportionibus. Quod autem proportionibus quæ ex iisdem proportionibus componuntur, inter se quoque eadem existant, communiter hoc ab antiquis Geometris receptum est. Ut passim apud Apollonium, Pappum, & reliquos Geometras videre est. Ipsa autem proportionum compositio fit multiplicatione terminorum antecedentium, & consequentium per invicem. Ut perspicuum est ex iis, quæ Euclides 23 prop^{ne} libri 6^{ti}, & 5 propositione octavi libri Elementorum demonstravit.

11 Si proportionalia per proportionalia dividantur, orta esse proportionalia.

Nam dum proportionalia per proportionalia dividuntur, auferuntur ex proportionibus eisdem alia eadem proportionibus, & ut opere multiplicationis proportionibus quidem simul componuntur, ita divisione una proportio ex alia auferitur: resolvit enim divisio, quod super effecit Multiplicatio. Hujus quoque argumentandi modi vestigia apud Apollonium, & alios veteres Geometras sparsim apparent.

12 A communi multiplicatore vel divisore æqualitatem non immutari, vel rationem.

13 Facta sub singulis segmentis æquari facto sub tota.

14 Facta continuè sub magnitudinibus, vel ex iis continuè orta, esse æqualia quocumque magnitudinum ordine ductio vel applicatio fiat.

Κύριον autem æqualitatum & proportionum symbolum, omnisque in Analysis momenti est.

15 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, quod autem fit sub extremis terminis æquale est ei quod fit à medio in se, vel sub mediis, sunt proportionales.

Et è converso,

16 Si fuerint tres quatuorve magnitudines, & sit ut prima ad secundam, ita secunda illa, vel tertia quæpiam ad aliam, erit quod fit sub extremis terminis æquale ei quod fit sub mediis.

Itaque Proportio potest dici constitutio æqualitatis; Æqualitas, resolutio proportionis.

CAPUT. III.

De lege homogeneorum, & gradibus ac generibus magnitudinum comparatarum.

PRIMA & perpetua lex æqualitatum seu proportionum, quæ, quoniam de homogeneis concepta est, dicitur lex homogeneorum, hæc est:

Homogenea homogeneis comparari.

Nam quæ sunt heterogenea, quomodo inter se adfecta sint, cognosci non potest, ut dicebat Adrastus.

Itaque,

Si magnitudo magnitudini additur, hæc illi homogenea est.

Si magnitudo magnitudini subducitur, hæc illi homogenea est.

Si magnitudo in magnitudinem ducitur, quæ fit, huic & illi heterogenea est.

Si magnitudo magnitudini applicatur, hæc illi heterogenea est.

Quibus non attendisse causa fuit multæ caliginis & cæcutiei veterum Analystarum.

2 Magni-

2 Magnitudines quæ ex genere ad genus sua vi proportionaliter adscendunt vel descendunt, vocentur Scales.

3 Magnitudinum Sclarium prima est

Latus, seu Radix.

2 Quadratum.

3 Cubus.

4 Quadrato-quadratum.

5 Quadrato-cubus.

6 Cubo-cubus.

7 Quadrato-quadrato-cubus.

8 Quadrato-cubo-cubus.

9 Cubo-cubo-cubus.

Et eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

7 Genera magnitudinum comparatarum, uti de scalaribus enunciantur ordine, sunt:

1 Longitudo latitudôve.

2 Planum.

3 Solidum.

4 Plano-planum.

5 Plano-solidum.

6 Solido-solidum.

7 Plano-plano-solidum.

8 Plano-solido-solidum.

9 Solido-solido-solidum,

& eâ deinceps serie & methodo denominanda reliqua.

8 Ex serie sclarium gradus altior, in quo consistit comparata magnitudo exinde à latere, vocatur potestas. Reliquæ inferiores scales sunt gradus parodici ad potestatem.

9 Pura est potestas, cum adfectione vacat. Adfecta, cui homogeneum sub parodico ad potestatem gradu & adscitâ coefficiente magnitudine immiscetur.

Pura potestas est, Quadratum, Cubus, Quadrato-quadratum, Quadrato-cubus, Cubo-cubus, &c. Potestas verò adfecta est,

In gradu secundo.

1. Quadratum, unâ cum Plano ex latere in longitudinem, latitudinemve.

In gradu tertio.

1. Cubus, cum Solido ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve.

2. Cubus, cum Solido ex latere in Planum.

3. Cubus, cum duplici Solido. Vno ex Quadrato in longitudinem, latitudinemve. Altera ex latere in Planum.

In gradu quarto.

1. Quadrato-quadratum cum Plano-plano ex Cubo in longitudinem, latitudinemve.

2. Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex Quadrato in Planum.

3. Quadrato-quadratum, cum Plano-plano ex latere in Solidum.

4. Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex Quadrato in Planum.

5. Quadrato-quadratum, cum duplici Plano. Vno ex Cubo in longitudinem, latitudinemve. Altero ex latere in Solidum.

6. Quadrato-quadratum, cum duplici Plano-plano. Vno ex Quadrato in Planum. Altero ex latere in Solidum.

A 2

7. Qua-

7. Quadrato-quadratum, cum triplici Plano-plano. Primo ex Cubo in longitudinem, latitudinem-ve. Secundo ex Quadrato in Planum. Tertio ex latere in Solidum.

Eodem ordine inveniuntur Potestates adfectæ in reliquis scale gradibus. Quot autem in vnoquoque gradu sint potestatum adfectarum genera, si cognoscere placuerit, sumitur numerus unitate minor quam sit in progressionem ab unitate dupla, terminus ejusdem ordinis atque potestas proposita. Ut si libeat scire, quot sint potestates adfectæ in gradu Quadrato-quadrati, hoc est, quarto, sumendus est quartus progressionis dupla terminus, scilicet 8, à quo dempta unitate remanet 7. Tot itaque sunt in gradu quarto Potestates adfectæ, quas modò enumeravimus. Eadem ratione inveniuntur in gradu Quadrato-cubi, hoc est, quinto, esse quindecim Potestatum adfectarum genera.

10 Magnitudines adscititiæ, sub quibus & gradu parodico fit potestati quid homogeneum ad eam adficiendum, dicuntur Sub-graduales.

Subgraduales sunt, Longitudo, latitudo, Planum, Solidum, Plano-planum. Ut si fuerit Quadrato-quadratum cui immisceatur Plano-planum ex latere in Solidum; erit Solidum, subgradualis magnitudo; latus verò, gradus ad Quadrato-quadratum parodicus. Vel si fuerit Quadrato-quadratum unà cum duplici Plano-plano, uno ex quadrato in Planum, altero ex latere in Solidum. Erunt Planum ac Solidum subgraduales magnitudines: quadratum verò & latus, gradus ad Quadrato-quadratum parodici.

CAPUT IV.

De præceptis Logisticis speciosis.

Logistice numerosa est quæ per numeros, Speciosa quæ per species seu rerum formas exhibetur, ut pote per Alphabetica elementa.

Logisticen Numerosam tractavit Diophantus tredecim Arithmeticonum libris, quorum sex priores tantum extant, nunc quidem Græcè & Latinè, & eruditissimis viri clarissimi Claudii Bacheti commentariis illustrati: Logisticen verò Speciosam Vieta, quinque Zeteticorum libris, quos potissimum è selectis Diophanti questionibus quas quandoque peculiari sibi methodo explicat, concinnavit. Quare si utriusque Logisticæ discrimen cum fructu dignoscere cupias, tibi simul Diophantus & Vieta consulendi, & huius Zetetica cum illius questionibus Arithmeticis dispicienda, quo in opere ut te labore sublevem, ex Diophanti questionibus concepta Zetetica breviter annotabo.

DIOPHANTVS, VIETA.

I Quæst. I.	I. Zetetic. I.
4. I.	2. I.
2. I.	3. I.
7. I.	4. I.
9. I.	5. I.
5. I.	7. I.
6. I.	8. I.
8. & 9. 2.	1. 4.
10. 2.	2. & 3. 4.
11. 2.	6. 4.
12. 2.	7. 4.
13. 2.	8. 4.
14. 2.	9. 4.
8. 5.	11. 4.
7. & 8. 3.	1. 5.
9. 3.	3. 5.
10. 3.	4. 5.
11. 3.	5. 5.
12. 3.	7. 5.
13. 3.	8. 5.
9. 5.	9. 5.
34. 4.	13. 5.

Logisticæ speciosæ canonica præcepta sunt quatuor, ut numerosæ.

P R Æ -

Magnitudinem magnitudini addere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram alteri addere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini addenda est, homogeneæ autem heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur addendæ duæ magnitudines homogeneæ. Plus autem vel minus non constituunt genera diversa. Quare nota copulæ seu adjunctionis commode addentur; & aggregatæ erunt A plus B, siquidem sint simplices longitudines latitudinesve.

Sed si adscendant per expositam scalam, vel adscendentibus genere communicent, sua quæ congruit designabuntur denominatione veluti dicetur A Quadratum plus B plano, vel A cubus plus B solido, & similiter in reliquis.

Solent autem Analystæ symbolo + adfectionem adjunctionis indicare.

PRÆCEPTVM II.

Magnitudinem magnitudini subducere.

Sunto duæ magnitudines A & B, illa major, hæc minor. Oportet minorem à majore subducere.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini subducenda est, homogeneæ autem magnitudines heterogeneas non adficiunt, sunt quæ proponuntur duæ magnitudines homogeneæ. Plus autem vel minus non constituunt genera diversa. Quare nota disjunctionis seu multæ commode minoris à majore fiet subductio, & disjunctæ erunt A minus B, siquidem sint simplices longitudines latitudinesve.

Sed si adscendant per expositam scalam vel adscendentibus genere communicent, suâ quæ congruit designabuntur denominatione: veluti dicetur A quadratum minus B plano, vel A cubus minus B solido, & similiter in reliquis.

Neque aliter opus sit, si ipsa magnitudo quæ subducenda est jam adfecta sit; cum totum & partes diverso jure non debeant censeri: ut si ab A subtrahenda sit B plus D, residua erit A minus B, minus D, subductis sigillatim magnitudinibus B & D.

At si jam negetur D de ipsa B, & B minus D ab A subtrahenda sit, Residua erit A minus B plus D, quoniam subtrahendo B magnitudinem subtrahitur plus æquo per magnitudinem D: ideo additione illius compensandum.

Solent autem Analystæ Symbolo — adfectionem multæ indicare. Et hæc λείψος est Diophanto, ut adfectio adjunctionis $\pi\alpha\rho\epsilon\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$.

Cum autem non proponitur utra magnitudo sit major vel minor, & tamen subductio facienda est, nota differentia est — id est, minus incerto: ut propositis A quadrato & B plano, differentia erit A quadratum — B plano, vel B planum A = quadrato.

PRÆCEPTVM III.

Magnitudinem in magnitudinem ducere.

Sunto duæ magnitudines A & B. Oportet alteram in alteram ducere.

Quoniam igitur magnitudo in magnitudinem ducenda est, efficient illa ductu suo magnitudinem sibi ipsis heterogeneam, atque ideo quæ sub iis fit designabitur commode vocabulo IN vel sub, veluti A in B. quo significetur hanc in illam ductam fuisse, vel, ut alii, factam esse sub A & B, idque simpliciter, si quidem A & B sint simplices longitudines latitudinesve.

Sed si adscendant in scala, vel eis genere communicent, ipsas scalarum vel eis genere communicantium adhibere convenit denominationes, ut pote A quadratum in B, vel A quadratum in B planum solidum-ve, & similiter in reliquis.

Quod si ducendæ magnitudines, vel earum altera sint duorum vel plurium nominum, nihil ideo diversi in opere accidit. Quoniam totum est suis partibus æquale, ideoque facta sub segmentis alicujus magnitudinis æquantur facto sub rota. Et cum affirmatum unius magnitudinis nomen ducetur in alterius quoque magnitudinis nomen affirmatum, quod fiet erit affirmatum, & in negatum, negatum.

A 3

Cui

Cui præcepto etiam consequens est, ut ductione negatorum nominum alterius in alterum, factum sit affirmatum, ut cum $A = B$ ducetur in $D = G$: quoniam id quod fit ex affirmata A in G negatam manet negatum, quod est nimium negare minuerere, quandoquidem A est ducenda magnitudo producta, non accurata. Et similiter, quod fit ex negata B in D affirmatam manet negatum, quod est rursus nimium negare: quandoquidem D est ducenda magnitudo producta, non accurata, ideo in compensationem dum B negata ducitur in G negatam factum est affirmatum.

Denominationes factorum à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus magnitudinibus isto prorsus modo se habent:

Latus in se facit Quadratum.

Latus in Quadratum facit Cubum.

Latus in Cubum facit Quadrato-quadratum.

Latus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato-cubum.

Latus in Quadrato-cubum, facit Cubo-cubum.

Et permutatim, id est Quadratum in Latus facit Cubum. Cubus in Latus, facit Quadrato-quadratum &c. Rursus,

Quadratum in se facit Quadrato-quadratum.

Quadratum in Cubum, facit Quadrato-cubum.

Quadratum in Quadrato-quadratum, facit Cubo-cubum.

& permutatim Rursus,

Cubus in se facit Cubo-cubum.

Cubus in Quadrato-quadratum, facit Quadrato-quadrato-cubum.

Cubus in Quadrato-cubum, facit Quadrato-cubo-cubum.

Cubus in Cubo-cubum, facit Cubo-cubo-cubum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in homogeneis,

Latitudo in longitudinem facit Planum.

Latitudo in Planum facit Solidum.

Latitudo in Solidum facit Plano-planum.

Latitudo in Plano-planum facit Plano-solidum.

Latitudo in Plano-solidum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Planum in Planum facit Plano-planum.

Planum in Solidum facit Plano-solidum.

Planum in Plano-planum facit Solido-solidum.

& permutatim.

Solidum in Solidum facit Solido-solidum.

Solidum in Plano-planum facit Plano-plano-solidum.

Solidum in Plano-solidum facit Plano-solido-solidum.

Solidum in Solido-solidum facit Solido-solido-solidum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

PRÆCEPTUM IV.

Magnitudinem magnitudini applicare.

Sunt duę magnitudines A & B, Oportet alteram alteri applicare.

Quoniam igitur magnitudo magnitudini applicanda est. Altiores autem depressioribus applicantur, homogeneę heterogeneis, sunt quę proponuntur magnitudines heterogeneę. Esto sane A longitudo, B planum. Commode itaque intercedet virgula inter B altiore quę applicatur, & A depressiorem, cui fit applicatio.

Sed & ipsę magnitudines denominabuntur à suis, in quibus hæserunt, vel ad quos in

ro-

proportionalium scala vel homogenearum devecatæ sunt, gradibus, veluti $\frac{B \text{ planum}}{A}$. Quo symbolo significetur latitudo quam facit B planum applicatum A longitudini.

Et si B detur esse cubus, A planum, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ planum}}$. Quo symbolo significetur latitudo quam facit B cubus applicatus A plano.

Et si ponatur B cubus, A longitudo, exhibebitur $\frac{B \text{ cubus}}{A}$. Quo symbolo significetur planum quod oritur ex applicatione B cubi ad A, & eo in infinitum ordine.

Neque in binomiis polynomiisve magnitudinibus diversum quicquam observabitur.

Denominationes ortorum ex applicatione à scandentibus proportionaliter ex genere ad genus gradatim magnitudinibus isto prorsus modo se habent:

Quadratum applicatum Lateri restituit Latus.

Cubus applicatus Lateri restituit Quadratum.

Quadrato-quadratum applicatum Lateri restituit Cubum.

Quadrato-cubus applicatus Lateri restituit Quadrato-quadratum.

Cubo-cubus applicatus Lateri restituit Quadrato-cubum.

& permutatim, id est Cubus applicatus Quadrato restituit Latus. Quadrato-quadratum Cubo latus &c. Rursus,

Quadrato-quadratum applicatum Quadrato restituit Quadratum.

Quadrato-cubus applicatus Quadrato restituit Cubum.

Cubo-cubus applicatus Quadrato restituit Quadrato quadratum.

& permutatim. Rursus.

Cubo-cubus applicatus Cubo restituit Quadrato quadratum.

Quadrato-cubo-cubus applicatus Cubo restituit Quadrato-cubum.

Cubo-cubo-cubus applicatus Cubo restituit Cubo cubum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Æque in Homogeneis,

Planum applicatum Latitudini restituit Longitudinem.

Solidum applicatum Latitudini restituit Planum.

Plano-planum applicatum Latitudini restituit Solidum.

Plano-solidum applicatum Latitudini restituit Plano-planum.

Solido-solidum applicatum Latitudini restituit Plano-solidum.

& permutatim.

Plano-planum applicatum Plano restituit Planum.

Plano-solidum applicatum Plano restituit Solidum.

Solido-solidum applicatum Plano restituit Plano-planum.

& permutatim.

Solido-solidum applicatum Solido restituit Solidum.

Plano-plano-solidum applicatum Solido restituit Plano-planum.

Plano-solido-solidum applicatum Solido restituit Plano-solidum.

Solido-solido-solidum applicatum Solido restituit Solido solidum.

& permutatim, eoque deinceps ordine.

Cæterum siue in additionibus & subtractionibus magnitudinum, siue in multiplicationibus & divisionibus, non officit applicatio, quominus expositis præceptis locus sit: hoc inspecto, quod dum in applicatione magnitudo tam altior quam depressior ducitur in eandem magnitudinem, eo opere magnitudinis ex applicatione ortivę generi vel valori nihil additur vel detrahitur; quoniam quod super effecit multiplicatio, idem resolvit divisio: ut $\frac{B \text{ in } A}{B}$ est A, & $\frac{B \text{ in } A}{B}$. Planum est A planum.

Itaque in Additionibus, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ addere Z. Summa erit $\frac{A \text{ planum} + Z \text{ in } B}{B}$

vel

vel, Oporteat $\frac{A \text{ plano}}{B}$ addere $\frac{Z \text{ quadratum}}{G}$. Summa erit $\frac{G \text{ in } A \text{ planum}}{B \text{ in } G}$.

IN Subductionibus, Oporteat $\frac{A \text{ plano}}{B}$ subducere Z. Residua erit $\frac{A \text{ planum}}{B}$
vel, Oporteat $\frac{A \text{ plano}}{B}$ subducere Z $\frac{quadratum}{G}$. Residua erit $\frac{A \text{ planum in } G}{B \text{ in } G}$.

IN multiplicationibus, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ ducere in B. Effecta erit A planum.
Vel, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ ducere in Z. Effecta erit $\frac{A \text{ planum in } Z}{B}$.

Vel denique, Oporteat $\frac{A \text{ planum}}{B}$ ducere in Z $\frac{quadratum}{G}$. Effecta erit $\frac{A \text{ planum}}{B \text{ in } G}$ in Z quadratum.

IN Adplicationibus, Oporteat $\frac{A \text{ cubum}}{B}$ adplicare ad D, Ducta utraque magnitudine in B, ortiva erit $\frac{A \text{ cubus}}{B \text{ in } D}$.

Vel, B in G Oporteat adplicare ad $\frac{A \text{ planum}}{D}$. Ducta utraque magnitudine in D, ortiva erit $\frac{B \text{ in } G \text{ in } D}{A \text{ plano}}$.

Vel denique, Oporteat $\frac{B \text{ cubum}}{Z}$ adplicare ad $\frac{A \text{ cubum}}{D \text{ plano}}$. Ortiva erit $\frac{B \text{ Cubus in } D \text{ planum}}{Z \text{ in } A \text{ Cubum}}$.

CAPUT V.

De legibus Zeteticis.

Zeteticos perficiundæ forma his fere legibus continetur:

1. Side longitudine quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub involucris eorum quæ proponuntur, quæsita longitudo Latus esto.

2. Side planicie quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub involucris eorum quæ proponuntur, quæsita planicies Quadratum esto.

3. Side soliditate quæritur, lateat autem æqualitas vel proportio sub involucris eorum quæ proponuntur, quæsita soliditas Cubus esto. Ascendet igitur sua vi vel descendet per quoscumque gradus comparatarum magnitudinum ea de qua quæritur.

4. Magnitudines tam datæ quam quæsita secundum conditionem quæstioni dictam assimulantur & comparantur, addendo, subducendo, multiplicando & dividendo constanti ubique homogeneorum lege servatâ.

Manifestum est igitur aliquid tandem inventurum iri magnitudini de qua quæritur vel suæ ad quam adscendet potestati æquale, idque factum omnino sub magnitudinibus datis, vel factum partim sub magnitudinibus datis & incerta de qua quæritur, aut ejus parodico ad potestatem gradu.

5. Quod opus, ut arte aliqua juvetur, symbolo constanti & perpetuo ac bene conspicuo datæ magnitudines ab incertis quæsitis distinguantur, ut pote magnitudines quæsitis elemento A aliave litera vocali, E, I, O, V, Y, datas elementis B, G, D, aliisve consonis designando.

6. Facta sub datis omnino magnitudinibus addantur alterum alteri, vel subducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coalescant, quod esto homogeneum comparisonis, seu sub data mensura: & ipsum unam æquationis partem facito.

7. Æque facta sub magnitudinibus datis eodemque parodico ad potestatem gradu addantur alterum alteri, vel subducantur juxta adfectionis eorundem notam, & in unum factum coalescant; quod esto homogeneum adfectionis seu sub gradu.

8. Homogenea sub gradibus potestatem, quam adficiunt vel à qua adficiuntur, comitantur, & alteram æqualitatis partem una cum ipsa potestate faciunt. Atque ideo homogeneum sub data mensura de potestate à suo genere vel ordine designata enuncietur: pure, si quidem ea pura est ab adfectione; sin eam comitantur adfectionum homogenea, indicata tum adfectionis, tum gradus symbolo, una cum ipsa, quæ cum gradu coëfficit, adficiuntur magnitudine.

9 Atque

9. Atque idcirco si accadat homogeneum sub data mensura immisceri homogeneo sub gradu, fiat Antithesis.

Antithesis est cum adficientes affectæve magnitudines ex una æquationis parte in alteram transeunt sub contraria adfectionis nota. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO I.

Antithesi æqualitatem non immutari.

Proponantur A quadratum minus D plano æquari G quadrato minus B in A. Dico A quadratum plus B in A æquari G quadrato plus D plano, neque per istam transpositionem sub contraria adfectionis nota æqualitatem immutari. Quoniam enim A quadratum minus D plano æquatur G quadrato minus B in A addatur utrobique D planum plus B in A. Ergo ex communi notione A quadratum, minus D plano plus D plano plus B in A æquatur G quadrato, minus B in A, plus D plano: plus B in A. Iam adfectio negata in eadem æquationis parte elidat affirmatam: illic evanescet adfectio D plani, hic adfectio B in A, & supererit A quadratum plus B in A æquale G quadrato plus D plano.

10. Et si accadat omnes datas magnitudines duci in gradum, & idcirco homogeneum sub data omnino mensura non statim offerri, fiat Hypobibasmus.

Hypobibasmus est æqua depressio potestatis & parodicorum graduum observato scalæ ordine, donec homogeneum sub depressiore gradu cadat in datum omnino homogeneum cui comparantur reliqua. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

Hypobibasmi opus à Parabolismo differt in eo tantum quod per Hypobibasimum utraque æqualitatis pars ad quantitatem ignotam adplicatur; per Parabolismo vero ad quantitatem certam, ut ex exemplis ab authore allatis perspicuum est.

PROPOSITIO II.

Hypobibasmo æqualitatem non immutari.

Proponatur A cubus, plus B in A quadratum; æquari Z plano in A. Dico per hypobibasimum A quadratum, plus B in A; æquari Z plano.

Illud enim est omnia solida divisisse per communem divisorem, à quo non immutari æqualitatem determinatum est.

11. Et si accadat gradum altiolem, ad quem adscendet quæsita magnitudo, non ex se subsistere, sed in aliquam datam magnitudinem duci, fiat Parabolismus.

Parabolismus est homogeneorum, quibus constat æquatio, ad datam magnitudinem, quæ in altiolem quæsitiæ gradum ducitur, communis adplicatio; ut is gradus potestatis nomen sibi vendicet, & ex ea tandem æquatio subsistat. Quo opere æqualitas non immutatur. Id autem obiter est demonstrandum.

PROPOSITIO III.

Parabolismo æqualitatem non immutari.

Proponatur B in A quadratum plus D plano in A æquari Z solido. Dico per Parabolismo A quadratum plus $\frac{D \text{ plano}}{B}$ in A æquari $\frac{Z \text{ solido}}{B}$. Illud enim est omnia solida divisisse per B communem divisorem, à quo non immutari æqualitatem determinatum est.

12. Et tunc diserte exprimi æqualitas censetur & dicitur ordinata: ad Analogisimum, si placet, revocanda, tali præsertim cautione; ut sub extremis facta, tum potestati tum adfectionum homogeneis respondeant; sub mediis vero, homogeneo sub data mensura.

13. Vnde etiam Analogisimus ordinatus definiatur series trium quatuorve
B magni-

magnitudinum; ita effata in terminis sive puris sive adfectis, ut omnes den-
tur præter eum de quo queritur, ejusve potestatem & parodicos ad eam
gradus.

14 Denique æqualitate sic ordinata ordinatove Analogismo, sua munia
implevisse Zeteticen existimato.

Zeteticen autem subtilissime omnium exercuit Diophantus in iis libris,
qui de re Arithmetica conscripti sunt. Eam vero tanquam per numeros,
non etiam per species (quibus tamen usus est) institutam exhibuit, quo sua
esset magis admirationi subtilitas & solertia: quando quæ Logistæ numero-
so subtiliora adparent & abstrusiora, ea utique specioso familiaria sunt &
statim obvia.

CAPUT VI.

De Theorematum per Poristicen examinatione.

Perfecta Zetesi, confert se ab hypothese ad thesin Analysta, conceptaque
sue inventionis Theoremata in artis ordinationem exhibet, legibus $\kappa\tau\iota$
 $\pi\alpha\nu\tau\epsilon\varsigma$, καὶ αὐτὴ καὶ ὅλας περὶ τὴν obnoxia. Quæ quanquam suam habent ex
Zetesi demonstrationem & firmitudinem; atramen legi syntheseos, quæ via
demonstrandi censetur λογικώτερη, subjiciuntur: & si quando opus est, per
eam adprobantur magno artis inventricis miraculo. Atque idcirco repe-
runtur Analyseos vestigia. Quod & ipsum Analyticum est: neque propter
inductam sub specie Logisticen jam negociosum. Quod si alienum proponi-
tur inventum, vel fortuito oblatum, cujus veritas expendenda & inqui-
renda est; tunc tentanda primum Poristices via est, à qua deinceps ad syn-
thesin fit facilis reditus: ut ea de re prolata sunt à Theone exempla in Ele-
mentis, & Apollonio Pergeō in Conicis, ac ipso etiam Archimede variis in
libris.

CAPUT VII.

De officio Rhetices.

Ordinata Equatione magnitudinis de qua queritur, ῥηλικὴ ἢ ἐξηγητικὴ,
quæ reliqua pars Analytica censenda est, atque potissimum ad artis
ordinationem pertinere, (cum reliquæ duæ exemplorum sint potius quam
præceptorum, ut Logicis jure concedendum est) suum exercet officium;
tam circa numeros, si de magnitudine numero explicanda quæstio est, quàm
circa longitudines, superficies, corporave, si magnitudinem re ipsa exhibe-
ri oporteat. Et hic se præbet Geometram Analysta, opus verum efficiundo
post alius, similis vero, resolutionem: illic Logistam, potestates quasque
numero exhibitas, sive puras, sive adfectas, resolvendo. Et sive in Arithme-
ticis, sive Geometricis, artificii sui nullum non edet specimen, secundum
inventæ æqualitatis, vel de ea concepti ordinate Analogismi, conditionem.

Et vero non omnis effectio Geometrica concinna est. singula enim pro-
blemata suas habent elegantias: verum ea ceteris antefertur, quæ composi-
tionem operis non ex æqualitate, sed æqualitatem ex compositione arguit,
& demonstrat: ipsa vero compositio seipsam. Itaque artifex Geometra,
quanquam Analyticum edoctus, illud dissimulat, & tanquam de opere effi-
ciundo cogitans profert suum syntheticum problema, & explicat: Deinde
Logistis auxiliaturus de proportionem vel æqualitate in eo adgnita concipit
& demonstrat Theorema.

CA-

Æquationum notatio & Artis Epilogus.

Equationis vox simpliciter prolata in Analyticis de Æqualitate per
Zeteticen rite ordinata accipitur.

2 Itaque Æquatio est magnitudinis incertæ cum certa comparatio.

3 Magnitudo incerta radix est vel potestas.

4 Rursus, potestas pura est vel adfecta,

5 Adfectio per negationem est vel affirmationem.

6 Cum adficiens homogeneum negatur de potestate, negatio est directa.

8 Cum contra potestas negatur de adficiente homogeneo sub gradu, ne-
gatio est inversa.

7 Subgradualis meriens est homogenei adfectionis, gradus ipse mensura.

9 Oportet autem in parte Æquationis incerta designari ordinem tum po-
testatis, tum graduum, nec non adfectionis qualitatem seu notam.
Ipsas etiam dari adscititias subgraduales magnitudines.

10 Primus ad potestatem parodicus gradus est radix de qua queritur. Extre-
mus, is qui uno scalæ gradu inferior est potestate. Solet autem is voce Epa-
naphoræ exaudiri.

Ita Quadratum est Epanaphora Cubi, Cubus Quadrato-quadrati, Quadrato-quadratum Quadra-
to-cubi, & eadem in infinitum serie.

11 Parodicus ad potestatem gradus parodoci est reciprocus, cum alterius
in alterum ductu potestas fit. Sic adscititia ejus gradus quem sustinet est
reciproca.

Vt si fuerit Latus, gradus ad Cubum parodicus, erit quadratum gradus reciprocus; ex latere enim
in Quadratum oritur Cubus. Planum vero sublaterale erit magnitudo reciproca, quippe cum ex latere
in Planum fiat Solidum, magnitudo scilicet ejusdem cum Cubo gradus.

12 A radice longitudine gradus parodoci ad potestatem sunt ii ipsi qui
designantur in scala.

13 A radice planâ gradus parodoci sunt:

Quadratum.	PLANVM.
Quadrato-quadratum.	PLANI Quadratum.
Cubo-cubus.	Seu PLANI Cubus.

& eo deinceps ordine.

14 A radice solidâ gradus parodoci sunt:

Cubus.	SOLIDVM.
Cubo-cubus.	Seu SOLIDI Quadratum.
Cubus-cubo-cubus.	SOLIDI Cubus.

15 Quadratum, Quadrato quadratum, Quadrato-cubo-cubus, & quæ
continuo eo ordine à se ipsismet fiunt, sunt potestates simplicis medii, reli-
quæ multiplicis.

Potestates simplicis medii ita quoque definiri possunt, ut sint, quarum numeri ordinales progrediun-
tur secundum proportionem Geometricam subduplam. Ita Potestates secundi gradus, Quarti, Octavi,
Decimi Sexti, erunt simplicis medii. Reliquæ in gradibus intermediis consistentes, multiplicis.

16 Magnitudo certa, cui comparantur reliqua, est homogeneum com-
parationis.

Vt si fuerit A cubus + A in B quadratum, æqualis B in Z planum. Erit,

B in Z planum. Homogeneum comparationis.

A cubus. Potestas ad quam vi sua ascendit magnitudo incerta, de qua queritur.

A in B quadratum. Homogeneum adfectionis.

A Gradus ad potestatem parodicus.

B quadratum Subgradualis magnitudo, seu Parabola.

B z

17 In

- 17 In numeris homogenea comparationum sunt unitates.
 18 Cum radix, de qua queritur, in sua base consistens datae magnitudini homogenea comparatur, æquatio est simplex absolute.
 19 Cum potestas radices, de qua queritur, pura ab adfectione datae homogenea comparatur, æquatio est simplex Climactica.
 20 Cum potestas radices, de qua queritur, adfecta sub designato gradu & data coefficiente datae magnitudini homogenea comparatur, Æquatio polynomia est pro adfectionum multitudine & varietate.
 21 Quot sunt gradus parodici ad potestatem, tot adfectionibus potestas potest implicari.

Itaque Quadratum potest adfici sub Latere.

Cubus sub Latere & quadrato.

Quadrato-quadratum sub Latere, Quadrato, & Cubo. Quadrato-cubus sub latere, Quadrato, & Cubo, & ea in infinitum serie.

22 Analogissimi à generibus Æquationum in quas incidunt resoluti, distinguuntur & nomenclaturam accipiunt.

23 Ad Exegeticen in Arithmetice instruitur Analysta edoctus

Numerum numero addere.

Numerum numero subducere.

Numerum in numerum ducere.

Numerum per numerum dividere.

Potestatum porro quarumcumque, siue purarum siue (quod nesciverunt veteres atque novi) adfectarum, tradit Ars resolutionem.

24 Ad Exegeticen in Geometricis feligit & recenset effectiones magis canonicas, quibus æquationes Laterum & Quadratorum omnino explicentur.

25 Ad Cubos & Quadrato-quadrata postulat, ut quasi Geometria suppleatur Geometriæ defectus,

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Hoc concessio (est autem *αἴτιμα* non *δυσμήχανον*) famosiora, quæ hæcenus *ἀλγοα* dicta fuere, problemata solvit *ἐντέχνως*, mesographicum, sectionis anguli in tres partes æquales, inventionem lateris Heptagoni, ac alia quocumque in eas æquationum formulas incidunt, quibus Cubi solidis, Quadrato-quadrata Plano-planis, siue pure siue cum adfectione, comparantur.

26 Equis vero, cum magnitudines omnes sint lineæ, superficies, vel corpora, tantus proportionum supra triplicatam, aut demum quadruplicatam rationem potest esse usus in rebus humanis, nisi forte in sectionibus angulorum, ut ex lateribus figurarum anguli, vel ex angulis latera consequamur?

27 Ergo à nemine hæcenus adgnitum mysterium angularium sectionum, siue ad Arithmetica, siue Geometrica aperit, & edocet

Data ratione angulorum dare rationem laterum.

Facere ut numerum ad numerum, ita angulum ad angulum.

28 Lineam rectam curvæ non comparat, quia angulus est medium quiddam inter lineam rectam & planam figuram. Repugnare itaque videtur homogeneorum lex.

29 Denique fastuosum problema problematum ars Analytica, triplicem Zeteticæ, Poristicæ & Exegeticæ formam tandem induta, jure sibi adrogat, Quod est, *NULLVM NON PROBLEMA SOLVERE.*

AD



AD
 LOGISTICEN
 SPECIOSAM,
 NOTÆ PRIORES.



LOGISTICÆ speciosa doctrina quatuor, quæ in Isagogicis exposita sunt, canonicis præceptis * absolvitur. Verumtamen præstat exemplificari frequentiora aliquot opera, & subnotari ea, quæ interdum occurrunt compendia, ne Logistam deinceps anfractus similes remorentur. Hujusmodi sunt quæ sequuntur.

* Scilicet Additionis, Subductionis, Multiplicationis & Divisionis, quæ traduntur capite quarto Isagoges, quibus innituntur sequentia theoremata.

PROPOSITIO I.

PROPOSITIS tribus magnitudinibus exhibere quartam proportionalem.

Exponentur tres magnitudines, Prima, Secunda, & Tertia. Oporteat exhibere Quartam proportionalem. Ducatur Secunda in Tertiam, & factum adplicetur ad Primam. Dico igitur magnitudinem ex ea adplicatione oriundam, seu aliter, parabolam esse Quartam proportionalem. Prima enim illa ducatur in Quartam, fiet idipsum quod ex Secunda in Tertiam. Itaque sunt proportionales. Sint igitur magnitudines,

Prima, A	Secunda, B	Tertia, C		B in G A
$\frac{A \text{ quadratum,}}{D}$	B	G	} Erit Quarta proportionalis.	$\frac{B \text{ in } G \text{ in } D}{A \text{ quadrat.}}$
$\frac{A \text{ cubus,}}{D \text{ plano.}}$	$\frac{B \text{ quadrat.}}{Z}$	C		$\frac{B \text{ q. in } G \text{ in } D \text{ pl.}}{Z \text{ in } A \text{ cubum.}}$

PROPOSITIO II.

PROPOSITIS duabus magnitudinibus exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continuè proportionales in in finitum.

Exponentur duæ magnitudines A, & B. Oporteat exhibere Tertiam proportionalem, Quartam, Quintam, & ulterioris ordinis continuè proportionales in infinitum.

B ;

Quo-

Quoniam igitur est					
Vt	Ad	Ita	Ad		
A.	B.	B.	B quadr.	$\frac{B \text{ quadratum}}{A}$	Tertia
A.	B.	B quadr.	B cubus.	$\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$	Quarta
A.	B.	B cubus	B q. quadr.	$\frac{B \text{ quadr. quadratum}}{A \text{ cubo.}}$	Quinta
				} proportionalis.	

Et ita licebit progredi in infinitum.

CONSECTARIUM.

Itaque si sit series magnitudinum in continua proportionione, est,

Vt Prima, ad Tertiam, ita Quadratum è Prima, ad Quadratum è Secunda.

Et ut Prima, ad Quartam, ita Cubus è Prima, ad Cubum è Secunda.

Et Prima ad Quintam, ut Quadrato-quadratum è Prima, ad Quadrato-quadratum è Secunda.

Et ita in infinitum constanti ordine. Enimvero exposita thesi sunt continue proportionales.

Prima, A Secunda, B, Tertia, $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$. Quarta $\frac{B \text{ cubus.}}{A \text{ quadr.}}$ Quinta $\frac{B \text{ qu. quadr.}}{A \text{ cubo}}$ &c.

At quoniam Prima est A, tertia $\frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Ducatur utraque in A, ea itaque ductio-
ne cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$
erit ut A quadratum ad B quadratum.

Æque quoniam prima est, A quarta $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$. Ducatur utraque in A quadratum, ea
igitur ductio, cum sit à communi multiplicante non immutabitur proportio, quare
A ad $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$ erit ut A cubus, ad B cubum.

Pariter, cum sit prima A quinta $\frac{B \text{ quadrato-quadr.}}{A \text{ cubo}}$. Ducatur utraque in A cubum: ea igitur
ductio, cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad
 $\frac{B \text{ quadr. quadr.}}{A \text{ cubo.}}$ erit ut A quadrato-quadratum, ad B quadrato-quadratum.

Nec dissimiliter in ulterioribus reliquis, licet arguere & exemplificari latera ad invi-
cem in ratione simplâ, potestates earumdem in ratione multiplâ. Potestas rationis du-
plâ est Quadratum. Triplâ, Cubus. Quadruplâ, Quadrato-quadratum. Quintuplâ,
Quadrato cubus, & ea in infinitum serie & methodo.

PROPOSITIO III.

Inter duo proposita quadrata exhibere medium proportionale.

Proponantur duo quadrata A quadratum, B quadratum. Oporteat invenire me-
dium inter ea proportionale. At vero constituta A prima, B secunda, exhibetur ex an-
tecedente tertia proportionalis, & se habet series hujusmodi.

Prima A, Secunda B, Tertia $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$

Ducantur omnes in A, cui videlicet, cum adplicatur B quadratum, oritur tertia.

Quoniam igitur A est communis multiplicator trium expositarum proportionalium;
à communi autem multiplicante non immutatur proportio; erunt facta quoque ab A
in proportionales, proportionalia. Sunt autem facta,

A quadratum, B in A, B quadratum. Quare inter duo proposita quadrata exhibui-
mus medium proportionale.

PROPOSITIO IV.

Inter duos propositos Cubos exhibere duo media continue proportio-
nalis.

Proponantur duo Cubi A cubus, B cubus. Oporteat exhibere duo media inter ea
continue proportionalia. At vero constituta A Prima, B Secunda, exhibentur ex
pro-

propositione secunda continue proportionales in infinitum. Sit hic systema infiniti in
quarta. Series igitur quatuor continue proportionalium ita se habet,

prima A, secunda B, tertia $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$, quarta $\frac{B \text{ Cubus}}{A \text{ quadr.}}$.

Ducantur omnes in A quadratum, cui videlicet cum adplicatur B cubus, oritur
quarta. Quoniam igitur A quadratus communis est multiplicator expositarum qua-
tuor continue proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur pro-
portio: erunt facta in continue proportionales quoque proportionalia. Sunt autem facta,
A cubus, A quadratum in B, A in B quadratum, B cubus. Quare inter duos propositos
cubos exhibuimus duo media continue proportionalia. Ex his deducitur hoc generale

CONSECTARIUM.

Si duo latera attolluntur ad potestates ejusdem gradus, latus autem secundi ducatur
in gradum parodicum elatiorem primi, deinde lateris secundi quadratum in gradum
succedentem elatiorem primi, & eo continuo ordine: efficientur continue propor-
tionalia inter potestates primi & secundi. Id enim manifestum fit ex secunda Propositio-
ne. Vnde etiam proponi potuit generalius,

Inter duas quascunque Potestates æque altas, exhibere tot media con-
tinue proportionalia, quot sunt gradus parodici ad potestatem.

PROPOSITIO V.

Inter duo latera proposita exhibere quotlibet continue proportio-
nalia.

Sunto duo latera A, B. Oporteat exhibere inter ea quotlibet continue proportio-
nalia. Libeat exhibere quatuor Quoniam igitur potestas, ad quam latus per totidem gradus
deducitur, quot hic media continue proportionalia exiguntur, nempe quatuor, quintum
sibi locum vindicet necesse est; in quinto autem gradu consistit quadrato-cubus:
attollantur & A & B ad potestatem quadrato-cubi, & inter A quadrato-cubum,
& B quadrato-cubum, constituentur media quatuor continue proportionalia, quo-
rum series est hujusmodi:

1. A quadrato-cubus.
2. A quadrato-quadratum in B.
3. A cubus in B quadratum.
4. A quadratum in B cubum.
5. A in B quadrato-quadratum.
6. B quadrato-cubus.

Quæ autem sunt proportionalia potestate, proportionalia quoque sunt radice. Quare
singularum sex proportionalium constitutarum sumantur latera quadrato-cubica: e-
runt igitur quoque continue proportionalia sex latera, qualia hic designantur: vi-
delicet,

1. A.
2. Latus qc. A quadrat. quadrati in B.
3. Latus qc. A cubi in B quadrat.
4. Latus qc. A quadrati in B cubum.
5. Latus qc. A in B quadrato-quadratum.
6. B.

Ergo inter A & B exhibita sunt tot media continue proportionalia quot exige-
bantur.

PROPOSITIO VI.

Duarum magnitudinum adgregato differentiam earundem adde-
re.

Sit A + B addenda A — B: summa fit A bis. Vnde

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum adjunctum differentiarum earundem, æquale est duplo magnitudinis majoris.

PROPOSITIO VII.

Duarum magnitudinum adgregato differentiam earundem subducere.

Sit ex $A + B$ auferenda $A - B$: residua sit B bis. Vnde

THEOREMA.

Adgregatum duarum magnitudinum multatum differentia earundem, æquale est duplo minoris.

PROPOSITIO VIII.

Cum eadem magnitudo contrahitur, inæquali decremento, alteram ex altera subducere.

Sit ex $A - B$ subducenda $A - E$: residua erit $E - B$. Illud autem est contractionum differentiam subnotasse. Vnde

THEOREMA.

Si magnitudo inæquali minuatur decremento, differentia contractionum eadem est quæ contractionum.

PROPOSITIO IX.

Cum eadem magnitudo protrahitur, inæquali cremento, alteram alteri subducere.

Sit ex $A + G$ subducenda $A + B$: residua erit $G - B$. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo inæquali augeatur cremento, differentia protractionum eadem est quæ protractionum.

PROPOSITIO X.

Cum eadem magnitudo protrahitur, & contrahitur inæquali cremento & decremento, alteram alteri subducere.

Sit ex $A + G$ subducenda $A - B$: residua erit $G + B$. Vnde

THEOREMA.

Si eadem magnitudo protrahatur & contrahatur inæquali cremento & decremento, differentia protractæ & contractæ æqualis est adgregato protractionis & contractionis.

PROPOSITIO XI.

Potestatem puram à binomia radice componere.

Sit radix binomia $A + B$. Oporteat ab ea potestatem puram componere.

Primo componendum sit Quadratum. Quoniam igitur latus dum ducitur in se facit quadratum; ducatur $A + B$ in $A + B$, & colligantur singulæ effecta plana: erunt illa

A quadratum.

$+ A$ in B bis.

$+ B$ quadrato.

Quæ ideo æquabuntur $A + B$ quadrato.

Secundo componendus sit Cubus. Quoniam igitur latus dum ducitur in sui quadratum,

NOTÆ PRIORES.

dratum, facit cubum: ducatur $A + B$ in quadratum jam expositum ex $A + B$, & colligantur singulæ effecta Solida. Erunt illa

A cubus, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo. Quæ ideo æquabuntur cubo ex $A + B$.

Tertio componendum sit quadrato-quadratum. Quoniam latus dum ducitur in sui cubum, facit quadrato-quadratum: ducatur $A + B$ in cubum jam expositum abs $A + B$, & colligantur effecta singulæ plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B quater, $+ A$ quadr. in B quadratum sexies, $+ A$ in B cubum quater, $+ B$ quadrato-quadrato. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ex $A + B$.

Quarto componendus sit quadrato-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-quadratum, facit quadrato-cubum: ducatur $A + B$ in quadrato-quadratum jam expositum abs $A + B$, & colligantur effecta singulæ plano-solida. Erunt illa

A quadrato-cubus, $+ A$ quadrato-quadrato in B 5, $+ A$ cubo in B quadratum 10, $+ A$ quadrato in B cubum 10, $+ A$ in B quadrato quadratum 5, $+ B$ quadrato-cubo. Quæ quidem æquabuntur quadrato-cubo ex $A + B$.

Quinto componendus sit cubo-cubus. Quoniam latus dum ducitur in sui quadrato-cubum, facit cubo-cubum: ducatur $A + B$ in quadrato-cubum jam expositum abs $A + B$, & colligantur effecta singulæ solido-solida. Erunt illa

A cubo-cubus, $+ A$ quadrato-cubo in B 6, $+ A$ quadrato-quadrato in B quadratum 15, $+ A$ cubo in B cubum 20, $+ A$ quadrato in B quadrato quadratum 15, $+ A$ in B quadrato-cubum 6, $+ B$ cubo-cubo. Quæ idem æquabuntur cubo-cubo ex $A + B$.

Nec dissimilis erit ulteriorum quarumcumque potestatum synthesis. A quibus ideo derivantur & uniformi methodo concipiuntur ad universam Logisticen valentia, & quæ etiam ad Zeteticen in promptu sunt, theoremata.

THEOREMA

genesis quadrati.

Si fuerint duo latera: quadratum lateris primi, plus plano à duplo latere primo in latere secundi, plus quadrato lateris secundi, æquatur quadrato adgregati laterum.

Sit latus unum A , alterum B . Dico A quadratum, $+ A$ in B bis, $+ B$ quadrato, æquari $A + B$ quadrato. Ex opere multiplicationis $A + B$ per $A + B$.

THEOREMA

genesis cubi.

Si fuerint duo latera: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latere secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, æquatur cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A , alterum B . Dico A cubum, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo, æquari $A + B$ cubo. Ex opere multiplicationis A quadrati $+ A$ in B 2, $+ B$ quadrato, per $A + B$.

THEOREMA

genesis quadrato-quadrati.

Si fuerint duo latera: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latere secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum.

Sit latus unum A , alterum B . Dico A quad.-quadratum, $+ A$ cubo in B quater, $+ A$ quadrato in B quadratum sexies, $+ A$ in B cubum quater, $+ B$ quad.-quadrato, æquari $A + B$ quad.-quadrato. Ex opere multiplicationis A cubi, $+ A$ quadrato in B 3, $+ A$ in B quadratum 3, $+ B$ cubo, per $A + B$.



THEOREMA

geneseos quadrati-cubi.

SI fuerint duo latera: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus lateris secundi quadrato-cubo, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A quadrato-cubum, + A quad. quadrato B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad-quadratum 5, + B quadrato-cubo, æquari A + B quadrato cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato-quadrati, + A cubo in B 4, + A quad. in B quadratum 6, + A in B cubum quater, + B quadrato-quadrato, per A + B.

THEOREMA

geneseos cubo-cubi.

SI fuerint duo latera: cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus secundum sextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadrato-quadratum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-cubum sextuplum, plus lateris secundi cubo-cubo, æquatur cubo-cubo adgregati laterum.

Sit latus unum A, alterum B. Dico A cubo-cubum, + A quadrato-cubo in B 6, + A quad-quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo, æquari A + B cubo-cubo. Ex opere multiplicationis A quadrato cubi, + A quad-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10, + A quadrato in B cubum 10, + A in B quad-quadratum 5, + B quadrato-cubo, per A + B.

Cum autem placuerit à differentia laterum, non etiam adgregato, potestatem componi, eadem omnino efficientur singularia compositionis homogenea, sed affirmabuntur & negabuntur alterne initio sumpto à majoris lateris potestate, quando par est singularium homogeneorum numerus, ut in cubo, quadrato-cubo, & exinde alternis: in reliquis verò sive à majoris lateris potestate, sive à potestate minoris ducant initium, nihil refert; eodem enim opus recidit.

CONSECTARIUM.

SINGULARIA compositionis homogenea, quibus constat potestas effecta à binomia radice semel & ordinatim sumpta, sunt continue proportionalia ex generali consectario propositionis quartæ.

SI c sunt proportionalia à duobus lateribus A & B effecta tria Plana.

A quadratum.
A in B.
B quadratum.
Nec non & quatuor solida.
A cubus.
A quadratum in B.
A in B quadratum.
B cubus.

Pari jure & quinque plano-plana.
A quadrato-quadratum.
A cubus in B.
A quadratum in B quadratum.
A in cubum.
B quadrato-quadratum.

Et

Et proportionalia sex plano-solida,

A quadrato-cubus.
A quadrato-quadratum in B.
A cubus in B quadratum.
A quadratum in B cubum.
A in B quadrato-quadratum.
B quadrato cubum.

Et proportionalia denique continuè septem solido-solidi,

A cubo-cubus.
A quadrato-cubus in B.
A quadrato-quadratum in B quadratum.
A cubus in B cubum.
A quadratum in B quadrato-quadratum.
A in B quadrato-cubum.
B cubo-cubus.

Et sic deinceps.

PROPOSITIO XII.

QVADRATO adgregati laterum, quadratum differentiarum eorundem addere.

SI latus unum A, alterum B. Oporteat A + B quadrato, A = B quadratum addere. At verò quadratum effectum abs A + B, constat A quadrato, + A in B bis, + B quadrato. Quadratum autem effectum abs A = B constat A quadrato, — A in B bis, + B quadrato. Fiat igitur horum additio. Summa erit A quadratum bis, + B quadrato bis. Quare factum est quod oportuit. Hinc

THEOREMA.

QVADRATVM adgregati laterum plus quadrato differentiarum eorundem, æquatur adgregato duplo quadratorum.

PROPOSITIO XIII.

QVADRATO adgregati duorum laterum, quadratum differentiarum eorundem demere.

Sit latus unum A, alterum B. Oporteat A + B quadrato, A = B quadratum auferre. Abs planis singularibus quibus constat effingendum abs A + B quadratum, auferentur singularia plana, quibus constat quadratum abs A = B: & erit differentia B in A quater. Hinc

THEOREMA.

QVADRATVM adgregati duorum laterum, minus quadrato differentiarum eorundem, æquatur plano quadruplo sub lateribus.

CONSECTARIUM.

PLANVM sub duobus lateribus cedit quadrato dimidij adgregati laterum. Æqualitatis enim per theorema ordinatæ utraque pars subquadruplicetur. Quadratum adgregati dimidij laterum præstabit plano sub lateribus per quadratum dimidiæ differentiarum, aut non erunt latera diversa, sed æqualia. Quod animadvertisse fuit operæpretium.

PROPOSITIO XIV.

DIFFERENTIAM duorum laterum, in eorundem adgregatum ducere.

SI latus majus A, minus B. Ducatur A — B in A + B, & singularia plana colligantur. Erunt illa A quadratum, — B quadrato. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in adgregatum eorundem, æquale est differentiarum quadratorum.

C 2

CON-

DIFFERENTIA quadratorum si adplicetur differentia laterum, orietur adgregatum laterum: & contra. Differentia quadratorum si adplicetur adgregato laterum, orietur differentia laterum. Quandoquidem divisio restitutio est: resolutione ejus operis, quod compositione multiplicatio efficit.

PROPOSITIO XV.

CUBO adgregati duorum laterum, cubum differentia eorundem addere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ cubo, $A = B$ cubum addere. At verò cubus effectus abs $A + B$, constat A cubo, $+ A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $+ B$ cubo. Cubus autem abs $A = B$ constat A cubo, $- A$ quadrato in B ter, $+ A$ in B quadratum ter, $- B$ cubo. Fiat igitur horum additio: summa est A cubus bis, $+ A$ in B quadratum sexies. Hinc ordinatur

THEOREMA.

CUBVS adgregati duorum laterum, plus cubo differentia eorundem, æquatur duplo cubo lateris majoris, plus sextuplo solido à latere majore in lateris minoris quadratum.

PROPOSITIO XVI.

CUBO adgregati duorum laterum, cubum differentia eorundem demere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ cubo, cubum ex $A = B$ demere. Abs solidis singularibus, quibus constat componendus abs $A + B$ cubus, demantur singularia solida, quibus constat cubus abs $A = B$: orietur A quadratum in B sexies, $+ B$ cubo bis. Hinc

THEOREMA.

CUBVS adgregati duorum laterum minus cubo differentia eorundem, æquatur sextuplo solido à latere minore in quadratum majoris, plus duplo cubo lateris minoris.

PROPOSITIO XVII.

DIFFERENTIAM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A quadratum, $+ A$ in B, $+ B$ quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus, $- B$ cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentia cuborum.

CONSECTARIUM.

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, orientur tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta. Et permutim,

DIFFERENTIA cuborum si adplicetur ad tria singularia plana, quibus constat quadratum adgregati laterum semel sumpta, orietur differentia laterum.

PROPOSITIO XVIII.

ADGREGATVM duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum differentia ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ ducere in A quadratum, $- B$ in A, $+ B$ quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solida. Erunt illa A cubus $+ B$ cubo. Vnde

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in tria singularia plana, quibus constat quadratum differentia ipsorum laterum semel sumpta, æquale est adgregato cuborum.

CONSECTARIUM.

ADGREGATVM cuborum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur singularia tria plana, quibus constat quadratum differentia ipsorum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XIX.

DIFFERENTIAM duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT majus latus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A cubum, $+ A$ quadrato in B, $+ A$ in B quadratum, $+ B$ cubo. Fiat particularis ductio & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, $- B$ quadrato-quadrato.

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentia quadrato-quadratorum.

CONSECTARIUM.

DIFFERENTIA duorum quadrato-quadratorum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati laterum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XX.

ADGREGATVM duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentia ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

OPORTEAT $A + B$ ducere in A cubum, $- A$ quadrato in B, $+ A$ in B quadratum, $- B$ cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano-plana. Erunt illa A quadrato-quadratum, $- B$ quadrato-quadrato.

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentia ipsorum laterum semel sumpta, æquale est differentia quadrato-quadratorum.

CONSECTARIUM.

DIFFERENTIA quadrato-quadratorum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentia laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIUM.

VT differentia laterum ad adgregatum, ita quatuor singularia solida, quibus constat cubus differentia ipsorum laterum semel sumpta ad quatuor singularia solida, quibus constat cubus adgregati eorundem laterum, semel quoque sumpta.

PROPOSITIO XXI.

DIFFERENTIAM duorum laterum in singularia quinque plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati, ipsorum laterum semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B, $+ A$ quadrato in B quadratum, $+ A$ in B cubum, $+ B$ quadrato-quadrato.

C 3

drato.

drato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano solida. Erunt illa A quadrato-cubus, — B quadrato-cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, æquale est differentie quadrato-cuborum.

CONSECTARIUM.

DIFFERENTIA quadrato-cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum adgregati ipsorum laterum, semel sumpta. Et contra.

PROPOSITIO XXII.

ADGREGATVM duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentie ipsorum, semel sumpta, ducere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ ducere in A quadrato-quadratum, — A cubo in B, + A quadrato in B quadratum, — A in B cubum, + B quadrato-quadrato. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia plano-solidi. Erunt illa A quadrato-cubus, + B quadrato-cubus. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex adgregato duorum laterum in quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentie ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale adgregato quadrato-cuborum.

CONSECTARIUM.

ADGREGATVM quadrato-cuborum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur quinque singularia plano-plana, quibus constat quadrato-quadratum differentie ipsorum, semel sumpta. Et permutatim.

PROPOSITIO XXIII.

DIFFERENTIAM duorum laterum in sex singularia plano-solidi, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum, semel sumpta, ducere.

SIT latus majus A, minus B. Oporteat $A - B$ ducere in A quadrato-cubum, + A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, + A quadrato in B cubum, + A in B quadrato-quadratum, + B quadrato-cubo. Fiat particularis ductio & colligantur singularia solido-solidi. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubo. Hinc

THEOREMA.

QVOD fit ex differentia duorum laterum in sex singularia plano-solidi, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentie cubo-cuborum.

CONSECTARIUM.

DIFFERENTIA cubo-cuborum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur sex singularia plano solida, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum, semel sumpta.

PROPOSITIO XXIV.

ADGREGATVM duorum laterum in sex singularia plano-solidi, quibus constat quadrato-cubus differentie ipsorum, semel sumpta, ducere.

SIT latus unum A, alterum B. Oporteat $A + B$ ducere in A quadrato-cubum, — A quadrato-quadrato in B, + A cubo in B quadratum, — A quadrato in B cubum, + A in B quadrato-quadratum, — B quadrato-cubo. Fiat particularis ductio, & colligantur singularia solido-solidi. Erunt illa A cubo-cubus, — B cubo-cubus. Hinc

THEO-

THEOREMA.

Quod fit ex adgregato duorum laterum in sex singularia plano-solidi, quibus constat quadrato-cubus differentie ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentie cubo-cuborum.

CONSECTARIUM.

Differentia cubo-cuborum si adplicetur ad adgregatum duorum laterum, oriuntur sex singularia plano-solidi, quibus constat quadrato-cubus differentie ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIUM.

Ut differentia laterum ad adgregatum, ita sex singularia plano-solidi, quibus constat quadrato-cubus differentie ipsorum laterum, semel sumpta, ad sex singularia plano-solidi, quibus constat quadrato-cubus adgregati ipsorum laterum, sumpta quoque semel.

Ex propositionibus precedentibus deducuntur Theoremata universalis.

THEOREMA I.

Quod fit ex differentia duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale differentie potestatum gradus proxime superioris. Hinc

CONSECTARIUM.

Differentia potestatum si adplicetur ad differentiam laterum, oriuntur singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta. Et contra

Differentia potestatum si adplicetur ad singularia homogenea, quibus constat potestas gradus proxime inferioris adgregati ipsorum laterum, semel sumpta, oriuntur differentia laterum.

THEOREMA II.

Quod fit ex adgregato duorum laterum in singularia homogenea, quibus constat potestas differentie ipsorum laterum, semel sumpta, est æquale adgregato vel differentie potestatum ordinis proxime superioris: adgregato quidem, si impar fuerit singularium homogeneorum numerus: differentie vero, si par fuerit singularium homogeneorum numerus. Hinc

CONSECTARIUM.

Adgregatum vel differentia potestatum si adplicetur ad adgregatum laterum, oriuntur singularia homogenea, quibus constat potestas ordinis proxime inferioris differentie ipsorum laterum, semel sumpta.

Aliud CONSECTARIUM.

Si par fuerit numerus singulorum homogeneorum, quibus constat potestas adgregati vel differentie laterum, erit: ut differentia laterum ad adgregatum; ita singularia homogenea, quibus constat potestas differentie ipsorum laterum, semel sumpta ad singularia homogenea, quibus constat potestas ejusdem gradus, adgregati ipsorum laterum, semel sumpta.

GENESIS POTESTATUM AFFECTARUM,
& primo adfirmate.

PROPOSITIO XXV.

QUADRATUM adfectum adjunctione plani sub latere, adscita congruenter sublateralis coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$. Coefficientis sublateralis D longitudo. Oporteat quadratum
abs

Quoniam igitur est

Vt	Ad	Ita	Ad			
A.	B.	B.	B quadr.	$\frac{B \text{ quadratum}}{A}$	Tertia	
A.	B.	B quadr.	B cubus.	$\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$	Quarta	} proportionalis.
A.	B.	B cubus	B q. quadr.	$\frac{B \text{ quadr. quadratum}}{A \text{ cubo}}$	Quinta	

Et ita licebit progredi in infinitum.

CONSECTARIUM.

Itaque si sit series magnitudinum in continua proportione, est,

Vt Prima, ad Tertiam, ita Quadratum est Prima, ad Quadratum est Secunda.

Et ut Prima, ad Quartam, ita Cubus est Prima, ad Cubum est Secunda.

Et Prima ad Quintam, ut Quadrato-quadratum est Prima, ad Quadrato-quadratum est Secunda.

Et ita in infinitum constanti ordine. Enimvero exposita thesi sunt continue proportionales.

Prima, A Secunda, B, Tertia, $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$. Quarta $\frac{B \text{ cubus.}}{A \text{ quadr.}}$ Quinta $\frac{B \text{ q. quadr.}}{A \text{ cubo}}$ &c.

At quoniam Prima est A, tertia $\frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Ducatur utraque in A, ea itaque ductio cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{B \text{ quadrat.}}{A}$ erit ut A quadratum ad B quadratum.

Æque quoniam prima est, A quarta $\frac{B \text{ cubus}}{A \text{ quadr.}}$. Ducatur utraque in A quadratum, ea igitur ductio, cum sit à communi multiplicante non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{B \text{ cubum}}{A \text{ quadrat.}}$ erit ut A cubus, ad B cubum.

Pariter, cum sit prima A quinta $\frac{B \text{ quadrato-quadr.}}{A \text{ cubo}}$. Ducatur utraque in A cubum: ea igitur ductio, cum sit à communi multiplicante, non immutabitur proportio, quare A ad $\frac{B \text{ quadr. quadr.}}{A \text{ cubo}}$ erit ut A quadrato-quadratum, ad B quadrato-quadratum.

Nec dissimiliter in ulterioribus reliquis, licet arguere & exemplificari latera ad invicem in ratione simplâ, potestates earundem in ratione multiplâ. Potestas rationis duplâ est Quadratum. Triplâ, Cubus. Quadruplâ, Quadrato-quadratum. Quintuplâ, Quadrato cubus, & ea in infinitum serie & methodo.

PROPOSITIO III.

Inter duo proposita quadrata exhibere medium proportionale.

Proponantur duo quadrata A quadratum, B quadratum. Oporteat invenire medium inter ea proportionale. At vero constituta A prima, B secunda, exhibetur ex antecedente tertia proportionalis, & se habet series huiusmodi.

Prima A, Secunda B, Tertia $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$.

Ducantur omnes in A, cui videlicet, cum adplicatur B quadratum, oritur tertia.

Quoniam igitur A est communis multiplicator trium expositarum proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur proportio; erunt facta quoque ab A in proportionales, proportionalia. Sunt autem facta,

A quadratum, B in A, B quadratum. Quare inter duo proposita quadrata exhibemus medium proportionale.

PROPOSITIO IV.

Inter duos propositos Cubos exhibere duo media continue proportionalis.

Proponantur duo Cubi A cubus, B cubus. Oporteat exhibere duo media inter ea continue proportionalia. At vero constituta A Prima, B Secunda, exhibentur ex

pro-

propositione secunda continue proportionales in infinitum. Sit hic systema infiniti in quarta. Series igitur quatuor continue proportionalium ita se habet,

prima A, secunda B, tertia $\frac{B \text{ quadr.}}{A}$, quarta $\frac{B \text{ Cubus}}{A \text{ quadr.}}$.

Ducantur omnes in A quadratum, cui videlicet cum adplicatur B cubus, oritur quarta. Quoniam igitur A quadratus communis est multiplicator expositarum quatuor continue proportionalium; à communi autem multiplicante non immutatur proportio: erunt facta in continue proportionales quoque proportionalia. Sunt autem facta, A cubus, A quadratum in B, A in B quadratum, B cubus. Quare inter duos propositos cubos exhibuimus duo media continue proportionalia. Ex his deducitur hoc generale

CONSECTARIUM.

Si duo latera attolluntur ad potestates ejusdem gradus, latus autem secundi ducatur in gradum parodicum elatiorem primi, deinde lateris secundi quadratum in gradum succedentem elatiorem primi, & eo continuo ordine: efficientur continue proportionalia inter potestates primi & secundi. Id enim manifestum fit ex secunda Propositione. Vnde etiam proponi potuit generalius,

Inter duas quascunque Potestates æque altas, exhibere tot media continue proportionalia, quot sunt gradus parodici ad potestatem.

PROPOSITIO V.

Inter duo latera proposita exhibere quotlibet continue proportionalia.

Sunto duo latera A, B. Oporteat exhibere inter ea quotlibet continue proportionalia. Libeat exhibere quatuor Quoniam igitur potestas, ad quam latus per totidem gradus deducitur, quot hic media continue proportionalia exiguntur, nempe quatuor, quintum sibi locum vindicet necesse est; in quinto autem gradu consistit quadrato-cubus: attollantur & A & B ad potestatem quadrato-cubi, & inter A quadrato-cubum, & B quadrato-cubum, constituentur media quatuor continue proportionalia, quorum series est huiusmodi:

1. A quadrato-cubus.
2. A quadrato-quadratum in B.
3. A cubus in B quadratum.
4. A quadratum in B cubum.
5. A in B quadrato-quadratum.
6. B quadrato-cubus.

Quæ autem sunt proportionalia potestate, proportionalia quoque sunt radice. Quare singularum sex proportionalium constitutarum sumantur latera quadrato-cubica: erunt igitur quoque continue proportionalia sex latera, qualia hic designantur: videlicet,

1. A.
2. Latus qc. A quadrat. quadrati in B.
3. Latus qc. A cubi in B quadrat.
4. Latus qc. A quadrati in B cubum.
5. Latus qc. A in B quadrato-quadratum.
6. B.

Ergo inter A & B exhibita sunt tot media continue proportionalia quot exigebantur.

PROPOSITIO VI.

Duarum magnitudinum adgregato differentiam earundem addere.

Sit A + B addenda A — B: summa fit A bis. Vnde

THEO-

Quadrato quadratum adfectum adjunctione plano-plani sub cubo, à radice binomia, adscito congruenter subcubico coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis D longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs $A + B$, adfectum adjunctione plano-plani sub cubo ex $A + B$ in D longitudinem, componere. Effingatur cubus abs $A + B$, & in illud ducatur $A + B + D$, & colligantur effecta singularia plano-plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B^4 , $+ A$ quadrato in B quadratum 6 , $+ A$ in B cubum 4 , $+ B$ quadrato-quadrato, $+ A$ cubo in D , $+ A$ quadrato in B ter in D , $+ A$ in B quadratum ter in D , $+ B$ cubo in D . Quæ propterea æqualia erunt quadrato-quadrato ab $A + B$ adfecto adjunctione plano-plani sub $A + B$ cubo, & ipsa D longitudine. Hinc

THEOREMA

geneseos plano-plani adfecti cubo adfirmatè.

Si fuerint duo latera, & coefficientis longitudo: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus cubo lateris primi in coefficientem longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coefficientem longitudinem, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coefficientem longitudinem, plus cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum adfecto adjunctione plano-plani sub cubo adgregati prædicti, & coefficiente longitudine.

Sit latus unum A , alterum B , coefficientis longitudo D . Dico A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B^4 , $+ A$ quadrato in B quadratum 6 , $+ A$ in B cubum 4 , $+ B$ quadrato-quadrato, $+ A$ cubo in D , $+ A$ quadrato in B in D^3 , $+ A$ in B quadratum in D^3 , $+ B$ cubo in D , æquari $A + B$ quadrato-quadrato, $+ D$ in $A + B$ cubum. Ex opere multiplicationis A cubi, $+ A$ quadrato in B^3 , $+ A$ in B quadratum 3 , $+ B$ cubo, per $A + B + D$.

Aliud THEOREMA.

Si ab eadem binomia radice componantur duo quadrato-quadrata, unum pure, alterum adfectum adjunctione plano-plani sub ipsius radice cubo & adscita coefficiente longitudine. Singularia plano-plana quæ compositio adfecta addit compositioni puræ, sunt

Plano-planum à lateris primi cubo in coefficientem longitudinem.
Plano-planum à quadrato lateris primi in triplum planum quod fit ex latere secundo in coefficientem longitudinem.
Plano-planum à latere primo in triplum solidum quod fit ex quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem.
Plano-planum à cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem. Ex collatione utriusque suppositionis.

Purum.

A quadrato-quadratum.

A cubus in B^4 .

A quadratum in B quadratum 6 .

A in B cubum 4 .

B quadrato-quadratum.

Adfectum.

A quadrato-quadratum.

A cubus in B^4 .

A quadratum in B quadratum 6 .

A in B cubum 4 .

B quadrato-quadratum.

I. A cubus in D .

II. A quadratum in B in D^3 .

III. A in B quadratum in D^3 .

IV. B cubus in D .

Ex

Ex opere multiplicationis A cubi, $+ A$ quadrato in B^3 , A in B quadratum 3 , plus B cubo, per $A + B + D$.

PROPOSITIO XXX.

Quadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub latere, & alterius sub quadrato, à radice binomia adscitis congruenter sublaterali coefficiente solido & subquadratico coefficiente plano, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis sublaterale D solidum, coefficientis subquadraticum G planum. Oporteat quadrato-quadratum abs $A + B$ adfectum adjunctione duplicis plano-plani, unius sub $A + B$ & D solido, alterius sub $A + B$ quadrato & G plano componere. Effingatur quadratum abs $A + B$, & in illud superaddito G plano, ducatur $A + B$, & in effecta solida superaddito D solido, ducatur rursus $A + B$, & colligantur singularia effecta plano-plana, quæ quidem erunt

A quadrato-quadratum, $+ A$ cubo in B^4 , $+ A$ quadrato in B quadratum 6 , $+ A$ in B cubum 4 , $+ B$ quadrato-quadrato, $+ A$ quadrato in G planum, $+ A$ in B bis in G planum, $+ B$ quadrato in G planum, $+ A$ in D solidum, $+ B$ in D solidum. Hæc itaque plano-plana æquantur quadrato-quadrato abs $A + B$, adfecto adjunctione plano-plani sub $A + B$ quadrato & G plano, & plano-plani sub $A + B$ radice, & D solido. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientis duplex, unum quidem planum subquadraticum, alterum vero sublaterale solidum. Erit

Quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus quadrato lateris primi in coefficientis planum, plus duplo plano sub lateribus in coefficientis planum, plus quadrato lateris secundi in coefficientis planum, plus latere primo in coefficientis solidum, plus latere secundo in coefficientis solidum, æquale quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione duplicis plano-plani, unius sub quadrato adgregati laterum, & coefficiente plano, alterius sub adgregato laterum, & coefficiente solido.

PROPOSITIO XXXI.

Quadrato-cubum adfectum adjunctione plano solidi sub latere à radice binomia, adscito congruenter sublaterali coefficiente plano-plano, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis sublaterale D plano-planum. Oporteat componere quadrato-cubum abs $A + B$ adfectum adjunctione plano-solidi sub $A + B$, & D plano-plano. Componantur quadrato quadratum abs $A + B$, & in illud, superaddito D plano-plano, ducatur $A + B$, & colligantur effecta singularia plano-solidi. Erunt illa

A quadrato-cubus, $+ A$ quadrato-quadrato in B^5 , $+ A$ cubo in B quadratum 10 , $+ A$ quadrato in B cubum 10 , $+ A$ in B quadrato-quadratum 5 , $+ B$ quadrato-cubo, $+ A$ in D plano-planum, $+ B$ in D plano-planum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-cubo abs $A + B$, adfecto adjunctione plano-solidi sub $A + B$, & D plano-plano. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientis sublaterale plano-planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, plus latere primo in coefficientis plano-planum, plus latere secundo in coefficientis plano-planum, est æqualis quadrato-

D^2

drato-

drato-cubo aggregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coefficiente plano-plano, & aggregato laterum.

PROPOSITIO XXXII.

Quadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub cubo à radice binomia, adscito congruenter subcubico coëfficiente plano, componere.

Sit radix binomia $A + B$, cœfficiens subcubicum D planum. Oporteat quadrato-
cubum abs $A + B$ adfectum adjunctione plano-solidi sub $A + B$ cubo, & D plano, com-
ponere. Sumatur quadratum abs $A + B$, & in illud superaddito D plano, ducatur cu-
bus abs $A + B$, & colligantur effecta singularia plano-solidi. Erunt illa

A quadrato-cubus, + A quadrato-quadrato in B 5, + A cubo in B quadratum 10,
+ A quadrato in B cubum 10, + A in B quadrato-quadratum 5, + B quadrato-cubo,
+ A cubo in D planum, + A quadrato in B ter in D planum, + A in B quadratum ter in
D planum, + B cubo in D planum. Hinc ordinatur

T H E O R E M A.

Si fuerint duo latera & coëfficiens planum: quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, plus cubo lateris primi in coëfficiens planum, plus solido sub quadrato lateris primi, & latere secundo triplo in coëfficiens planum, plus solido sub latere primo, & lateris secundi quadrato triplo in coëfficiens planum, plus cubo lateris secundi in coëfficiens planum, æqualis est quadrato-cubo aggregati laterum adfecto adjunctione plano-solidi sub coëfficiente plano & cubo aggregati laterum.

P R O P O S I T I O XXXIII.

CVbo-cubum adfectum adjunctione *solido-solidi sub latere*, à binomia radice adscito congruenter sublaterali coëfficiente plano-solido, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis sublaterale D plano-solidum. Oporteat cubo-
cubum abs $A + B$ adfectum adjunctione solido-solidi ex $A + B$ in D plano-solidum,
componere. Effingatur quadrato-cubus abs $A + B$, & in illum D plano-solido auctum,
ducatur $A + B$, & colligatur singularia effecta solido-solidi. Erunt illa

A cubo-cubus, + A quadrato-cubo in B 6, + A quadrato-quadrato in B quadratum 15, + A cubo in B cubum 20, + A quadrato in B quadrato-quadratum 15, + A in B quadrato-cubum 6, + B cubo-cubo, + A in D plano-folidum, + B in D plano-folidum. Quæ propterea æquabuntur A + B cubo-cubo, plus folido-folido ex A + B in D plano-folidum. Hinc

THEOREM A.

THEOREMA.
Si fuerint duo latera, una cum coefficiente sublaterali plano-solido, cubo-cubus lateris primi, plus quadrato-cubo lateris primi in latus secundum sextuplum, plus quadrato-quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum decuquintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi cubum vigecuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadrato-quadratum decuquintuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-cubum sextuplum, plus cubo-cubo lateris secundi, plus latere primo in coefficientiens plano-solidum, plus latere secundo in coefficientiens plano-solidum, est æqualis cubo-cubo adgregati laterum adfecto adjunctione solido-solidi sub coefficiente plano-solido & adgregato laterum.

GENE-

GENESIS POTESTATUM AFFECTARUM

negate.

PROPOSITIO XXXIV.

Quadratum adfectum multa plani sub latere, à binomia radice adscita congruenter sublaterali coëfficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coefficientis sublateralis D longitudo. Oporteat quadratum abs $A + B$ adfectum multa plani sub $A + B$, & D longitudine, componere. Ducatur $A + B$ in $A + B - D$, erunt effecta plana, A quadratum, $+ A$ in B bis, $+ B$ quadrato, $- A$ in D , $- B$ in D . Quæ ideo æquabuntur quadrato abs $A + B$, adfecto multa plani ex $A + B$ in D longitudinem. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coefficiente sublateralilongitudine: quadratum lateris primi, plus plano à latere primo in latus secundum duplum, plus quadrato lateris secundi, minus plano à latere primo in coefficientem longitudinem, minus plano à latere secundo in coefficientem longitudinem, est æquale quadrato adgregati laterum adfecto multa plani sub dicto adgregato, & coefficiente illa.

PROPOSITIO XXXV.

CVbum adfectum multa solidi sub latere, à radice binomia, adscito congruenter sublateralì coëfficiente plano, effingere.

Sit radix binomia $A + B$, coëfficiens sublaterale D planum. Oporteat cubum abs $A + B$ adfectum multa solidi ex $A + B$ in D planum, effingere. Componatur quadrum abs $A + B$, & in illud multatum D plano ducatur $A + B$, colliganturque singula effecta Solida. Erunt illa

A cubus, $\rightarrow$ A quadrato in B ter, $\rightarrow$ A in B quadratum ter, $\rightarrow$ B cubo, $\rightarrow$ A in D planum, $\rightarrow$ B in D planum, & æquabuntur cubo abs A $\rightarrow$ B adfecto multa solidi ex A $\rightarrow$ B in D planum. Hinc

T H E O R E M A.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens sublaterale planum: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, minus solido à latere primo in coëfficiens planum, minus solido à latere secundo in coëfficiens planum, est æqualis cubo adgregati laterum adfecto multa solidi sub coëfficiente plano, & adgregato laterum.

PROPOSITIO XXXVI.

CVbum adfectum multa solidi sub quadrato, à radice binomia, adscita congruenter coëfficiente subquadratica longitudine, componere.

Sit radix binomia $A + B$, coëfficiens subquadratica D longitudo. Oporteat cubum
 abs $A + B$ adfectum multa solidi sub $A + B$ quadrato, & D longitudine, componere.
 Effingatur quadratum abs $A + B$, & in illud ducatur $A + B - D$, & colliganur effecta
 singularia solida. Erunt illa

A cubus, $\rightarrow$ A quadrato in B ter, $\rightarrow$ A in B quadratum ter, $\rightarrow$ B cubo, $\rightarrow$ A quadrato in D, $\rightarrow$ A in B bis in D, $\rightarrow$ B quadrato in D. Quæ ideo æqualia erunt A $\rightarrow$ B cubo, adfecto multa solidi abs A $\rightarrow$ B quadrato in D longitudinem. Hinc

T H E O R E M A.

Si fuerint duo latera, & præterea coëfficiens subquadratica longitudo: cubus lateris primi, plus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, plus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, plus cubo lateris secundi, minus solido à qua-

D 3

à quadrato lateris primi in coefficientem longitudinem, minus solido à plano duplo sub lateribus in coefficientem longitudinem, minus solido à quadrato lateris secundi in coefficientem longitudinem, æquabitur cubo adgregati laterum, adfecto multa solidi sub coefficiente longitudine & quadrato adgregati laterum.

GENESIS POTESTATUM AFFECTARUM negatè mixtim & adfirmatè.

PROPOSITIO XXXVII.

Quadrato-quadratum adfectum adjunctione quidem plano-plani sub latere, multa vero plano-plani sub cubo, à radice binomia, adscitis congruenter sublaterali coefficiente solido & subcubica coefficiente longitudine, componere.

Sit radix binomia $A+B$, coefficientens sublaterale D solidum, coefficientens subcubica G longitudo. Oporteat quadrato-quadratum abs $A+B$, adfectum quidem adjunctione plano-plani ex $A+B$ in D solidum; multa vero plano-plani abs $A+B$ cubo in G longitudinem, componere. Ducatur quadratum abs $A+B$ in $A+B-G$, & in effecta solida superaddito D solido, ducatur $A+B$, & colligantur singularia effecta plano plana. Erunt illa

A quadrato-quadratum, $+A$ cubo in B^4 , $+A$ quadrato in B quadratum 6 , $+A$ in B cubum 4 , $+B$ quadrato-quadrato, $-A$ cubo in G , $-A$ quadrato in B ter in G , $-A$ in B quadratum ter in G , $-B$ cubo in G , $+A$ in D solidum, $+B$ in D solidum. Quæ quidem æqualia erunt quadrato-quadrato abs $A+B$, adfecto multa plano-plani ex $A+B$ cubo in G longitudinem, & adjunctione plano-plani ex $A+B$ radice in D solidum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientens subcubica longitudo, necnon & coefficientens sublaterale solidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, minus cubo lateris primi in coefficientem longitudinem, minus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coefficientem longitudinem, minus cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem, plus latere primo in coefficientens solidum, plus latere secundo in coefficientens solidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto multa quidem plano-plani sub cubo adgregati laterum & coefficiente longitudine, adjunctione vero plano-plani sub adgregato eodem & coefficiente solido.

PROPOSITIO XXXVIII.

Quadrato-quadratum adfectum multa quidem plano-plani sub latere, adjunctione vero plano-plani sub cubo, à binomia radice, adscitis congruenter sublaterali coefficiente solido & subcubica coefficiente longitudine, componere.

Esto radix binomia $A+B$, coefficientens sublaterale D solidum, coefficientens subcubica G longitudo. Oporteat abs $A+B$, quadrato-quadratum adfectum multa plano-plani sub $A+B$ & D solido, atque adjunctione plano-plani sub $A+B$ cubo & G longitudine, componere. Ducatur quadratum ex $A+B$ in $A+B-G$, & in effecta solida multata D solido, ducatur $A+B$, & orta plano-plana erunt

A quadrato-quadratum, $+A$ cubo in B^4 , $+A$ quadrato in B quadratum 6 , $+A$ in B cubum 4 , $+B$ quadrato quadrato, $+A$ cubo in G , $+A$ quadrato in B ter in G , $+A$ in B quadratum in G^3 , $+B$ cubo in G , $-A$ in D solidum, $-B$ in D solidum.

solidum. Quæ ideo æquabuntur quadrato-quadrato ab $A+B$, adfecto adjunctione plano-plani sub $A+B$ cubo, & G longitudine, & multa plano-plani sub $A+B$ radice & ipso D solido. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coefficientens subcubica longitudo, necnon & coefficientens sublaterale solidum: quadrato-quadratum lateris primi, plus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, plus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, plus quadrato-quadrato lateris secundi, plus cubo lateris primi in coefficientem longitudinem, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coefficientem longitudinem, plus cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem, minus latere primo in coefficientens solidum, minus latere secundo in coefficientens solidum, æquatur quadrato-quadrato adgregati laterum, adfecto adjunctione quidem plano-plani sub cubo adgregati laterum, & coefficiente longitudine, multa vero plano-plani sub adgregato ipso laterum, & coefficiente solido.

PROPOSITIO XXXIX.

Quadrato-cubum adfectum adjunctione plano-solidi sub latere, & multa plano-solidi sub cubo, à binomia radice, adscitis congruenter, sublaterali coefficiente plano-plano, & subcubico coefficiente plano, componere.

Sit radix binomia $A+B$, coefficientens sublaterale D plano-planum, subcubicum coefficientens G planum. Effingendus sit quadrato-cubus abs $A+B$, adfectus adjunctione plano-solidi sub $A+B$ radice & D plano-plano, ac multa plano-solidi sub $A+B$ cubo & G plano. Componatur quadratum abs $A+B$, & in illud multatum G plano, ducatur idem quadratum ab $A+B$ & orta plano-plana augeantur D plano-plano, & ducantur in $A+B$. Orientur hæc plano-solidi

A quadrato-cubus, $+A$ quadrato-quadrato in B^5 , $+A$ cubo in B quadratum 10 , $+A$ quadrato in B cubum 10 , $+A$ in B quadrato-quadratum 5 , $+B$ quadrato-cubo, $-A$ cubo in G planum, $-A$ quadrato in B ter in G planum, $-A$ in B quadratum ter in G planum, $-B$ cubo in G planum, $+A$ in D plano-planum, $+B$ in D plano-planum. Hinc

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea subcubicum coefficientens planum, necnon & sublaterale coefficientens plano-planum; quadrato-cubus lateris primi, plus quadrato-quadrato lateris primi in latus secundum quintuplum, plus cubo lateris primi in lateris secundi quadratum decuplum, plus quadrato lateris primi in lateris secundi cubum decuplum, plus latere primo in lateris secundi quadrato-quadratum quintuplum, plus quadrato-cubo lateris secundi, minus cubo lateris primi in coefficientens planum, minus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in coefficientens planum, minus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in coefficientens planum, minus cubo lateris secundi in coefficientens planum, plus latere primo in coefficientens plano-planum, plus latere secundo in coefficientens plano-planum, æquatur quadrato-cubo adgregati laterum adfecto multa quidem plano-solidi sub cubo adgregati laterum & coefficiente plano, adjunctione vero plano-solidi sub adgregato laterum, & coefficiente plano-plano.

GENESIS POTESTATVM avulsarum.

PROPOSITIO XL.

Planum sub latere, adfectum multa quadrati, à binomia radice, adscita congruenter sublaterali coefficiente longitudine, componere.

Sit

Sit radix binomia $A+B$, sublateralis coëfficiens D longitudo. Oporteat planum sub $A+B$, & D longitudine, adfectum multa $A+B$ quadrati, componere. Ducatur $D-A-B$ in $A+B$, & orientur singularia plana, A in D , $+B$ in D , $-A$ quadrato, $-A$ in B 2, $-B$ quadrato. Hinc autem ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, necnon & sublateralis coëfficiens longitudo: planum à latere primo in coëfficiem longitudo, plus plano à latere secundo in coëfficiem longitudo, minus quadrato lateris primi, minus duplo plano sub lateribus, minus quadrato lateris secundi, æquatur plano sub adgregato laterum, & coëficiente illa, adfecto multa quadrati abs adgregato laterum.

PROPOSITIO XLI.

Solidum sub latere adfectum multa cubi, à binomia radice, adscito congruenter sublaterali coëficiente plano, effingere.

Sit radix binomia $A+B$, sublateralis coëfficiens D planum. Effingendum sit solidum sub $A+B$, & D plano, adfectum multa cubi ex $A+B$. Ducatur $A+B$ in D planum multatum $A+B$ cubo. Orientur solida, A in D planum, $+B$ in D planum, $-A$ cubo, $-A$ quadrato in B 3, $-A$ in B quadratum 3, $-B$ cubo. Hinc concipitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, una cum coëficiente sublaterali plano: solidum à latere primo in coëficiens planum, plus solido à latere secundo in coëficiens planum, minus cubo lateris primi, minus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, minus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, minus cubo lateris secundi, æquatur solido sub adgregato laterum, & coëficiente sublaterali plano, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLII.

Solidum sub quadrato adfectum multa cubi, à binomia radice, adscita congruenter sub quadratica coëficiente longitudine, effingere.

Sit radix binomia $A+B$, subquadratica coëfficiens D longitudo. Oporteat solidum sub $A+B$ quadrato, & D longitudine, adfectum multa cubi abs $A+B$ componere. In $A+B$ quadratum ducatur $D-A-B$, & orientur solida, A quadratum in D , $+A$ in B bis in D , $+B$ quadrato in D , $-A$ cubo, $-A$ quadrato in B 3, $-A$ in B quadratum 3, $-B$ cubo. Hinc enuntiatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & subquadratica coëfficiens longitudo: solidum à quadrato lateris primi in coëficiem longitudo, plus solido à plano duplo sub lateribus in coëficiem longitudo, plus solido à quadrato lateris secundi in coëficiem longitudo, minus cubo lateris primi, minus solido à quadrato lateris primi in latus secundum triplum, minus solido à latere primo in lateris secundi quadratum triplum, minus cubo lateris secundi, est æquale solido sub quadrato adgregato laterum, & coëficiente longitudine, adfecto multa cubi abs adgregato eodem.

PROPOSITIO XLIII.

Plano-planum sub latere adfectum multa quadrato-quadrati, à binomia radice, adscito congruenter sublaterali coëficiente solido, componere.

Sit radix binomia $A+B$, coëficiens sublateralis D solidum. Oporteat componere plano-planum ex D solido in $A+B$, adfectum multa $A+B$ quadrato quadrati. Auferatur $A+B$ cubus ex ipso D solido, & ducatur in $A+B$. Orientur plano-plana, A in

A in D solidum, $+B$ in D solidum, $-A$ quadrato quadrato, $-A$ cubo in B 4, $-A$ quadrato in B quadratum 6, $-A$ in B cubum 4, $-B$ quadrato-quadrato. Hinc autem ordinatur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëficiens solidum: latus primum in coëficiens solidum, plus latere secundo in idem solidum, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, minus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur plano-plano ex adgregato laterum in coëficiens solidum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato prædicto.

PROPOSITIO XLIV.

Plano-planum sub cubo, adfectum multa quadrato-quadrati à binomia radice, adscita congruenter sub cubica coëficiente longitudine, effingere.

Sit radix binomia $A+B$, subcubica coëficiens D longitudo. Oporteat solidum abs $A+B$ cubo & ipsa D , adfectum multa quadrato-quadrati abs $A+B$, componere. In $A+B$ cubum ducatur $D-A-B$ efficientur singularia plano-plana,

A cubus in D , $+A$ quadrato in B ter in D , $+A$ in B quadratum ter in D , $+B$ cubo in D , $-A$ quadrato-quadrato, $-A$ cubo in B 4, $-A$ quadrato in B , quadratum 6, $-A$ in B cubum 4, $-B$ quadrato-quadrato. Hinc itaque ordinabitur

THEOREMA.

Si fuerint duo latera, & præterea coëficiens longitudo: cubus lateris primi in coëficiem longitudo, plus solido sub quadrato lateris primi & latere secundo triplo in eandem longitudine, plus solido sub latere primo & lateris secundi quadrato triplo in eandem longitudine, plus cubo lateris secundi in eandem longitudine, minus quadrato-quadrato lateris primi, minus cubo lateris primi in latus secundum quadruplum, minus quadrato lateris primi in lateris secundi quadratum sextuplum, minus latere primo in lateris secundi cubum quadruplum, minus quadrato-quadrato lateris secundi, æquatur plano-plano sub coëficiente longitudine & cubo adgregati laterum, adfecto multa quadrato-quadrati abs adgregato eodem.

Porro monitum te cupio, singula hæc Theoremata geneseos seu syntbeseos potestatum adfectarum ordine respondere singulis analyseos potestatum earundem Problematis, quæ solvuntur in eruditissimo opere de numerosa potestatum resolutione. Quod quidem adnotare necessarium.

GENESIS TRIANGULORUM.

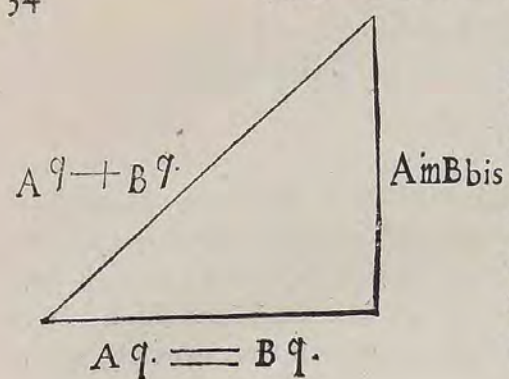
PROPOSITIO XLV.

Triangulum rectangulum à duabus radicibus, effingere.

Sunto duæ radices A, B . Oporteat ab iis triangulum rectangulum, effingere. Et verò docente Pythagora, quadratum lateris subtendentis angulum rectum, æquale est quadratis laterum circa rectum. Latus autem subtendens solet per excellentiam vocari hypotenusa. Latera vero circa rectum, perpendiculum & basis. Eo igitur recidit res, ut à duabus radicibus positis, effingenda sint tria quadrata, quorum unum æquatur duobus reliquis, & maximi latus assimiletur hypotenusæ. Reliquorum vero latera perpendiculo & basi. Ordinatum autem jam ante est, quadratum adgregati duorum laterum, æquari quadrato differentie eorundem, & quadruplo sub eisdem lateribus rectangulo. Quare ad expositas radices A, B , subjiciatur tertia proportionalis $\frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Et adgregatum extremarum, hypotenusa constituitur $A + \frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Differentia earundem, basis, nempe $A - \frac{B \text{ quadratum}}{A}$. Perpendicularis erit, B 2, cujus videlicet quadratum æquatur rectangulo sub extremis. Omnia in A , ut ad idem genus adplicationis latera quæque revocentur: erit hypotenusa A quadratum, $+B$ quadrato. perpendicularis A in B 2. basis A quadratum $-B$ quadrato.

E

Hinc



Hinc effingere est à duobus lateribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa fit similis adgregato quadratorum, basis differentiarum eorum, perpendiculum duplo rectangulo. Eque effingere est à proportionalibus tribus, triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa fit similis adgregato extremarum, basis differentiarum earundem, perpendiculum mediæ duplæ.

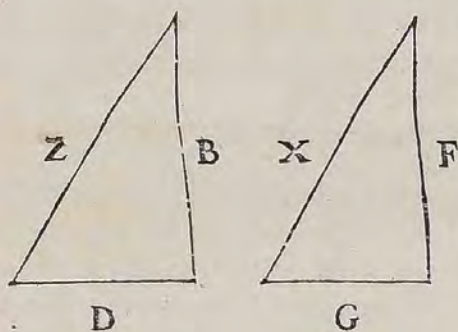
CONSECTARIUM.

Perpendiculum trianguli rectanguli medium proportionale est inter adgregatum bases & hypotenusæ, & differentiam earundem.

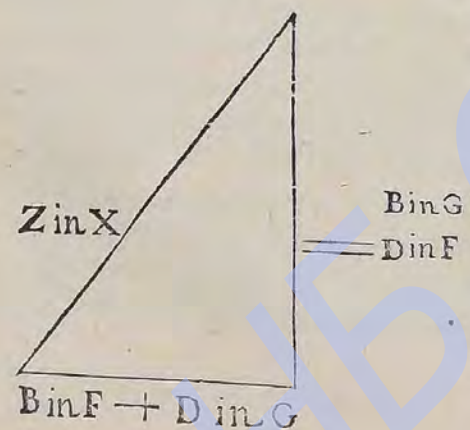
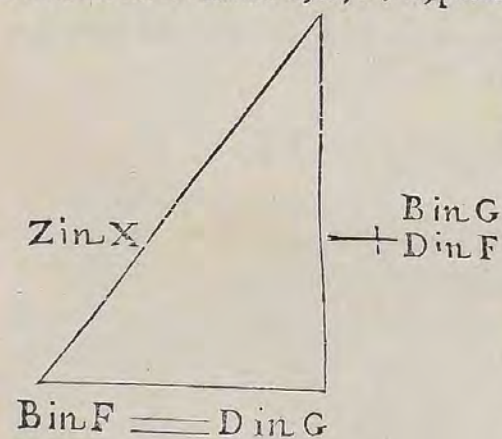
PROPOSITIO XLVI.

A Duobus triangulis rectangulis tertium triangulum rectangulum effingere.

Sunto triangula rectangula duo. Scilicet,



Fiat tertii hypotenusa similis ei quod fit ex hypotenusa primi in hypotenusam secundi, nempe Z in X. Plana igitur similia basi & perpendiculo ducta quadratice, facient Z quadratum in X quadratum, id est per interpretationem, id quod fit ex B quadrato, + D quadrato in G quadratum, + F quadrato: quod factum constat quatuor plano-planis, nempe B quadrato in G quadratum, + D quadrato in F quadratum, & B quadrato in F quadratum, + D quadrato in G quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, F, G, & auferatur binis postremis; vel conversum, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis deperit vel accessit, quominus facta plano-plana, plano-plano ex Z quadr. in X quadratum adæquantur; bina porro illa plano-plana adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, F, G, planas habent radices, quarum



Primo casu, prima est B in G, + D in F, altera B in F = D in G: secundo vero casu, prima est B in G, = D in F, altera B in F, + D in G. Utriusque casus, prima adsimilatur perpendiculo, secunda basi.

Ergo hac vel illa methodo à duobus triangulis rectangulis effingere est tertium triangulum rectangulum. Enimvero hypotenusa tertij fiet similis facto sub hypotenusa primi & secundi, perpendiculum adgregato facti à base primi in perpendiculum secundi, & facti reciproce à base secundi in perpendiculum primi; basis differentiarum, inter factum sub basibus primi & secundi, & factum sub eorumdem perpendiculis.

Vel, perpendiculum adsimilatur differentiarum factorum reciproce à base unius in perpendiculum alterius. basis vero adgregato facti sub basibus, & facti sub perpendiculis.

Triangulum autem rectangulum à duobus aliis triangulis rectangulis primo exposito modo deductum, vocetur triangulum synæreseos, secundo triangulum diæreseos, ob causam suo exprimendam loco. Hinc

THEO-

THEOREMA.

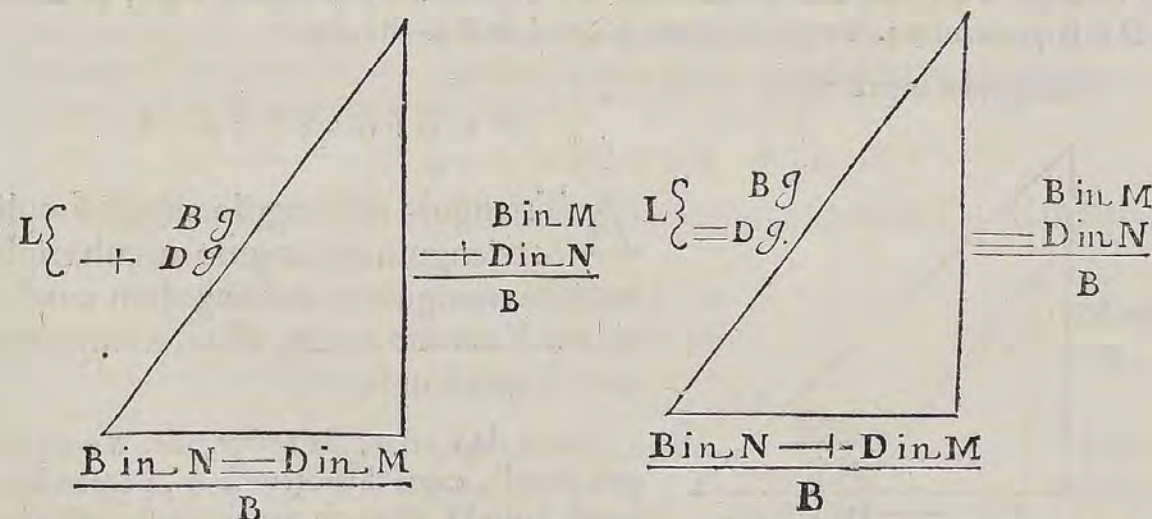
Si fuerint duo triangula rectangula: quadratum plani quod fit sub hypotenusa æquatur quadrato adgregati factorum è basibus in perpendicula reciproce, plus quadrato differentiarum inter factum sub basibus & factum sub perpendiculis. Vel etiam æquatur quadrato differentiarum factorum è basibus in perpendicula reciproce, plus quadrato adgregati facti sub basibus, & facti sub perpendiculis.

PROPOSITIO XLVII.

A duobus triangulis rectangulis similibus, tertium triangulum rectangulum ita deducere, ut hypotenusa tertij quadratum, æquale sit quadratis hypotenusa primi, & hypotenusa secundi.

Sint duo similia triangula rectangula. Primum, cujus hypotenusa B, perpendiculum N, basis M. Alterum, cujus hypotenusa D, perpendiculum consequenter $\frac{N \text{ in } D}{B}$, basis $\frac{M \text{ in } D}{B}$. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum deducere, ita ut hypotenusa illius quadratum æquetur B quadrato, + D quadrato. Quoniam igitur hypotenusa quadratum constat B quadrato, + D quadrato. Tantum erit quadratum perpendiculi adjunctum quadrato basis diducendi trianguli. At si B quadratum, + D quadrato ducatur in M. quadr. + N quadrato, & divisio fiat per B quadratum, nihil quadrato hypotenusa diducti accedit vel deperit, quominus M quadratum, + N quadrato æquetur ex hypothesi B quadrato. Fiat igitur ductio, factum certe constabit quatuor plano-planis, nempe B quadrato in M quadratum, + D quadrato in N quadratum, & B quadrato in N quadratum, + D quadrato in M quadratum. Binis primis addatur plano-planum duplum quod fit continue abs B, D, M, N, & auferatur binis postremis, vel conversim, auferatur binis primis, & addatur binis postremis. Nihil factis accrescit aut deperit quominus facta plano-plana, plano-plano abs B quadrato, + D quadrato in B quadratum æquantur. Bina porro illa plano-plana, adscito vel dempto bis communi illo plano-plano continue facto abs B, D, M, N, planas habent radices, quarum

Primo casu, prima est B in M, + D in N. Altera B in N, = D in M. Secundo vero



casu, prima est B in M, = D in N. Altera B in N, + D in M. Fiat igitur communis ad B adplicatio, & utriusvis casus, prima adsimilabitur perpendiculo, secunda basi.

THEOREMA.

Si fuerint duo similia triangula rectangula, adgregatum quadratorum ab hypotenusa

lis, æquatur quadrato adgregari ex base primi, & perpendicularo secundi, plus quadrato differentie inter perpendicularum primi & basin secundi, vel etiam, æquatur quadrato adgregari ex perpendicularo primi & base secundi, plus quadrato differentie inter basin primi & perpendicularum secundi.

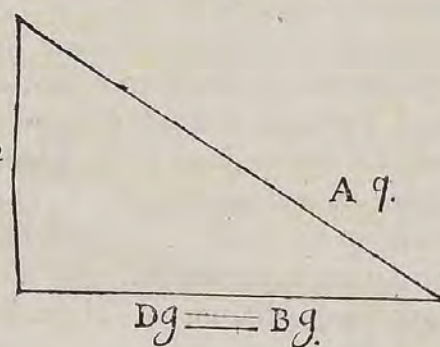
PROPOSITIO XLVIII.

A Duobus triangulis rectangulis æqualibus & æquiangularis, tertium triangulum rectangulum, constituere.

Sunto duo triangu- la rectangula, quorum communia latera hypotenusa quidem A, perpendicularum B, basis D. Oporteat ab illis duobus tertium triangulum rectangulum constituere. Fiat deductio sicut docuit Propositio 46. casu primo. Deducienim tantum potest synæreseos via, non autem diæreseos. Fit hypotenusa similis A quadrato. Basis, D quadrato = B quadrato. Perpendicularum B in D 2. Tertium autem illud, vocetur triangulum anguli dupli, & ejus respectu primum vel secundum dicitur anguli simpli ob causas * suo ponendas loco.

* Causa est quod angulus acutus trianguli rectanguli à duobus triangulis via synæreseos effecti æquetur angulis acutis horum triangulorum simul adgregatis, cujus theorematibus conversum demonstravit Andersonus theoremate secundo sectionum angularium. Porro acuti voce intelligitur is angulus, D in B 2 cui Perpendicularum subtenditur.

Triangulum anguli dupli.

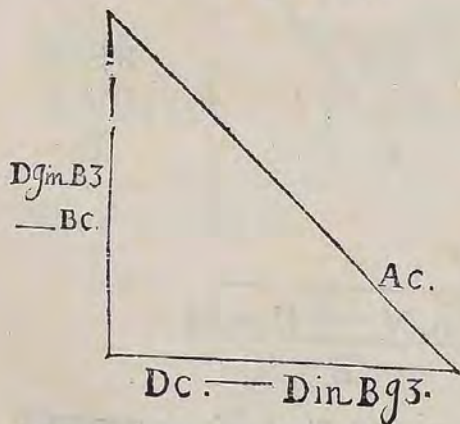


PROPOSITIO XLIX.

A Triangulo rectangulo simpli, & triangulo rectangulo anguli dupli, triangulum rectangulum effingere. Vocetur autem tertium illud, triangulum anguli tripli.

Sunto duo triangu- la rectangula, unum anguli simpli, cujus hypotenusa A, perpendicularum B, basis D. Alterum anguli dupli, cujus consequenter hypotenusa fit similis A quadrato, basis D quadrato = B quadrato, perpendicularum simile plano duplo, ex D in B. Oporteat ab illis duobus triangulis rectangulis, tertium triangulum rectangulum effingere. Fiat deductio, ut docuit Propositio 46. primo casu. Effingi enim tantum potest synæreseos via, non autem diæreseos. Fit hypotenusa, A cubus. Basis, D cubus = D in B quadratum 3. Perpendicularum, D quad. in B 3 = B cubo.

Triangulum anguli tripli.



PROPOSITIO L.

A Triangulo rectangulo anguli simpli, & triangulo rectangulo anguli tripli, tertium triangulum rectangulum constituere. Vocetur autem illud, triangulum anguli quadrupli.

Sunto duo triangu- la rectangula. Vnum anguli simpli, cujus hypotenusa A, perpendicularum B, basis D. Alterum anguli tripli, cujus hypotenusa consequenter fit similis A cubo. Basis, Dc, = D in B q. 3. Perpendicularum, simile D q. in B 3, = Bc. Oporteat ab illis tertium triangulum rectangulum constituere. Fiat deductio, ut docuit Propositio 46. casu primo. Fit hypotenusa similis A qq. Basis Dqq. = Dq. in B q. 6, + Bqq. Perpendicularum B in Dc 4, = Bc in D 4.

PRO-

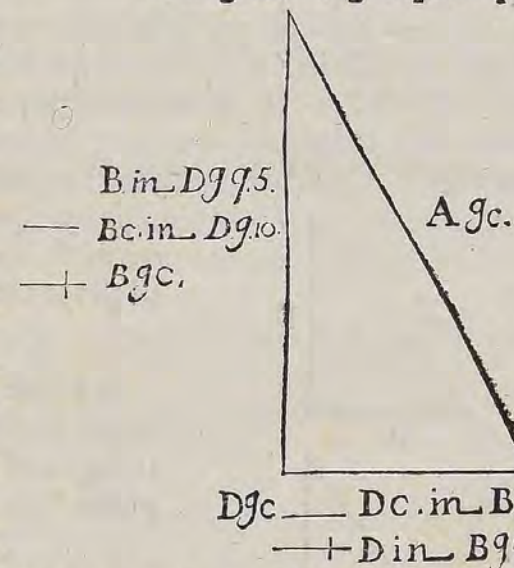
Triangulum anguli quadrupli.

PROPOSITIO LI.

A Triangulo rectangulo anguli simpli, & triangulo rectangulo anguli quadrupli, tertium triangulum rectangulum via synæreseos, constituere. Vocetur autem illud, anguli quintupli.

Sunto duo triangu- la rectangula. Vnum anguli simpli, cujus hypotenusa A, basis D, perpendicularum B. Alterum anguli quadrupli, cujus hypotenusa consequenter similis A quadrato-quadrato, &c. Oporteat ab illis duobus tertium via synæreseos, constituere. Fiat deductio, ut docuit propositio 46. casu primo. Fit hypotenusa similis A qc. Basis D qc, = Dc in B q 10. + D in B qq. 5. Perpendicularum simile Dqq. in B 5, = Dq. in Bc. 10, + Bqc.

Triangulum anguli quintupli.



EX HIS ARGVITUR

Confectarium generale in diductionibus triangulorum rectangulorum.

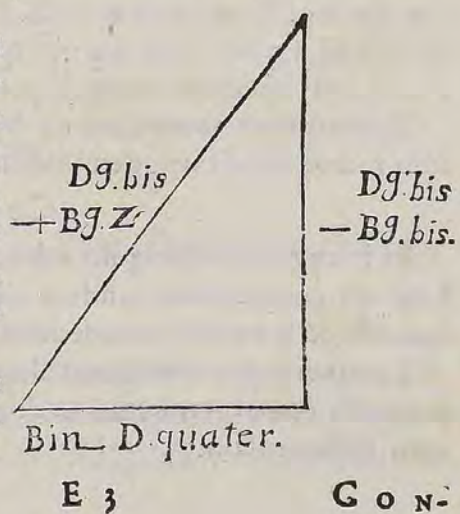
Si qua potestas componatur à binomia radice, & singularia facta homogenea distribuatur in duas partes successive, utrobique primum affirmata deinde negata, & harum primæ parti similis fiat basis trianguli rectanguli alicujus, perpendicularum alteri. Erunt hypotenusa similis ipsi potestati. Cum autem triangulum illud cujus basis similis sit, vel æqualis uni è radicibus compositionis, perpendicularum vero alteri, à suo cui perpendicularum subtenditur angulo, denominationem fortietur. Triangula sane ab iisdem radicibus ducta, per quoscunque potestatum ordines commode ab eodem angulo multiplici denominabuntur, secundum conditionem potestatis. Duplo, videlicet cum potestas est quadratum. Triplo, cum cubus. Quadruplo, cum quadrato-quadratum. Quintuplo, cum quadrato-cubus, & eo in infinitum progressu.

PROPOSITIO LII.

Ex adgregato duarum radicum & differentia earundem, triangulum rectangulum, componere.

Sunto duæ radices B, D. Oporteat abs B + D, ut nomine uno, & B = D ut nomine altero, triangulum rectangulum componere. Hypotenusa igitur ex jam tradita methodo, fiet similis quadrato abs B + D, + quadrato abs B = D, quæ duo quadrata valent Bq. 2, + Dq. 2. Basis fiet similis quadrato ex B + D = quadrato ex B = D, id est similis fiet B in D 4. Perpendicularum denique ei quod sit abs B + D in B = D 2, id est Bq. 2, = Dq. 2.

Quod opus in idem recidit, ac si ab ipsis radicibus componeretur lateribus, quæ rectum angulum constituunt permutatis.



E 3

CON-

CONSECTARIUM.

Si componantur duo triangula rectangula, unum à duabus radicibus, alterum ab adgregato earundem & differentia, similia illa sunt, lateribus circa rectum angulum permutatis.

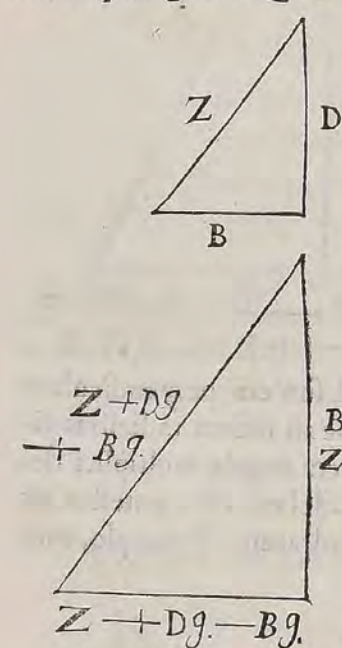
PROPOSITIO LIII.

A Base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusa, & perpendicularo ejusdem, triangulum rectangulum componere.

Sit triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D. Oporteat à B & Z + D triangulum rectangulum constituere. Hypotenusa igitur ex solita methodo fit similis B quadrato, + quadrato abs Z + D. Basis differentia eorumdem quadratorum. Perpendicularum plano duplo ex B in Z + D, quo opere bene examinato deprehenditur triangulum illud simile primo.

Hoc autem ita demonstrabimus, quoniam à communi multiplicante non immutatur proportio, sumatur $Z^2 + D^2$, & ducatur tam in B, quam in D. Erit itaque B ad D, sicut B in Z^2 , + B in D^2 ad D in Z^2 , + Dq. 2. Est autem Dq. æquale $Zq. - Bq.$ Quare si à quarta magnitudine proportionali auferatur Dq. semel, & substituaturs $Zq. - Bq.$ erit quoque B ad D, ut B in Z^2 , + B in D^2 ad $Zq. + D$ in Z^2 , + Dq. - Bq. Sed tertia proportionalis est magnitudo ex ductu ipsius B 2, in $Z + D$ orta. Æque $Zq. + D$ in Z^2 , + Dq. est quadratum abs Z + D. Ideo erit ut B ad D, ita B bis in Z, + D ad Z + D quadratum, - Bq.

Quare cum hæc triangula circa angulum rectum habeant latera proportionalia, erunt æquiangulara. Quod demonstrandum erat.



Itaque perpendicularum primi ad basin secundi istius trianguli, eandem habet rationem quam basis primi ad perpendicularum secundi.

CONSECTARIUM I.

Si à base constituti trianguli rectanguli, & composita ex hypotenusa & perpendicularo, effingitur alterum triangulum rectangulum, secundum illud simile est primo lateribus permutatis.

CONSECTARIUM II.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendicularo ad basin, sic adgregatam radicem à quibus compositum est triangulum ad differentiam earundem. Ex collatione Consectarii primi, cum Consectario antecedentis Propositionis.

Hoc Consectarium ita quoque potest demonstrari. Resumatur schema Propositionis 45. in qua ex radicibus A & B compositum est triangulum rectangulum.

Quoniam itaque proportionem non immutat communis multiplicator, ducatur A + B tam in A + B, quam in A = B. Erit igitur Aq. + Bq. + A in B 2 ad Aq. = Bq. sicut A + B ad A = B. Sed Aq. + Bq. est hypotenusa trianguli abs A + B compositi. Æque A in B 2 est ejusdem trianguli perpendicularum, & Aq. = Bq. basis.

Quamobrem composita ex hypotenusa & perpendicularo ad basin, est ut adgregatum radicem ad earundem differentiam. Quod erat demonstrandum.

CONSECTARIUM III.

In triangulis rectangulis est ut composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad compositam eandem adjunctam basi, ita minor radicem ad majorem. Per diæresin & synæresin antecedentis analogiæ.

Enimvero per diæresin analogiæ antecedentis Consectarii fit, ut composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad basin, ita radix minor bis sumpta ad radicem differentiam.

Et

Et per synæresin ejusdem analogiæ, ut composita ex hypotenusa perpendicularo & base ad basin, ita radix major bis sumpta ad radicem differentiam.

Et hunc analogismum invertendo, erit ut basis ad compositam ex hypotenusa perpendicularo & base, ita differentia radicem ad radicem majorem duplam.

Quamobrem ex æquo erit, ut composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad compositam ex hypotenusa & perpendicularo adjunctam basi, ut minor radix ad majorem. Quod est ipsummet consectarium tertium, cujus Laconice expressa demonstratio erat exemplificanda, quamvis absque antecedentis consectarii auxilio brevius demonstrari possit.

CONSECTARIUM IV.

In triangulo rectangulo, ut est composita ex hypotenusa & perpendicularo multata base ad compositam eandem adjunctam basi, ita differentia basis & hypotenuse ad perpendicularum.

Nam differentia basis & hypotenuse ad perpendicularum se habet, ut minor radicem ad majorem. Adsumptis enim duabus radicibus B & D, illa minore, hac majore, cum sit hypotenusa similis B quadrato + D quadrato, basis D quadrato - B quadrato, fit differentia B quadratum bis, perpendicularum vero simile B in D bis. Utrumque planum ad B bis adplicetur, differentia illa ad perpendicularum erit, ut B ad D.

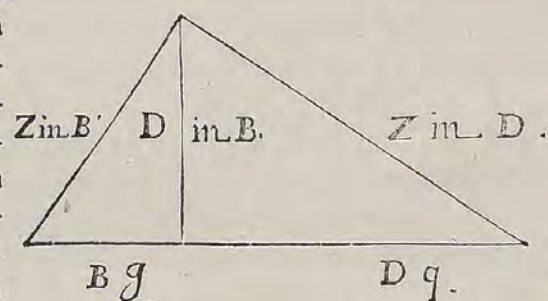
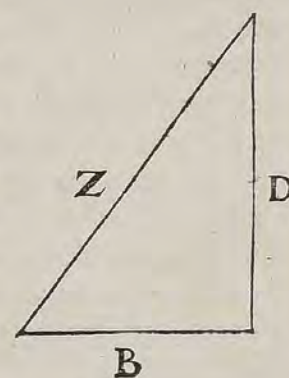
PROPOSITIO LIV.

A Triangulo rectangulo deducere duo triangula rectangula æque alta, ex quorum coitione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenuse in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis rectum.

In fine hujus propositionis ut & sequentium legebantur hæc verba, erit angulus verticis rectus, pro quibus ad delendum in leges Grammaticas peccatum reposui, habebit angulum verticis rectum.

Exponatur triangulum rectangulum cujus hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D. Oporteat facere quod imperatur.

Abs Z + D ut radice una, & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Hypotenusa fit similis ipsi Z, basis ipsi D, perpendicularum ipsi B. Cui secundo triangulo constituitur aliud simile idem habens perpendicularum D faciens, ut B ad D, ita D ad basin, quæ ideo erit $\frac{D^2}{B}$. & ita Z ad hypotenusem, quæ erit $\frac{Z^2}{B}$. Latera denique tum istius tum expositi ducantur in B. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum cujus hypotenusa Z in B, basis B quadratum, perpendicularum B in D. Alterum cujus hypotenusa Z in D, basis D quadratum, perpendicularum rursus B in D. Coeant in unum illa duo triangula rectangula. Videlicet hypotenuse fiant crura alterius trianguli, adgregatum basium ipsarum in directum positum, basis; altitudo igitur manet eadem & proportionalis inter basis segmenta. Est enim B in D proportionale inter B quadratum & D quadratum. In figuris autem planis similitudo laterum, ut docet Geometria, arguit æqualitatem angulorum, quare angulus quem subtendit perpendicularum in triangulo primo, æqualis est angulo quem subtendit basis in triangulo secundo. Angulus igitur effectus ab hypotenuse in coitione est rectus.

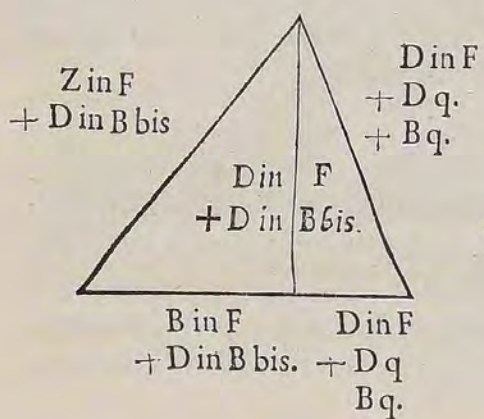


PROPOSITIO LV.

A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula æque alta, ex quorum coitione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenuse in vicem crurum, adgregato vero basium in basin, habebit angulum verticis acutum.

Expo-

Exponatur triangulum rectangulum, cuius hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur quædam F minor ipsa Z, & abs F + D ut radice una, & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Fit hypotenusa, similis quadrato abs F + D, + B quadrato. Basis, quadrato abs F + D, — B quadrato. Perpendicularum F + D in B bis. Cui secundo triangulo aliud constituatur simile habens perpendicularum D, faciendo ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, — B quadrato, ita D ad basin, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} - B \text{ quadr.}}{F + D \text{ in } B \text{ bis.}}$. Et ut F + D in B bis ad quadratum abs F + D, + B quadrato, ita D ad hypotenusam, quæ ideo erit $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.}}{F + D \text{ in } B \text{ bis.}}$. Latera denique tum istius tum expositi trianguli rectanguli, ducantur in F + D in B 2. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum cuius similis hypotenusa Z in F + D in B 2, basis B in F + D in B 2, perpendicularum D in F + D in B 2. Alterum triangulum cuius similis hypotenusa D in F + D quadrato + B quadrato, basis D in F + D q. — B quadrato, perpendicularum idem ac supra in priore triangulo.



Coëant igitur in unum duo illa triangula rectangula, hypotenuse videlicet fiant crura alterius trianguli, aggregatum basium in directum positum, basis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum, ut basis primi ad altitudinem, ita altitudo ad maiorem base secundi. Est enim

* Ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. Basis autem secundi similis est, D in F + D quadrato — B quadrato, hoc est F quadratum in D, + D quadrato in F 2, + D cubo, — B quadrato in D. Utrunque abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique solida

dividantur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato, hic D quadratum, + F quadrato. Cedit autem per hypothesin, F quadratum ipsi Z quadrato. Est igitur altitudo proportionalis inter basim primi, & maiorem base secundi. Quare angulus, quem subtendit basis secundi, minor est eo quem subtendit perpendicularum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenuse seu cruribus est acutus. Igitur à triangulo rectangulo deducta sunt duo triangula rectangula æque alta, à quorum coitione quod componitur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenuse in vicem crurum, aggregato vero basium in basin, habebit angulum verticis acutum. Apparet autem talem F assumi oportere, ut quadratum abs F + D præster ipsi B quadrato, ut ad constitutionem basis secundi, B quadratum ex quadrato abs F + D possit auferri.



PROPOSITIO LVI.

A Triangulo rectangulo deducere duo alia triangula rectangula æque alta, ex quorum coitione quod conflatur triangulum æque altum, succedentibus videlicet hypotenuse in vicem crurum, aggregato vero basium in basin, habebit angulum verticis obtusum.

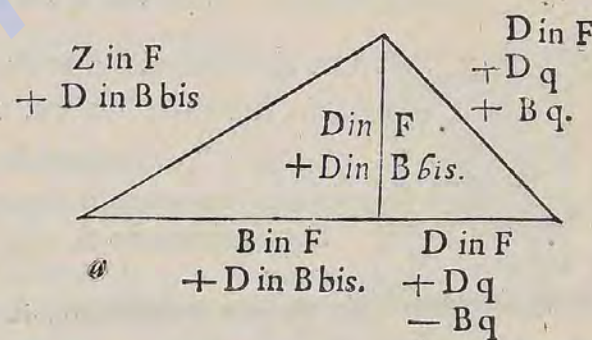
Exponatur triangulum rectangulum cuius hypotenusa Z, basis

sis B, perpendicularum D. Oporteat facere quod imperatur. Sumatur F major ipsa Z, & abs F + D ut radice una & B ut radice altera, effingatur aliud triangulum rectangulum. Itaque fit similis hypotenusa F + D quadrato, + B quadrato. Basis vero F + D quadrato, — B quadrato. Perpendicularum F + D in B 2. Cui secundo triangulo rectangulo aliud constituatur simile, cuius perpendicularum sit D, faciendo

Ut F + D in B 2 ad F + D quadr. — B quadrato, ita D ad basin, quæ ideo erit, $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} - B \text{ quadr.}}{F + D \text{ in } B 2.}$ Et ut F + D in B 2 ad quadratum ex F + D + B quadrato ita D ad hypotenusam, quæ ideo erit, $\frac{D \text{ in } F + D \text{ quadr.} + B \text{ quadr.}}{F + D \text{ in } B 2.}$ Latera denique tum istius tum expositi trianguli rectanguli ducantur in F + D in B 2. Duo igitur sunt triangula rectangula. Primum, cuius similis hypotenusa Z in F + D in B 2, basis B in F + D in B 2, perpendicularum D in F + D in B 2. Secundum, cuius similis hypotenusa D in F + D quadrato + B quadrato, basis D in F + D quadrato — B quadrato. Perpendicularum idem ac supra in priori triangulo rectangulo.

Coëant igitur in unum duo triangula rectangula, hypotenuse videlicet fiant crura alterius trianguli, aggregatum vero basium in directum positum, basis. Altitudo igitur manet eadem: Cæterum ut basis primi ad altitudinem, ita altitudo ad minorem base secundi. Est enim

Ut B in F + D in B 2 ad D in F + D in B 2, ita D in F + D in B 2 ad D cubum 2, + D quadrato in F 2. At ipsa basis secundi similis est D in F + D quadratum, — B quadrato; hoc est, F quadratum in D, + D cubo, + D quadrato in F 2, — B quadrato in D. Utrunque abdicatur F in D quadratum 2, & addatur B quadratum in D. Reliqua denique solida dividantur per D. Illic remanet D quadratum, + Z quadrato. Hic D quadratum, + F quadrato. Præstat autem per hypothesin F, ipsi Z. Est igitur altitudo proportionalis inter basim primi, & minorem base secundi. Itaque angulus quem subtendit basis secundi, maior est eo quem subtendit perpendicularum primi. Angulus itaque effectus ab hypotenuse seu cruribus est obtusus. Quod faciendum erat.



FINIS NOTARUM PRIORUM.





FRANCISCI VIETÆ
ZETETICORVM
LIBER PRIMVS.

ZETETICVM I.

Data differentia duorum laterum, & adgregato eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, & datum quoque D adgregatum eorumdem. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A, majus igitur erit $A + B$. Adgregatum ideo laterum $A + B$. At idem datum est D. Quare $A + B$ æquatur D. Et per antithesim, $A + B$ æquabitur $D - B$, & omnibus subduplatis, A æquabitur $D \frac{1}{2} - B \frac{1}{2}$.

Vel, latus majus esto E. Minus igitur erit $E - B$. Adgregatum ideo laterum, $E - B$. At idem datum est D. Quare $E - B$ æquabitur D. & per antithesim, $E - B$ æquabitur $D + B$, & omnibus subduplatis E æquabitur $D \frac{1}{2} + B \frac{1}{2}$.

Data igitur differentia duorum laterum & adgregato eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Adgregatum dimidium laterum minus dimidia differentia æquale est lateri minori, plus eadem, majori.

Quod ipsum est quod arguit Zetesis.

Sit B 40. D 100 A fit 30. E 70.

ZETETICVM II.

Data differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, invenire latera.

Sit data B differentia duorum laterum, data quoque ratio minoris lateris ad majus, ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A. Ergo latus majus erit $A + B$. Quare A ad $A + B$, est ut R ad S. Quo analogismo resolutio, S in A æquabitur R in A, + R in B. Et per translationem sub contraria adfectionis nota S in A, - R in A æquabitur R in B. & omnibus per S-R divisio, $\frac{R \text{ in } B}{S - R}$ æquabitur A. unde est, ut S - R ad R, ita B ad A.

Vel latus majus esto E. Ergo latus minus erit $E - B$. Quare E ad $E - B$, est ut S ad R. Quo analogismo resolutio; R in E æquabitur S in E, - S in B. Et per translationem congruam S in E, - R in E æquabitur S in B. Vnde est, ut S - R ad S, ita B ad E.

Data igitur differentia duorum laterum, & ratione eorumdem, inveniuntur latera. Enimvero

Est ut differentia similium duorum laterum ad simile latus majus minusve, ita differentia laterum verorum ad latus verum majus minusve.

Sit B 12. R 2. S 3. fit A 24. E 36.

ZETE-

ZETETICVM III.

Data summa laterum, & ratione eorumdem: invenire latera.

Sit data summa duorum laterum G, & ratio minoris ad majus ut R ad S. Oportet invenire latera.

Latus minus esto A. Ergo latus majus erit $G - A$. Quare est A ad $G - A$, ut R ad S. Quo analogismo resolutio S in A æquabitur R in G, - R in A. Et facta secundum artem translatione, S in A, + R in A æquabitur R in G. Vnde erit, ut $S + R$ ad R, ita G ad A.

Vel, latus majus esto E. Ergo latus minus erit $G - E$. Quare ut E ad $G - E$, ita S ad R. Quo analogismo resolutio R in E æquatur S in G, - S in E. Et facta secundum artem translatione, S in E, + R in E æquabitur S in G. Vnde erit, ut $S + R$ ad S, ita G ad E.

Data igitur summa duorum laterum & ratione eorumdem: dantur latera. Est enim

Vt summa similium duorum laterum ad simile latus majus minusve, ita summa laterum verorum ad latus verum majus minusve.

Sit G 60. R 2. S 3. A erit 24. E 36.

ZETETICVM IV.

Datis duobus lateribus deficientibus à justo, una cum ratione defectuum: invenire latus justum.

Sint data duo latera deficientia à justo, primum B, secundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Defectus primi esto A. Ergo $B + A$ erit latus justum. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in } A}{R}$. Igitur $\frac{S \text{ in } A}{R}$ erit defectus secundi. Quare $D + \frac{S \text{ in } A}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo $D + \frac{S \text{ in } A}{R}$ æquabitur $B + A$.

Omnia in R. Ergo D in R, + S in A æquabitur B in R, + A in R.

Et æqualitate ordinata D in R, = B in R æquabitur R in A, = S in A.

Vnde erit, ut R = S ad R, ita D = B ad A.

Vel, defectus secundi esto E. Ergo $D + E$ erit latus justum. Quoniam autem est ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in } E}{S}$. Igitur $\frac{R \text{ in } E}{S}$ erit defectus primi. Quare $B + \frac{R \text{ in } E}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur $D + E$. Omnia in S.

Ergo B in S, + R in E æquabitur D in S, + S in E.

Et æqualitate ordinata D in S, = B in S, æquabitur R in E, = S in E.

Vnde erit, ut R = S ad S, ita D = B ad E.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à justo cum ratione defectuum: invenitur latus justum. Enimvero est

Vt differentia similium defectuum ad similem defectum lateris primi vel secundi, ita differentia laterum deficientium vera (quæ & defectuum) ad defectum verum lateris primi vel secundi. Quo defectu congruenter restituto lateri deficienti, fit latus justum.

Sit B 76. D 4. R 1. S 4. A fit 24. E 96.

ALITER.

Datis duobus lateribus deficientibus à justo, una cum ratione defectuum: invenire latus justum.

Sint rursus duo latera deficientia à justo, primum B, secundum D: data quoque ratio defectus primi ad defectum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo $A - B$ erit defectus primi & $A - D$ defectus secundi. Quare ut $A - B$ ad $A - D$, sic R ad S. Quo analogismo resolutio R in A, - R in D æqua-

bitur.

bitur S in A, — S in B. Factaque secundum artem translatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{S \text{ in B}}{S} = \frac{R \text{ in D}}{R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus deficientibus à vero una cum ratione defectuum, invenitur latus justum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum sub primo latere deficiente & simili defectu secundi, & rectangulum sub secundo latere deficiente & simili defectu primi applicabitur ad differentiam similium defectuum, oriatur latus justum de quo queritur.

Sit B 76. D 4. R 1. S 4. A fit 100.

ZETETICVM V.

Datis duobus lateribus excedentibus justum, una cum ratione excessuum: invenire latus justum.

Sint data duo latera excedentia justum, primum B, secundum D: data quoque ratio excessus primi ad excessum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum. Excessus primi esto A. Ergo B — A erit latus justum. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in A}}{R}$. Ergo $\frac{S \text{ in A}}{R}$ erit excessus secundi. Quare D, — $\frac{S \text{ in A}}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur B — A. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, — R in A. Et æqualitate ordinata D in R = B in R, æquabitur S in A = R in A.

Vnde erit, ut S = R ad R, ita D = B ad A.

Vel excessus secundi esto E. Ergo D — E erit latus justum. Quoniam autem est, ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in E}}{S}$. Ergo $\frac{R \text{ in E}}{S}$ erit excessus primi. Quare B — $\frac{R \text{ in E}}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquabitur D — E. Omnia ducantur in S. Ergo B in S — R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata D in S = B in S, æquabitur S in E = R in E.

Vnde erit, ut S = R ad S, ita D = B ad E.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus justum una cum ratione excessuum: invenitur latus justum. Enimvero est

Ut differentia similium excessuum ad similem excessum lateris primi vel secundi, ita differentia excedentium vera (quæ & excessum) ad excessum verum primi vel secundi. Quo congruenter ablato à latere excedente, fit latus justum.

Sit B 60. D 40. S 3. R 1. fit A 40. E 120.

ALITER.

Datis duobus lateribus excedentibus justum, una cum ratione excessuum: invenire latus justum.

Sint rursus data duo latera excedentia justum, primum B, secundum D: data quoque ratio excessus primi ad excessum secundi ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo B — A erit excessus primi & D — A excessus secundi. Quare ut B — A ad D — A, ita R ad S. Quo analogismo resoluta, R in D — R in A, æquabitur S in B — S in A. Factaque secundum artem translatione, S in A = R in A, æquabitur S in B = R in D. Itaque $\frac{S \text{ in B}}{S} = \frac{R \text{ in D}}{R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus excedentibus justum una cum ratione excessuum: invenitur latus justum. Enimvero

Cum differentia inter rectangulum sub primo latere excedente & simili excessu secundi & rectangulum sub secundo latere excedente & simili excessu primi applicabitur ad differentiam similium excessuum, oriatur latus justum.

Sit B 60. D 140. S 3. R 1. A fit 20.

ZETETICVM

ZETETICVM VI.

Datis duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenire latus justum.

Sint data duo latera, unum B deficiens à justo, alterum D excedens: data quoque ratio defectus ad excessum ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Defectus esto A. Ergo latus justum erit B + A. Quoniam autem est ut R ad S, ita A ad $\frac{S \text{ in A}}{R}$. Ergo $\frac{S \text{ in A}}{R}$ erit excessus. Quare D — $\frac{S \text{ in A}}{R}$ erit quoque latus justum, & ideo æquatur B + A. Omnia in R. Ergo D in R — S in A, æquabitur B in R, + R in A. Et æqualitate ordinata R in A + S in A, æquabitur D in R, — B in R.

Vnde erit, ut S + R ad R ita D — B ad A.

Vel excessus esto E. Ergo latus justum erit D — E. Quoniam autem est ut S ad R, ita E ad $\frac{R \text{ in E}}{S}$. Ergo $\frac{R \text{ in E}}{S}$ erit defectus. Quare B + $\frac{R \text{ in E}}{S}$ erit quoque latus justum, & ideo æquatur D — E. Omnia in S. Ergo B in S, + R in E, æquabitur D in S, — S in E. Et æqualitate ordinata R in E, + S in E, æquabitur D in S, — B in S.

Vnde erit, ut S — R ad S, ita D — B ad E.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à justo altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenitur latus justum. Enimvero est

Ut adgregatum similis defectus & similis excessus ad similem defectum vel excessum, ita differentia deficientis & excedentis vera (quæ summa est veri defectus & excessus) ad defectum vel excessum verum. Itaque restituto defectu lateri deficiente, vel amputato excessu à latere excedente, fit latus justum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 A fit 20 E 100.

ALITER.

Datis duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenire latus justum.

Sint rursus data duo latera, unum B deficiens à justo, alterum D excedens justum: data quoque ratio defectus ad excessum ut R ad S. Oportet invenire latus justum.

Esto illud A. Ergo A — B erit defectus. Et D — A erit excessus. Quare est ut A — B ad D — A, ita R ad S. Quo analogismo resoluta, R in D — R in A, æquatur S in A — S in B. Factaque secundum artem translatione, S in A + R in A, æquatur R in D, + S in B. Itaque $\frac{R \text{ in D} + S \text{ in B}}{S + R}$ æquabitur A.

Datis igitur duobus lateribus uno deficiente à justo, altero justum excedente, una cum ratione defectus ad excessum: invenitur latus justum. Enimvero

Cum adgregatum factum ex simili defectu in latus excedens, & facti ex simili excessu in latus deficiens, applicabitur ad adgregatum similium excessus & defectus, oriatur latus justum.

Sit B 60 D 180 R 1 S 5 A fit 80.

ZETETICVM VII.

Datum latus ita secare, ut præfinitæ uncix unius segmenti, adjunctæ præfinitis uncis alterius: æquent summam præscriptam.

Sit datum B latus ita secandum in duo segmenta, ut cum portio primi segmenti se habens ad altem, id est, ad ipsum primum segmentum ut D ad B; adjuncta portioni secundi segmenti se habentis ad altem, id est, ad ipsum segmentum ut F ad B: faciat H. Portio à primo segmento præstanda ut faciat H, esto A. Portio igitur à secundo contribuentia erit H — A. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in A}}{D}$: ideo $\frac{B \text{ in A}}{D}$ erit as primi segmenti. Et quoniam est ut F ad B, ita H — A ad $\frac{B \text{ in H}}{F}$: ideo $\frac{B \text{ in H}}{F}$ erit as secundi segmenti: quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispendendo. Ergo $\frac{B \text{ in A}}{D} + \frac{B \text{ in H}}{F} = \frac{B \text{ in B}}{B}$.

F 3

$\frac{B \text{ in } H}{F} - \frac{B \text{ in } A}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per D in F ductis & abs B divisis, adhibitaque congrua translatione, siquidem D majores sint uncia quam F, $\frac{H \text{ in } D}{D} - \frac{F \text{ in } D}{F}$ æquabitur A. Unde erit ut D — F ad H — F, ita D ad A.

Vel portio à secundo segmento præstanda ut faciat H, esto E. Portio igitur à primo contribuenda erit H — E. Et quoniam est ut F ad B, ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$: ideo $\frac{B \text{ in } E}{F}$ erit as secundi segmenti. Et quoniam est ut D ad B, ita H — E ad $\frac{B \text{ in } H}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F}$: ideo $\frac{B \text{ in } H}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F}$ erit as primi segmenti: quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispendendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } E}{F} + \frac{B \text{ in } H}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F}$ æquabitur B.

Qua æqualitate ordinata, omnibus videlicet per F in D ductis & abs B divisis, adhibitaque congrua translatione, eo ipso casu quo D intelligantur uncia majores quam F, $\frac{D \text{ in } F}{D} - \frac{H \text{ in } F}{F}$ æquabitur E. Unde erit ut D — F ad D — H, ita F ad E.

Datis autem uncis præstitutorum segmentorum, dabuntur asses seu ipsa segmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum segmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ secundum.

Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ uncia unius segmenti cum præfinitis uncis alterius, æquent summam præscriptam. Enimvero

Secdo latere dato ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à segmentis.

Fit,

Vt similes uncia præstanda à primo segmento (siquidem majores uncias præstat illud primum quam secundum) minus similibus uncis præstandis à secundo ad summam præstationum præscriptam minus similibus uncis præstandis à secundo segmento, ita similes uncia præstanda à primo ad portionem veram à primo præstandam.

Vel,

Vt similes uncia præstanda à primo segmento minus similibus uncis præstandis à secundo ad similes uncias præstandas à primo segmento minus summa præstationum præscripta, ita similes uncia præstanda à secundo ad portionem veram à secundo præstandam.

Sit B 60 D 20 F 12 H 14 composita ex A & E. Fit A 5 E 9.

Apparet autem eandem H summam præstationum præscribi oportere, ut media sit inter D & F. Illa scilicet minorem, hac majorem.

Vt hic 14 est minor 20, sed major 12.

ZETETICVM VIII.

Datum latus ita secare, ut præfinitæ uncia primi segmenti, multatæ præfinitis uncis secundi segmenti: æquent differentiam præscriptam.

Sit datum B latus secundum in duo segmenta, ut cum portio primi segmenti se habens ad assem, hoc est, ad ipsum segmentum ut D ad B; multabitur portione secundi segmenti se habente ad assem, hoc est, ad ipsum segmentum secundum ut F ad B: faciat H. Sane alia sectio continget, si majores uncia exigantur à primo segmento, penes quod proponitur excessus, quam si minores. Attamen utroque casu idem opus sit. Sint igitur D majores, minoresve uncia, quam B. Et portio à primo segmento præstanda, esto A. Portio igitur exigenda à secundo erit A — H. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ primum segmentum. Aque, cum sit ut F ad B, ita A — H ad $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } H}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } H}{F}$ secundum. Quæ duo segmenta æquantur toti lateri dispendendo.

Ergo $\frac{B \text{ in } A}{D} + \frac{B \text{ in } H}{F} - \frac{B \text{ in } H}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{D \text{ in } F}{D + F} + \frac{D \text{ in } H}{D + F}$ æqua-

bitur A. Unde erit ut D + F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit A — H: ideo relinquetur ea cum subducatur H abs $\frac{D \text{ in } F}{D + F} + \frac{D \text{ in } H}{D + F}$. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F}{D + F} - \frac{H \text{ in } F}{D + F}$ æquabitur E.

Vnde

Vnde erit ut D + F ad D — H, ita F ad E.

Datis autem uncis præstitutorum segmentorum, dabuntur asses seu ipsa segmenta. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit primum segmentum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ secundum.

Datum igitur latus ita secatur, ut præfinitæ uncia primi segmenti, multatæ præfinitis uncis secundi, æquent differentiam præscriptam. Enimvero

Secdo latere dato ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à segmentis.

Fit,

Vt similes uncia præstanda tam à primo segmento quam secundo ad differentiam præstationum præscriptam plus similibus uncis præstandis à secundo, ita similes uncia præstanda à primo ad veras uncias præstandas à primo.

Vel,

Vt similes uncia præstanda tam à primo segmento quam secundo ad similes uncias præstandas à primo minus differentia præstationum præscripta, ita similes uncia præstanda à secundo ad veras uncias præstandas à secundo.

Sit B 84 D 28 F 21 H 7 fit A 16 E 9.

Apparet autem talem H differentiam præstationum præscribi oportere, ut minor sit uncis D præstandis à primo segmento, penes quod proponitur excessus, siue illæ sint majores siue minores præstandis à secundo segmento.

Vt in posteriore casu 7 est minor 21.

ZETETICVM IX.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ uncia lateris unius, adjectæ præfinitis uncis alterius, æquabunt summam præscriptam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum ut D ad B; adjecta portioni minoris se habenti ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum ut F ad B, faciat H. Oporteat invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus, vel minus. Primo casu intelligitur majus, & ideo portio quam contribuit primum latus, idemque majus, esto A. Portio igitur quam contribuit latus secundum, idemque minus, erit H — A. Et quoniam est ut D ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } A}{D}$ latus majus. Et quoniam est ut F ad B, ita H — A ad $\frac{B \text{ in } H}{F} - \frac{B \text{ in } A}{D}$: erit $\frac{B \text{ in } H}{F} - \frac{B \text{ in } A}{D}$ latus minus. Quare $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } H}{F} + \frac{B \text{ in } A}{D}$ æquabitur B. Et æqualitate ordinata; $\frac{D \text{ in } F}{F + D} + \frac{D \text{ in } H}{F + D}$ æquabitur A.

Vnde erit F + D ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit H — A: ideo relinquetur ea cum abs H subducatur $\frac{D \text{ in } F}{F + D} + \frac{D \text{ in } H}{F + D}$.

Sit igitur illa E. Ergo $\frac{H \text{ in } F}{F + D} - \frac{D \text{ in } F}{F + D}$ æquabitur E.

Vnde erit ut F + D ad H — D, ita F ad E.

Secundo casu primum segmentum intelligitur minus. Ergo secundum segmentum erit majus. Portio itaque à secundo præstanda rursus esto E. Portio igitur quam contribuit primum, idemque minus, erit H — E. Et quoniam est ut F ad B, ita E ad $\frac{B \text{ in } E}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum, idemque majus. Aque quoniam est ut D ad B, ita H — E ad $\frac{B \text{ in } H}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F}$: erit $\frac{B \text{ in } H}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F}$ latus primum, idemque minus. Quare $\frac{B \text{ in } E}{F} - \frac{B \text{ in } H}{D} + \frac{B \text{ in } E}{F}$ æquabitur B, & æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } H}{D + F} + \frac{F \text{ in } D}{D + F}$ æquabitur E.

Vnde erit ut D + F ad H + D, ita F ad E.

Porro cum portio à primo præstanda sit H — E: ideo relinquetur ea cum abs H subducatur $\frac{F \text{ in } H}{D + F} + \frac{F \text{ in } D}{D + F}$.

Sit igitur illa A. Ergo $\frac{H \text{ in } D}{D + F} - \frac{E \text{ in } D}{D + F}$ æquabitur A.

Vnde erit ut F + D ad H — F, ita D ad A.

Datis

Datis autem uncis laterum dabuntur asses, seu ipsa latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur & præterea præfinitæ uncia lateris unius, adjectæ præfinitis uncis alterius: æquabunt summam præscriptam. Enimvero

Seçta laterum de quibus queritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus.

Fit,

Vt similes uncia præstanda tam à maiore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam plus similibus uncis lateris minoris, ita similes uncia majoris ad uncias veras à maiore latere præstandas.

Vel,

Vt similes uncia præstanda tam à maiore quam minore latere ad summam præstationum præscriptam minus similibus uncis lateris maioris, ita similes uncia minoris ad uncias veras à minore latere præstandas.

Sit B 84 D 28 F 21 H 98 A fit 68 E 30.

Apparet autem talem summam præstationum præscribi oportere, ut ea major sit D, uncis similibus præstandis à maiore segmento.

Vt 98 major est 28.

ZETETICVM X.

Invenire duo latera, quorum differentia sit ea quæ præscribitur, & præterea præfinitæ uncia primi, multatæ præfinitis uncis secundi, æquent differentiam quoque inter eas datam.

Sit data B differentia duorum laterum, quorum primi portio se habens ad assem, hoc est, ad ipsum latus primum, ut D ad B, cum multabitur portione secundi se habente ad assem, hoc est, ad ipsum latus secundum, ut F ad B, faciat H, Oportet invenire duo illa latera.

Aut primum latus intelligitur majus duorum, vel minus. Sive autem ab eo exigantur uncia majores sive minores quam à secundo, idem fere opus fit.

Sint igitur D majores minoresve uncia à primo præstanda. Verum primo casu primum illud latus à quo præstanda uncia multam patiuntur sit majus duorum. Et portio sui præstanda esto A. Portio igitur à secundo præstanda erit A — H, ut sit præstationum illarum differentia H, cum existat excessus penes primum. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } E}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F} = \frac{B \text{ in } H}{F}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata, siquidem F sunt majores uncia quam D, $\frac{F \text{ in } D}{F - D} - \frac{H \text{ in } D}{F - D}$ æquabitur A. Vnde erit ut F — D ad F — H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda sit A — H. Ideo relinquetur, cum abs $\frac{F \text{ in } D}{F - D} - \frac{H \text{ in } D}{F - D}$ auferetur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{F \text{ in } D}{F - D} - \frac{F \text{ in } H}{F - D}$ æquabitur E. Vnde erit ut F — D ad D — H, ita F ad E.

Quod si è contra D majores sint uncia quam F. Erat ut D — F ad H — F, ita D ad A. Et ut D — F ad H — D, ita F ad E.

Secundo casu latus primum esto minus duorum & portio sui præstanda esto rursus A. Portio igitur à secundo præstanda eoque maiore erit A — H. Et erit latus primum $\frac{B \text{ in } A}{D}$, secundum $\frac{B \text{ in } E}{F}$. Itaque $\frac{B \text{ in } A}{D} - \frac{B \text{ in } E}{F} = \frac{B \text{ in } H}{D}$ æquabitur B. Qua æqualitate ordinata $\frac{F \text{ in } D}{D} - \frac{H \text{ in } D}{D}$ æquatur A. Vnde erit ut D — F ad F + H, ita D ad A.

Porro cum portio à secundo præstanda eoque maiore sit A — H, ideo relinquetur illa cum abs $\frac{F \text{ in } D}{D} - \frac{H \text{ in } D}{D}$ subducatur H. Sit igitur illa E. Ergo $\frac{D \text{ in } F}{D} - \frac{H \text{ in } F}{D}$ æquabitur E. Vnde erit ut D — F ad D + H, ita F ad E.

Series

Series autem operis demonstrat hoc secundo casu majores uncias exigendas esse à primo quam à secundo.

Porro datis uncis quæstorum laterum, dabuntur asses ipsave latera. Nempe $\frac{B \text{ in } A}{D}$ erit latus primum, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus secundum.

Inveniuntur ergo duo latera, quorum differentia sit quæ præscribitur, & præterea præfinitæ uncia primi, multatæ præfinitis uncis secundi, æquent differentiam quoque inter eas datam. Enimvero

Seçta laterum de quibus queritur differentia ut asse ad similitudinem unciarum præstandarum à lateribus, siquidem primum sit majus duorum laterum, majoresque ab eo exigantur uncia.

Fiet,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus uncis præstandis à secundo ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus uncis præstandis à secundo, ita similes uncia præstanda à primo ad uncias veras ab eodem primo præstandas.

Vel,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus uncis à secundo præstandis ad differentiam præstationum præscriptam minus similibus uncis à primo præstandis, ita similes uncia præstanda à secundo ad uncias veras à secundo præstandas.

Quod si à primo illo maiore minores exigantur uncia quam à secundo minore, eadem vigent analogia facta negationum inversione.

Cum vero primum illud latus cuius uncia præfinita multam patiuntur est minus quæstorum, & majores ab eo semper exiguntur uncia.

Fit,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus uncis à secundo præstandis ad similes uncias præstandas à secundo plus differentia præstationum præscripta, ita similes uncia à primo præstanda ad uncias veras ab eodem primo præstandas.

Vel,

Vt similes uncia à primo præstanda minus similibus uncis à secundo præstandis ad similes uncias à primo præstandas plus differentia præstationum præscripta, ita similes uncia à secundo præstanda ad uncias veras à secundo præstandas.

Denique tres sunt Casus.

Primus est cum latus primum, seu cuius uncia multam patiuntur, est majus duorum, majoresque ab eo exiguntur uncia.

Secundus cum latus idem remanet majus, & minores ab eo exiguntur uncia.

Tertius cum latus illud primum est minus duorum, & majores exiguntur uncia. Neque enim possunt exigi minores.

Primo casu oportet talem præscribi H, ut major sit uncis similibus primi segmenti & consequenter major quoque F uncis similibus secundi segmenti.

Secundo casu minorem esse oportet ipsis D vel F.

Tertio casu H minor est vel major ipsis D vel F. Itaque potest is tertius casus concurrere sive cum primo, sive cum secundo.

I.

Sit B 12 differentia duorum laterum. D 4. F 3. H 9 differentia qua A præstat ipsi F. Quoniam H major est sive ipsa D, sive ipsa F. Aut $\frac{B \text{ in } A}{D}$ intelligitur latus majus, aut minus.

G

I. Si

1. Si majus. A fit 24. E 15.
Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est 72. latus primum & majus. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 60 latus secundum & minus. Et horum differentia est B prescripta.
2. Sin $\frac{B \text{ in } A}{D}$ intelligitur latus minus, A fit 48. E 39. Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est 144. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 156. Et horum differentia est B prescripta.

II.

I Rursus sit B 48 differentia duorum laterum. D 16. F 12. H 10. differentia qua A prestat ipsi D.

Quoniam H minor est sive ipsa D, sive ipsa F. D vero major est ipsa F, necessario $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est latus minus, & $\frac{B \text{ in } E}{F}$ latus majus. Et fit A 88. E 78. Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ fit 264. $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 312. Et horum differentia est B prescripta.

2. Aut sit D 12. F 16. manente B 48, H 10, necessario $\frac{B \text{ in } A}{D}$ est latus majus. Et fit A 18. E 8. Et $\frac{B \text{ in } A}{D}$ 72. Et $\frac{B \text{ in } E}{F}$ 24. Et horum differentia est B prescripta.

LIBER SECUNDUS.

ZETETICVM I.



Atto rectangulo sub lateribus, & ratione laterum, invenire latera.

Vox pluralis simpliciter prolata, duorum numero contenta est. Sit igitur datum B planum, rectangulum sub lateribus duobus, quorum majoris ad minus ratio quoque data sit, ut S ad R. Oportet invenire latera.

Latus majus esto A. Quoniam igitur est ut S ad R, ita A ad $\frac{R \text{ in } A}{S}$: ideo $\frac{R \text{ in } A}{S}$ erit latus minus. Planum itaque quod fit sub lateribus, erit $\frac{R \text{ in } A}{S}$ quadr. & ideo æquale dato B plano. Omnia ducantur in S. Ergo R in A quadr. æquatur S in B planum. Itaque revocata ad analogismum æqualitate, est ut R ad S, ita B planum ad A quadratum.

Aliter latus minus esto E. Quoniam igitur est ut R ad S, ita E ad $\frac{S \text{ in } E}{R}$: ideo $\frac{S \text{ in } E}{R}$ erit latus majus. Rectangulum itaque sub lateribus, erit $\frac{S \text{ in } E}{R}$ quadr. æquale consequenter B plano. Omnia ducantur per R. Ergo S in E quadr. æquatur R in B planum. Itaque revocata ad analogismum æqualitate, est ut S ad R, ita B planum ad E quadratum.

Dato igitur plano quod fit sub lateribus, una cum ratione laterum, inveniuntur latera.

Enimvero est,

Vt simile latus primum ad simile latus secundum majus minusve, ita rectangulum sub lateribus ad quadratum è latere secundo majore minoreve.

Sit B planum 20. R 1. S 5. A 1N, 1Q æquatur 100. Vel sit E. 1N. 1Q æquatur 4.

ZETETICVM II.

Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Duplum planum sub lateribus, adjectum quidem adgregato quadratorum, æquatur quadrato summa laterum. Ablatum vero, quadrato differentia.

Vt apparet ex genesi quadrati. Data autem differentia duorum laterum & eorum summa, dantur latera.

Sit 20. Rectangulum sub lateribus à quibus adgregata quadrata faciant 104. Summa laterum esto 1N, 1Q æquatur 144. Vel differentia esto 1N, 1Q æquatur 64.

ZETE-

ZETETICVM III.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum differentia laterum, adjunctum quadruplo rectangulo sub lateribus: æquatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum est, Quadratum adgregati laterum, minus quadrato differentia, æquari quadruplo rectangulo sub lateribus: adeo ut sola fuerit opus antithesi. Data porro differentia duorum laterum & eorum summa, dantur latera.

Sit 20. Rectangulum sub duobus lateribus quorum differentia est 8. Summa laterum esto 1N. 1Q æquatur 144.

ZETETICVM IV.

Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato laterum: inveniuntur latera.

Enimvero quadratum adgregati laterum, minus quadruplo rectangulo sub lateribus: æquatur quadrato differentia laterum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit 20. Rectangulum sub duobus lateribus quorum summa est 12. Differentia laterum esto 1N. 1Q æquatur 64.

ZETETICVM V.

Data differentia laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato differentia laterum: æquatur quadrato adgregati laterum.

Jam enim ordinatum est quadratum adgregati laterum plus quadrato differentia æquari duplo adgregato quadratorum, adeo ut sola fuerit opus antithesi.

Sit differentia laterum 8. Adgregatum quadratorum 104. Summa laterum esto 1N. 1Q æquatur 144.

ZETETICVM VI.

Dato adgregato laterum, & adgregato quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero duplum adgregatum quadratorum, minus quadrato adgregati laterum: æquatur quadrato differentia laterum.

Vt rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit adgregatum laterum 12. Quadratorum 104. Differentia laterum esto 1N. 1Q æquatur 64.

ZETETICVM VII.

Data differentia laterum, & differentia quadratorum: inveniuntur latera.

Enimvero cum differentia quadratorum, adplicabitur ad differentiam laterum: Orietur summa laterum.

Jam enim ordinatum est differentiam laterum, cum ducitur in adgregatum laterum, facere differentiam quadratorum. At adplicatio restitutio est operis quod efficit multiplicatio.

Sit differentia laterum 8. Quadratorum 96. Summa laterum fit 12. Itaq; latus majus est 10. minus 2.

G 2

ZETE-

ZETETICVM VIII.

Data summa laterum, & differentia quadratorum, inveniuntur latera.

Enimvero

Cum differentia quadratorum, adplicabitur ad summam laterum orietur differentia laterum.

Vt ex antecedente nota fit perspicuum.

Sit summa laterum 12. Differentia quadratorum 96. Differentia laterum fit 8, ideoque latus majus est 10. minus 2.

ZETETICVM IX.

Dato rectangulo sub lateribus, & differentia quadratorum, invenire latera.

Sit datum B planum, rectangulum sub lateribus. Datum quoque D planum, differentia quadratorum. Oportet invenire latera. Adgregatum quadratorum esto A planum. Quadratum igitur summae laterum, erit A planum, + B plano 2: differentiae vero, A planum, - B plano 2. Summa autem laterum ducta in differentiam, facit differentiam quadratorum. Quare quadratum summae laterum ductum in quadratum differentiae, facit differentiam quadratorum ductam in se. Itaque A plano-planum, - B plano-planum 4, aequabitur D plano-planum. Et ordinando aequationem, A plano-planum aequabitur D plano-planum, + B plano-planum 4. Porro dato adgregato quadratorum, & eorum differentia, vel sub lateribus rectangulo, dantur latera.

Dato igitur rectangulo sub lateribus, & differentia quadratorum, dantur latera.

Enimvero

Quadratum abs differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli, aequale est quadrato adgregati quadratorum.

Sit B planum 20. D planum 96. A planum 1N 1Q aequatur 10816.

ZETETICVM X.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenire latus reliquum.

Sit datum B planum, constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum, & praeterea sit datum D, unum ex illis lateribus. Oportet invenire latus reliquum.

Latus de quo quaeritur adjectum lateri dimidio dato, esto A. Latus igitur justum de quo quaeritur erit A - D $\frac{1}{2}$. Et ejus quadratum est, A quadratum, - D in A, + D quadrato $\frac{1}{4}$. Quadratum vero dati est D quadratum, quæ duo quadrata addita rectangulo sub lateribus, æquantur B plano, secundum ea quæ proponuntur. Rectangulum autem sub lateribus est D in A, - D quadrato $\frac{1}{2}$. Quare A quadratum, + D quadrato $\frac{3}{4}$ æquabitur B plano, & ordinando aequationem, A quadratum æquabitur B plano, - D quadrato $\frac{3}{4}$.

Dato igitur plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque è lateribus uno, invenitur latus reliquum.

Enimvero

Planum constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum, multatum dodrante quadrati lateris dati, aequale est quadrato lateris compositi, ex quaesito latere & dimidio dati.

Sit B planum 124. D 2. A 1N. 1Q aequatur 121. Itaque $\sqrt{121} - 1$, est latus quaesitum. Vel sit B planum 124. D 10. A 1N 1Q aequatur 49. Itaque $\sqrt{49} - 5$, est latus quaesitum.

ZETETICVM XI.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, dataque laterum illorum summa, discernere latera.

Sit datum B planum, constans rectangulo sub lateribus, & quadratis singulorum laterum,

terum, & praeterea sit data G, summa illorum laterum. Oportet discernere latera.

Rectangulum sub lateribus, esto A planum. Quoniam igitur quadratum summae laterum æquatur quadratis singulorum laterum, plus duplo rectangulo. Consequenter G quadratum æquabitur B plano, + A plano. Et ordinando aequationem, G quadratum, - B plano æquabitur A plano.

Data autem summa laterum, & rectangulo sub lateribus, dantur latera.

Dato igitur plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus tum quadratis singulorum laterum, ac insuper data laterum illorum summa, discernuntur latera. Enimvero

Quadratum summae, multatum composito illo plano, relinquit rectangulum sub lateribus.

Sit B planum 124. G 12. A planum fit 20. Itaque quadratum differentia laterum erit 64. & ideo 12 + $\sqrt{64}$ fit duplum lateris majoris. Et 12 - $\sqrt{64}$ duplum lateris minoris.

ZETETICVM XII.

Dato plano, quod constat tum rectangulo sub lateribus, tum quadratis singulorum laterum, datoque rectangulo illo, discernuntur latera.

Enimvero

Compositum illud planum, adjectum rectangulo, æquabitur quadrato summae laterum.

Per illud ipsum quod superiore Zetetico inventum est & ordinatum.

Sit 124 planum constans rectangulo sub lateribus & quadratis singulorum laterum. Rectangulum autem ipsum 20. Summa laterum 1N, 1Q aequatur 144 à quo dum demetur quadruplum ipsius 20, relinquetur 64 quadratum differentia. Itaque $\sqrt{144} + \sqrt{64}$ fit duplum lateris majoris. $\sqrt{144} - \sqrt{64}$ duplum lateris minoris.

ZETETICVM XIII.

Dato adgregato quadratorum, & differentia eorumdem, invenire latera.

Sit datum adgregatum quadratorum, D planum, & differentia eorumdem, B planum. Oportet invenire latera.

Duplum igitur quadratum majoris, erit D planum, + B plano. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam. Dato autem duplo datur simplum, & datis quadratis, dantur quadratorum latera.

Neque vero nova opus est ordinatione, quando quæ de lateribus adnotantur, ad alias quascunque simplices magnitudines trahi posse, vix exemplificandum fuit.

Sit D planum 104, B planum 96, latus majus 1N, 1Q aequatur 100. Sit latus minus 1N, 1Q aequatur 4.

ZETETICVM XIV.

Data differentia cuborum, & adgregato eorumdem, invenire latera.

Sit data differentia cuborum, B solidum. Datum quoque adgregatum eorumdem, D solidum. Oportet invenire latera.

Duplus igitur cubus majoris lateris, erit D solidum, + B solido. Duplus cubus minoris, D solidum, - B solido. Iuxta doctrinam in lateribus jam ordinatam, & in quadratis rursus exemplificatam, ubi ad cujuscumque generis magnitudines trahi, monuimus. Dato autem duplo datur simplum, & datis cubis dantur radices, ut Zeteticum hoc vix suo sit dignum nomine.

Sit B solidum 316. D solidum 370. Latus majus 1N, 1C aequatur 343. Sit latus minus 1N, 1C aequatur 27.

ZETETICVM XV.

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, inveniuntur latera.

G 3

Enim-

Enimvero quadratum differentia cuborum, plus rectanguli sub lateribus quadruplo cubo: æquatur quadrato adgregati cuborum.

Iam enim ordinatum est, quadratum adgregati cuborum minus quadrato differentia: æquari quadruplo cubo rectanguli. Ut sola fuerit opus antithesi.

Sit differentia Cuborum 316. Rectangulum sub lateribus 21. Adgregatum Cuborum 1 N, 1 Q æquatur 136900.

Duplus ideo Cubus major $\sqrt{136900} + 316$.

Duplus minor $\sqrt{136900} - 316$.

Z E T E T I C V M XVI.

Dato adgregato cuborum, & rectangulo sub lateribus: inveniuntur latera. Enimvero,

Quadratum adgregati cuborum, minus quadruplo cubo rectanguli sub lateribus: æquatur quadrato differentia cuborum.

Ut rursus ex proxime repetita ordinatione licet inferre per antithesin.

Sit adgregatum cuborum 370. Rectangulum sub lateribus 21. Differentia cuborum 1 N, 1 Q æquatur 99256.

Z E T E T I C V M XVII.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B, differentia laterum. Differentia vero cuborum, D solidum. Oportet invenire latera.

Summa laterum esto E, ergo $E + B$ erit duplum lateris majoris, & $E - B$ erit duplum lateris minoris. Differentia autem cuborum illorum, est; B in E quadratum 6, + B cubo 2, æqualis consequenter D solidum 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 8}{B^3} = \frac{E^2 - B^3}{B^3}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data differentia laterum & eorumdem summa, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum: invenitur summa laterum. Enimvero,

Differentia cuborum quadrupla, minus cubo differentia laterum, si adplicetur ad triplum differentia laterum: oritur quadratum adgregati laterum.

Sit B 6, D solidum 504, summa laterum 1 N, 1 Q æquatur 100.

Z E T E T I C V M XVIII.

Data summa laterum & summa cuborum distinguere latera.

Sit data B, summa laterum, D solidum vero, summa cuborum. Oportet distinguere latera. Differentia laterum, esto E. Ergo $B + E$ est duplum lateris majoris, $B - E$ duplum lateris minoris. Summa itaque cuborum, est; B cubus 2, + B in E quadratum 6, æqualis consequenter D solidum 8. Quare $\frac{D \text{ sol. } 8}{B^3} = \frac{B^2 + E^2}{B^3}$ æquatur E quadrato.

Dati autem quadrati datur latus, & data summa laterum & differentia eorumdem: dantur latera.

Data igitur summa laterum & summa cuborum: dantur latera. Enimvero,

Summa cuborum quadrupla, minus cubo summa laterum, si adplicetur ad triplum summa laterum: orietur quadratum differentia laterum.

Sit B 10, D solidum 370. E 1 N, 1 Q æquatur 16.

Z E T E T I C V M XIX.

Data differentia laterum, & differentia cuborum: invenire latera.

Sit data B differentia laterum, & datum quoque D solidum, differentia cuborum. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Et vero adparet ex genesi

genesi cubi, si à differentia cuborum auferatur cubus differentia laterum, relinqui triplum solidum, quod fit à differentia laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque D solidum, — B cubo, æquabitur A plano; in B, & omnibus per 3 divis, $\frac{D \text{ solidum}}{B^3} = \frac{A \text{ plano}}{B^3}$ æquatur A plano.

Dato autem rectangulo sub lateribus, & differentia laterum, dantur latera.

Data igitur differentia laterum, & differentia cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Differentia cuborum à lateribus, multata cubo differentia laterum, si adplicetur ad triplum ipsius differentia laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit B 4. D solidum 316. A planum sit 21, rectangulum sub lateribus 7 & 3.

Quod si ex differentia cuborum, & rectangulo inquireretur de differentia laterum. Ut si innotesceret A planum, esse F planum; at de B quæstio esset, sit illa A. Ita procederet æqualitas. A cubus, + F plano; in A, æquatur D solido.

Id est,

Cubus differentia laterum, plus solido triplum à rectangulo sub lateribus in differentiam laterum, æquatur differentia cuborum.

Quod animadvertisse fuit operepretium.

Z E T E T I C V M XX.

Rursus quoque Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera.

Sit datum G adgregatum laterum, & datum quoque D solidum adgregatum cuborum. Oportet invenire latera. Esto A planum rectangulum sub lateribus. Et vero adparet ex genesi cubi. si à cubo adgregati laterum subducatur adgregatum cuborum, relinqui triplum solidum, quod fit ab adgregato laterum in rectangulum sub lateribus. Itaque $\frac{G \text{ cubus}}{B^3} = \frac{D \text{ solido}}{B^3}$ æquabitur A plano. Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato laterum, & adgregato cuborum, inveniuntur latera.

Enimvero,

Cubus adgregati laterum, multatus adgregato cuborum, si adplicetur ad triplum ipsius adgregati laterum, quod inde oritur planum, rectangulum est sub lateribus.

Sit G 10. D solidum 370. A planum sit 21, rectangulum sub lateribus 7 & 3.

Quod si ex adgregato cuborum, & rectangulo inquireretur de adgregato laterum. Ut si innotesceret A planum, esse B planum; at de G esset quæstio, sit illud A. Ita procederet æqualitas A cubus, — B plano; in A, æquatur D solido.

Id est,

Cubus adgregati laterum, minus solido triplum à rectangulo sub lateribus in adgregatum laterum, æquatur adgregato cuborum.

Quod animadvertisse operepretium fuit.

Z E T E T I C V M XXI.

Datis solidis duobus, uno quod fit abs differentia laterum in differentiam quadratorum, altero quod fit abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, invenire latera.

Solidum primum expositum detur B solidum. Secundum, D solidum. Summa autem laterum esto A. Erit igitur $\frac{B \text{ solidum}}{A^2} = \frac{D \text{ solidum}}{A^2}$ quadratum differentia laterum. Et $\frac{D \text{ solidum}}{A^2}$ adgregatum quadratorum. Duplum autem adgregatum quadratorum, minus quadrato differentia laterum, facit quadratum adgregati laterum. Quare $\frac{D \text{ solidum } 2}{A^2} = \frac{B \text{ solidum}}{A^2}$ æquabitur A quadrato. Omnia ducantur in A. Igitur D solidum 2, — B solido, æquabitur A cubo.

Datis igitur duobus expositis solidis, inveniuntur latera.

Enim.

Enimvero,

Duplum solidum abs adgregato laterum in adgregatum quadratorum, mutatum solido abs differentia laterum in differentiam quadratorum: aequatur cubo adgregati laterum.

Sit B solidum 32. D solidum 272. fit A cubus 512, summa igitur laterum 8. Differentia quadratum $\frac{32}{8}$, id est 4. atque adeo ipsa differentia $\sqrt[4]{4}$. latus itaque minus est 4, minus medietate lateris 4. Majus, est 4 plus eadem medietate.

Sit B solidum 10. D solidum 20. fit A cubus 30. Summa igitur laterum $\sqrt[3]{C. 30}$. Differentia quadratum $\frac{10}{\sqrt[3]{30}}$, aliter $\sqrt[3]{C. \frac{100}{3}}$. Atque adeo ipsa differentia $\sqrt[3]{QC. \frac{100}{3}}$, latus itaque minus est $\sqrt[3]{C. \frac{30}{8}} - \sqrt[3]{QC. \frac{100}{192}}$, latus majus $\sqrt[3]{C. \frac{30}{8}} + \sqrt[3]{QC. \frac{100}{192}}$.

At Cardanus in Arithmetica questione 93. Cap. 66. bene animadvertit in hac hypotesi laterum proportionem esse, minoris nempe ad majus, ut 2 — $\sqrt[3]{3}$ ad 1, seu ut 1 ad 2 + $\sqrt[3]{3}$, sed latera ipsa subnotavit infeliciter.

ZETETICVM XXII.

Dato adgregato quadratorum, & ratione rectanguli sub lateribus ad quadratum differentia laterum, invenire latera.

Sit datum B planum, adgregatum quadratorum. Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentia laterum, se habeat ut R ad S. Oportet invenire latera. Rectangulum sub lateribus esto A planum. Quadratum igitur differentia laterum erit $\frac{S \text{ in A planum}}{R}$, cui cum adjungetur duplum rectangulum, fiet adgregatum quadratorum. Ergo $\frac{S \text{ in A planum}}{R} + R \text{ in A planum} \cdot 2$ aequabitur B planum. Qua aequalitate ad analogismum revocata, erit ut S + R 2 ad R, ita B planum ad A planum.

Datis igitur quae exposita sunt, dantur latera.

Enimvero est,

Vt quadratum differentia laterum, plus duplo simili rectangulo sub lateribus ad rectangulum simile sub lateribus, ita adgregatum verum quadratorum ad verum rectangulum.

Sit adgregatum quadratum 20. Rectangulum autem sub lateribus ad quadratum differentia eorumdem se habeto, ut 2 ad 1: erit ut S + R 2 ad R, ita 20 ad 8. Quare 8 est rectangulum de quo quaeritur. Itaque 20 — 16 id est 4, est quadratum differentia laterum, & 20 + 16 est quadratum adgregati. Vnde differentia est $\sqrt[4]{4}$. Summa $\sqrt[4]{36}$. latus minus $\sqrt[4]{9} - \sqrt[4]{1}$, vel 2, majus vero $\sqrt[4]{9} + \sqrt[4]{1}$, vel 4.

Sed stante adgregato quadratorum 20. Rectangulum sub lateribus ad quadratum differentia laterum se habeto, ut 1 ad 1; hoc videlicet sit illi aequale: erit ut 3 ad 1, ita 20 ad $\frac{20}{3}$. Quare $\frac{20}{3}$ est rectangulum sub lateribus. Itaque 20 — $\frac{40}{3}$, id est $\frac{20}{3}$, erit quadratum differentia laterum; & 20 + $\frac{40}{3}$, id est $\frac{100}{3}$, erit quadratum adgregati. Vnde $\sqrt[3]{\frac{100}{3}}$ est differentia, & $\sqrt[3]{\frac{100}{3}}$ adgregatum. Atque adeo latus minus est $\sqrt[3]{\frac{20}{3}} - \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$, & latus majus $\sqrt[3]{\frac{20}{3}} + \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$. Hallucinatur itaque Cardanus in Arithmetica questione 94. Cap. 66.

LIBER TERTIUS.

ZETETICVM I.



Ata media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia extremarum, invenire extremas.

At vero extremae proportionales sunt ut latera. Media vero quadratum est ipsum rectangulum sub lateribus. Jam autem expositum est. Dato rectangulo sub lateribus, & differentia laterum, invenire latera. Itaque, quadratum differentia dimidia extremarum, adjunctum mediae quadrato, aequatur quadrato adgregati dimidii extremarum.

Sit differentia extremarum 10, media 12. minor extrema est 8. major 18.

Z E T E -

ZETETICVM II.

Data media trium proportionalium, & adgregato extremarum, invenire extremas.

Illud quoque Problema jam ante expositum est, videlicet. Dato rectangulo sub lateribus, & adgregato laterum, invenire latera,

Sit media 12, adgregatum extremarum 26, minor extrema est 8, major 18.

ZETETICVM III.

Dato perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenuse, invenire basin, & hypotenusam.

Et hoc quoque Problema jam expositum est. Ipsum enim est. Data differentia quadratorum & differentia laterum, invenire latera. Quadratum enim perpendiculi est differentia quadrati hypotenuse a quadrato basis. Sit nempe datum trianguli rectanguli perpendiculum D, B vero differentia basis & hypotenuse. Oportet invenire basin & hypotenusam. Summa basis & hypotenuse, esto A. Igitur B in A aequabitur D quadrato, atque ideo $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$ aequabitur A. Data autem differentia laterum & summa eorumdem, dantur latera.

Dato igitur perpendiculo trianguli rectanguli, & differentia basis & hypotenuse, dantur basis, & hypotenusa.

Enimvero,

Perpendiculum trianguli rectanguli proportionale est, inter differentiam basis & hypotenuse & adgregatum eorumdem.

Sit D 5. B 1. Sunt proportionales 1, 5, 25. Itaque trianguli hypotenusa est 13, basis 12, stante perpendiculo 5. Qua etiam ratione, & id est

ZETETICVM IV.

Dato perpendiculo rectanguli trianguli, & adgregato basis & hypotenuse, discernuntur basis & hypotenusa.

Sit perpendiculum 5, adgregatum basis & hypotenuse 25. Sunt proportionales 25, 5, 1. Itaque differentia basis & hypotenuse est 1. Ipsa vero basis 12, hypotenusa 13.

ZETETICVM V.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

Illud autem est. Data differentia laterum, & dato adgregato quadratorum, invenire latera. Quod Problema quoque jam expositum est.

Sit nempe data D hypotenusa trianguli rectanguli, B vero differentia laterum circa rectum. Oportet invenire latera circa rectum. Summa laterum circa rectum esto A. Ergo A + B erit duplum lateris majoris circa rectum, A — B duplum lateris minoris. Quadrata ab iis singulis efformata, & addita faciunt A q. 2, + B q. 2, quae ideo aquantur D q. 4. Itaque D q. 2, — B q. 2, aequabitur A quadrato.

Data igitur hypotenusa trianguli rectanguli, & differentia laterum circa rectum, inveniuntur latera circa rectum.

Enimvero,

Duplum quadratum hypotenuse, minus quadrato differentia laterum circa rectum, aequatur quadrato summa eorumdem.

Sit D 13. B 7. A 1 N. 1 Q aequatur 289. Et fit 1 N. $\sqrt{289}$. Itaque latera circa rectum sunt $\sqrt{72\frac{1}{4}} + 3\frac{1}{2}$ & $\sqrt{72\frac{1}{4}} - 3\frac{1}{2}$, sive 12 & 5.

ZETETICVM VI.

Data hypotenusa trianguli rectanguli, & summa laterum circa rectum, invenire latera circa rectum.

H

Enim-

Enimvero,

Duplum quadratum hypotenuse, minus quadrato aggregati laterum circa rectum, aequatur quadrato differentia laterum circa rectum.

Vt licet inferre per antithelin antecedentis ordinationis.

Sit rursus hypotenusa 13. Summa autem laterum circa rectum. 17. Differentia eorundem 1 N. 1 Q aequabitur 49. Et sit 1 N 49. Itaque latera circa rectum sunt $8\frac{1}{2} + \sqrt{12\frac{1}{4}}$, & $8\frac{1}{2} - \sqrt{12\frac{1}{4}}$, sive 12 & 5.

ZETETICVM VII.

Inveniuntur tres proportionales lineæ rectæ numero.

Enimvero,

Adsumptis duobus lateribus se habentibus, ut numerus ad numerum. Major extrema proportionalium fiet similis, quadrato lateris adsumpti majoris. Media, rectangulo sub lateribus. Minor extrema, quadrato minoris lateris adsumpti.

Sint rationalia latera B & D. Cum B statuetur prima proportionalium, D vero secunda, tertia erit $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$. Omnia per B ducantur, & series proportionalium fiet

I.	II.	III.
B quadratum.	B in D.	D quadratum.
Sit B 2.	D 3.	Fiunt proportionales 4. 6. 9.

ZETETICVM VIII.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

Constitutis tribus proportionalibus numero, hypotenusa fiet similis aggregato extremarum, basis differentia, perpendicularum mediae dupla.

Nempe jam ordinatum est, perpendicularum trianguli proportionale esse inter differentiam basis & hypotenuse, & aggregatum eorundem.

Exhibentur proportionales numero 4, 6, 9. Ab iis constituetur trianguli rectanguli hypotenusa 13, basis 5, perpendicularum 12.

ALITER,

ZETETICVM IX.

Invenitur triangulum rectangulum numero.

Enimvero,

Adsumptis duobus lateribus rationalibus, hypotenusa fit similis aggregato quadratorum, basis differentia eorundem, perpendicularum duplo sub lateribus rectangulo.

Sint duo latera B & D. Sunt igitur proportionalia tria latera B, D, $\frac{D \text{ quadratum}}{B}$. Omnia in B. Sunt tria proportionalia plana Bq. B in D, Dq. A quibus proportionalibus fit per antedicta, hypotenusa trianguli similis Bq. + Dq. basis Bq. = Dq. perpendicularum B in D 2. Et alioqui jam ordinatum est. Quadratum ab aggregato quadratorum, æquare quadratum à differentia quadratorum, adjunctum quadrato dupli rectanguli sub lateribus.

Sit B 2. D 3. Hypotenusa fiet similis 13, basis 5, perpendicularum 12.

ZETETICVM X.

Dato aggregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, atque ea in serie extremarum una, invenitur altera extrema.

Enimvero,

Adgregatum illud quadratorum, multatum dodrante quadrati extremae data, æquale est quadrato composita ex dimidio datae extremae, & altera tota de qua queritur.

Id

Id autem ita perspicue jam inventum est, & demonstratum, ut novo non sit opus processu.

Adgregatum quadratorum à tribus proportionalibus sit 21, harum autem extrema major sit 4. Igitur 21—12 id est 9, est quadratum composita, ex 2 & minore quaesita. At radix quadrati 9 est 3, quare minor quaesita est $\sqrt{9} - 2$, id est 1.

Sed stante eodem aggregato quadratorum 21, sit extrema minor 1. Igitur $20\frac{1}{4}$, seu $\frac{81}{4}$ est quadratum composita, ex $\frac{1}{2}$ & maiore quaesita. At radix quadrati $\frac{81}{4}$ est $\sqrt{\frac{81}{4}}$, quare major quaesita est $\sqrt{\frac{81}{4}} - \frac{1}{2}$, id est 4.

ZETETICVM XI.

Dato aggregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, ac summa extremarum, discernuntur extremae.

Enimvero,

Quadratum aggregati extremarum, multatum aggregato quadratorum à tribus, aequatur mediae quadrato.

Data autem summa extremarum, & media, dantur extremae. Idem quoque ita perspicue jam inventum est, & demonstratum, ut novo non sit opus processu.

Sit aggregatum quadratorum à tribus 21. Summa extremarum 5, 25—21, id est 4, est media quadratum. Vnde est media $\sqrt{4}$. Extrema 1 & 4.

ZETETICVM XII.

Dato aggregato quadratorum à singulis tribus proportionalibus, ac media ipsarum, discernuntur extremae.

Enimvero,

Adgregatum quadratorum à tribus, plus media quadrato, aequatur quadrato aggregati extremarum.

Ex antecedente ordinatione adhibita artis metathesi. Data autem summa extremarum, & media, dantur extremae.

Sit aggregatum quadratorum à tribus 21. media 2. 21 + 4 id est 25, fit quadratum aggregati extremarum. Vnde extrema sunt 1 & 4.

ZETETICVM XIII.

Data differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expositum est, idque duplici Zetetico. Illud enim est. Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Vt processu evidens fiet.

Sit igitur data differentia extremarum D, & data B differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Adgregatum extremarum esto A. Ergo A + D erit major extrema dupla, & A — D minor extrema dupla. Cum itaque A + D ducatur in A — D, fiet rectangulum quadruplum sub mediis vel extremis. Itaque $\frac{A \text{ quadratum} - D \text{ quadrato}}{4}$ est rectangulum illud, in quod cum ducatur extrema major, fiet cubus mediae majoris. Cum minor, fiet cubus mediae minoris. Cum denique utriusque extremae differentia, fiet differentia cuborum à mediis. Quare $\frac{D \text{ in } A \text{ quadrat.} - D \text{ cubo}}{4}$, æquatur differentiae cuborum à mediis. Si autem abs differentia cuborum auferatur cubus differentiae laterum, quod relinquetur æquale est solido triplo ex differentia laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à differentia duorum laterum.

Quare $\frac{D \text{ in } A \text{ q.} - D \text{ cubo.} - B \text{ cubo } 4.}{4}$ æquatur solido triplo ex differentia mediarum in rectangulum sub mediis, videlicet $\frac{B \text{ in } A \text{ q.} - B \text{ in } D \text{ q.}}{4}$. Qua æqualitate ordinata; $\frac{D \text{ cubo.} + B \text{ cubo } 4. - B \text{ in } D \text{ q.}}{D - B}$ æquabitur A quadrato.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, inveniuntur continue proportionales.

H 2

Enim-

Enimvero

Cum cubus differentie extremarum, plus cubo quadruplo differentie mediarum, minus solido triplo sub differentia mediarum & quadruplo quadrati differentie extremarum adplicabitur ad differentiam extremarum, minus triplo differentie mediarum: Planum quod oritur, æquale est quadrato adgregati extremarum.

Sit D 7. B 2. A 1 N. 1 Quatur 81, & fit 1 N 1/81, adgregatum videlicet extremarum 1 & 8; media vero sunt 2 & 4 I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ZETETICVM XIV.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Idem quoque Problema jam ante expositum est duplici Zetetico. Illud enim est. Dato adgregato laterum, & adgregato cuborum, invenire latera. Ut processu evidens fiet.

Sit igitur datum D adgregatum extremarum, & B adgregatum mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales.

Differentia extremarum esto A. Ergo D + A erit major extrema dupla, & D - A minor extrema dupla. Cum itaque D + A ducatur in D - A, fit rectangulum quadruplum sub mediis vel extremis. Itaque $\frac{D+A}{4} \cdot \frac{D-A}{4}$ est rectangulum illud, in quod cum ducatur extrema major, fiet cubus mediæ majoris. Cum minor, fiet cubus mediæ minoris. Cum denique utriusque extremæ summa, fiet adgregatum cuborum à mediis.

Quare $\frac{D \text{ cubus } + D \text{ in } A \cdot 4}{4}$ æquatur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati duorum laterum auferatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale est solido triplo ex adgregato laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à duobus lateribus.

Quare $\frac{B \text{ cubus } 4 - D \text{ cubus } + D \text{ in } A \cdot 4}{4}$ æquatur solido triplo ex adgregato mediarum in rectangulum sub mediis, videlicet $\frac{B \text{ in } D \cdot 4 - B \text{ in } A \cdot 4}{4}$. Qua æqualitate ordinata; $\frac{B \text{ in } D \cdot 4 - B \text{ in } A \cdot 4}{D + B \cdot 4}$ æquabitur Aquadrato.

Dato igitur adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero

Solidum triplum sub adgregato mediarum, & quadrato adgregati extremarum, plus cubo adgregati extremarum, minus quadruplo cubo adgregati mediarum, si adplicetur ad adgregatum extremarum, plus adgregato triplo mediarum: Planum quod oritur, æquale est quadrato differentie extremarum.

Sit D 9. B 6. A 1 N. 1 Quatur 49. Et fit 1 N 1/49. differentia videlicet extremarum 1 & 8 media vero sunt 2 & 4 I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ZETETICVM XV.

Rursus, Data differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et illud esse, Data differentia laterum, & differentia cuborum, invenire latera. Evidens fiet per processum.

Sit igitur data D differentia extremarum, & B differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire quatuor continue proportionales.

Rectangulum sub mediis, vel extremis esto A planum. Et vero mediæ majoris cubus æquatur solido ab extrema major in rectangulum sub extremis. Et mediæ minoris cubus, solido ab extrema minore in rectangulum sub extremis. Quare D in A planum, æquabitur differentie cuborum à mediis. Si autem à differentia cuborum subducatur cubus differentie laterum, quod relinquetur æquale est solido triplo ex differentia late-

laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à differentia laterum. Quare D in A planum, — B cubo, æquabitur B in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{B \text{ cubus}}{D - B \cdot 3}$ æquabitur A plano. Dato autem rectangulo sub lateribus, & differentia eorumdem, dantur latera.

Data igitur differentia extremarum, & differentia mediarum in serie quatuor continue proportionalium, dantur continue proportionales.

Enimvero est,

Vt differentia extremarum, minus triplo differentie mediarum ad differentiam mediarum, ita quadratum differentie mediarum ad rectangulum sub mediis vel extremis.

Sit D 7. B 2. A planum fit 8 rectangulum sub extremis 1 & 8 vel mediis 2 & 4 I. II. III. IIII.
ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Quod si ex differentia extremarum, & rectangulo inquireretur de differentia mediarum, ut si innotescat A planum, esse F planum. At de B esset quaestio, sit illa A. Ita procederet æqualitas. $\frac{A \text{ cubus}}{D - A \cdot 3}$ æquabitur F plano. Ordinata vero æqualitate; A cubus, + F plano ter in A, æquatur F plano in D.

Id est,

Cubus differentie mediarum, plus triplo solido à rectangulo sub lateribus in differentiam mediarum, æquatur solido à rectangulo sub lateribus in differentiam extremarum.

Quod adnotasse fuit operæpretium.

ZETETICVM XVI.

Rursus quoque, Dato adgregato extremarum & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, invenire continue proportionales.

Et istud esse, Dato adgregato laterum & adgregato cuborum, invenire latera. Evidens fiet per processum.

Sit igitur data Z summa extremarum, & G summa mediarum in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire continue proportionales. Rectangulum sub mediis vel extremis, esto A planum. Et vero mediæ majoris cubus, æquatur solido ab extrema major in rectangulum sub extremis. Et mediæ minoris cubus, solido ab extrema minore in rectangulum sub extremis. Quare Z in A planum æquabitur adgregato cuborum à mediis. Si autem à cubo adgregati laterum subducatur adgregatum cuborum, quod relinquitur æquale est solido triplo ex summa laterum in rectangulum sub lateribus, ut adparet ex genesi cubi à duobus lateribus.

Quare G cubus, — Z in A planum, æquabitur G in A planum 3. Qua æqualitate ordinata; $\frac{G \text{ cubus}}{Z + G \cdot 3}$ æquabitur A plano.

Dato autem rectangulo sub lateribus & adgregato laterum, dantur latera.

Dato igitur adgregato extremarum & adgregato mediarum in serie quatuor continue proportionalium, inveniuntur proportionales.

Enimvero est,

Vt adgregatum extremarum plus triplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad rectangulum sub mediis vel extremis.

Sit Z 9. G 6. A planum 1 N. Fit 8 rectangulum sub extremis 1 & 8, vel mediis 2 & 4.

Quod si ex adgregato extremarum & rectangulo, inquireretur de adgregato mediarum, ut si innotesceret A planum esse B planum, at de G esset quaestio, sit illa A. Ita procederet æqualitas. A cubus — B plano ter in A, æquatur B plano in Z.

Id est,

Cubus adgregati mediarum, minus solido triplo ex eodem adgregato in rectangulum

H 3

gulum

gulum sub extremis vel mediis, æquatur solido ex adgregato extremarum & rectangulo sub mediis vel extremis.

Quod adnotasse fuit opportunum.

LIBER QVARTVS.

ZETETICVM I.



Invenire numero duo quadrata, æqualia dato quadrato.

Sit datum numero, F quadratum. Oportet invenire duo quadrata, æqualia dato F quadrato.

Exponatur triangulum quodcumque rectangulum numero, & sit hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D. Et fiat triangulum ei simile habens hypotenusam F, nempe faciendo, ut Z ad F, ita B ad aliquam basim; quæ ideo erit $\frac{B \text{ in } F}{Z}$. Et rursus, ut Z ad F, ita D ad perpendicularum; quod ideo erit $\frac{D \text{ in } F}{Z}$. Ergo quadrata abs $\frac{B \text{ in } F}{Z}$ & $\frac{D \text{ in } F}{Z}$ æquabuntur dato F quadrato. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat B quadratum, in duo quadrata dispescere. Latus primi quadrati esto A, secundi B — $\frac{S \text{ in } A}{R}$. Primi lateris in quadrato, est A quadratum. Secundi, B quad. — $\frac{S \text{ in } A \text{ in } D}{R}$ + $\frac{S \text{ quad. in } A \text{ quad.}}{R \text{ quad.}}$. Quæ duo quadrata ideo æqualia sunt B quadrato.

Æqualitas igitur ordinetur. $\frac{S \text{ in } R \text{ in } B}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ æquabitur A lateri primi singularis quadrati. Et latus secundi fit $\frac{R \text{ quad. in } B}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$. Nempe triangulum rectangulum numero effingitur à lateribus duobus S & R, & sit hypotenusa similis S quad. + R quad. basis similis S quadrato — R quadrato. Perpendicularum simile S in R. Itaque ad dispectionem B quadrati fit, ut S quad. + R quad. ad B hypotenusam similis trianguli, ita R quad. — S quad. ad basim, latus unius singularis quadrati, & ita S in R. 2 ad perpendicularum, latus alterius.

Sit B 100, cuius quadrato invenienda sint duo quadrata aequalia. Effingatur triangulum rectangulum numero abs R 4, S 3. Fit effecti trianguli hypotenusa 25, basis 7, perpendicularum 24. Itaque fiet, ut 25 ad 7, ita 100 ad 28. Et ut 25 ad 24 ita 100 ad 96. Quadratum igitur abs 100 æquabitur quadrato ab 28, plus quadrato abs 96.

ZETETICVM II.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus aliis datis quadratis.

Sint data numero B quadratum & D quadratum. Oportet invenire alia duo quadrata his æqualia.

Intelligitur B basis trianguli rectanguli, D perpendicularum, atque adeo quadratum hypotenuse æquale B quad. + D quad. & sit illa hypotenusa Z, latus rationale, irrationaleve. Et exponatur aliud triangulum quodcumque rectangulum numero, cuius hypotenusa X, basis F, perpendicularum G. Et ab iis duobus constituatur tertium triangulum rectangulum via synæreseos, diæreseosve, per ea quæ exposita sunt in notis. Erit per primam methodum hypotenusa similis Z in X, perpendicularum simile B in G. + D in F, basis similis B in F, — D in G. Per secundam hypotenusa erit similis Z in X, perpendicularum B in G, — D in F, basis B in F, + D in G. Et plana omnia similia lateribus effecti trianguli adplicentur ad X. Stante igitur Z hypotenusa, fit basis $\frac{B \text{ in } F}{X}$, perpendicularum $\frac{B \text{ in } G}{X}$, per primam methodum. Vel per secundam, fit basis $\frac{B \text{ in } F}{X}$, perpendicularum $\frac{B \text{ in } G}{X}$. Itaque hæc duo à lateribus rectum angulum includentibus quadrata, æquabuntur Z hypotenuse quadrato, cui etiam æquari constructum est B quad. + D quad. Quod erat faciendum.

Eoque recidit Analysis Diophantæa, secundum quam oporteat Z quadratum, planum-

numve, in duo quadrata jam dispectum, videlicet B quadratum & D quadratum, rursus in duo alia quadrata dispescere.

Latus primi constituendi quadrati, esto A + B. Secundi $\frac{S \text{ in } A}{R}$ — D. Et ab iis effingantur quadrata, & comparentur duobus datis quadratis.

Ergo A quad. + B in A. 2, + B quad. + $\frac{S \text{ quadrato in } A \text{ quadrato}}{R \text{ quadrato}}$, — $\frac{S \text{ in } D \text{ in } A. 2}{R}$, + D quad. æquabitur B quad. + D quadrato.

Qua æqualitate ordinata $\frac{S \text{ in } R \text{ in } D. 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ æquabitur A. Itaque latus primi constituti quadrati, quod erat A + B, fit $\frac{S \text{ in } R \text{ in } D. 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ + S quad. in B — R quad. in B. Latus secundi quadrati constituti, quod erat $\frac{S \text{ in } A}{R}$ — D, fit $\frac{S \text{ quad. in } D}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ — $\frac{S \text{ in } R \text{ in } B. 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ + R quad. in D. Quibus bene retextis, duo sunt constituta triangula. Primum cuius hypotenusa rationalis, irrationalisve Z, basis B, perpendicularum D. Secundum effectum à duobus lateribus S & R, cuius ideo hypotenusa fit similis S quad. + R quad. basis S quad. — R quad. perpendicularum S in R. 2, & ab iis effingitur tertium exposita via diæreseos. Et similia lateribus effecta solida adplicentur ad S quad. + R quad. Vnde fit Z communis sive primi sive tertii hypotenusa. Atque adeo quadrata à lateribus circa rectum illius primi, æqualia sunt quadratis à lateribus circa rectum huius tertii.

Quod si latus primi quadrati constituatur A — B, secundi $\frac{S \text{ in } A}{R}$ — D, $\frac{S \text{ in } R \text{ in } D. 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ + R quad. in B. 2, — $\frac{S \text{ in } R \text{ in } D. 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ + S quad. in B, — R quad. in B. Secundi $\frac{S \text{ in } R \text{ in } B. 2}{S \text{ quad.} + R \text{ quad.}}$ + S quad. in D, — R quad. in D. Quod est effingere tertium triangulum via exposita synæreseos.

Sit B 15, D 10, unde fit Z 325. Exponatur triangulum rectangulum numero, 5, 3, 4. Fit latus unum è quæstis 18, alterum 1. Vel unum 6, alterum 17.

ZETETICVM III.

Rursus, invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis.

Sint data duo quadrata, B quadratum, D quadratum. Oportet invenire duo alia quadrata iis æqualia. Effingatur triangulum rectangulum numero cuius B sit hypotenusa. Aliud rursus effingatur simile cuius D sit hypotenusa, & ab iis duobus similibus effingatur tertium triangulum, cuius hypotenuse quadratum æquale sit quadrato hypotenuse primi & secundi, methodo quæ exposita est in notis. Ergo quadratum hypotenuse huius effecti tertii æquabitur B quad. + D quad. Quibus etiam quadratis æquabantur quadrata laterum circa rectum. Et is etiam modus elicitur ex jam tradita Analysis Diophantæa.

Sit B 10. D 15. Primi trianguli constituentur latera circa rectum 8 & 6. Secundi primo similis, 12 & 9. Tertii latera circa rectum erunt 18 & 1, vel 6 & 17. à quibus binis quadrata, æquabuntur quadratis 10 & 15.

ZETETICVM IV.

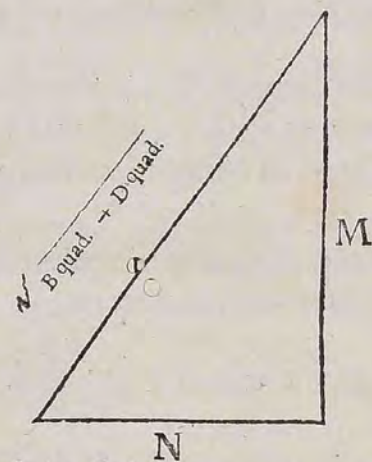
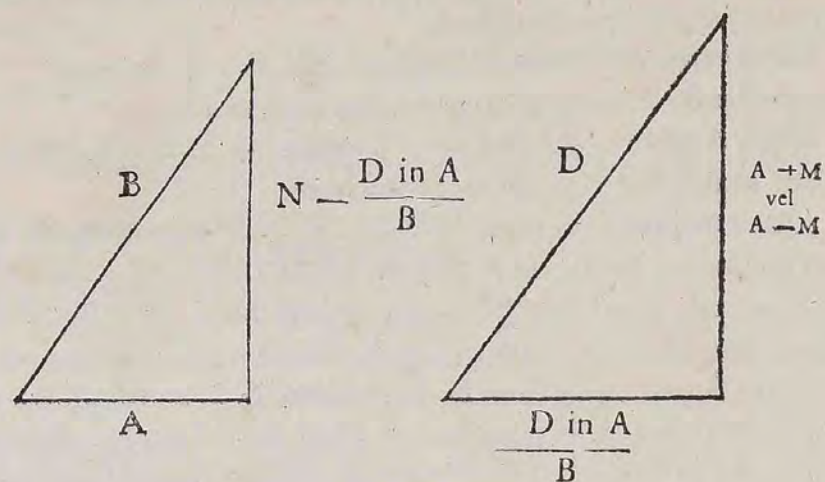
Invenire duo triangula rectangula similia datas habentes hypotenusas, & diducti ab iis tertii trianguli basis, composita ex perpendiculo primi & base secundi, erit ea quæ præfinitur.

Oportebit autem basim illam præfinitam præstare hypotenuse primi.

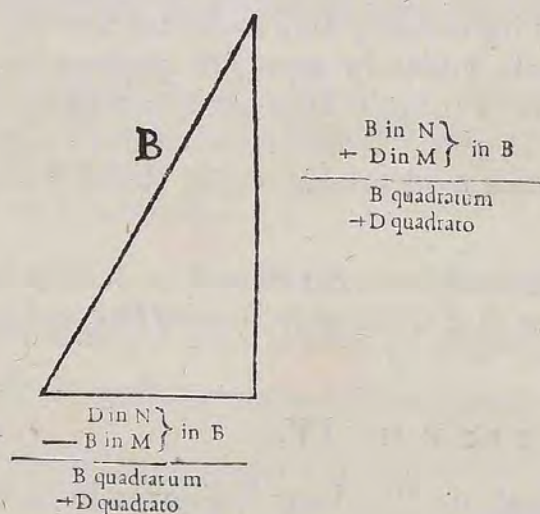
Sit trianguli primi data B hypotenusa, secundi primo similis D. Oportet ab iis diducere tertium triangulum, cuius basis æquetur N, composita ex perpendiculo primi & base secundi. B quad. + D quad. — N quad. æquetur M quad. Ergo diducti trianguli perpendicularum erit M. Sit autem A basis primi. Igitur basis similis secundi erit $\frac{D \text{ in } A}{B}$. Perpendicularum ideo primi N — $\frac{D \text{ in } A}{B}$. Perpendicularum vero secundi erit A + M, vel A — M, ut sit M differentia inter basim primi & perpendicularum secundi. Sit sane primo casu A + M, erit igitur ut B ad D, ita N — $\frac{D \text{ in } A}{B}$ ad A + M. Quo analogismo resoluta & omnibus bene ordinatis, fit $\frac{D \text{ in } N \text{ in } B}{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}$ — $\frac{B \text{ in } M \text{ in } B}{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}$ æqua.

æquale A. Seu re-
vocata ad analo-
gismum æquali-
tate, est, ut Bq.
+ Dq. ad D in
N — B in M, ita
B ad A.

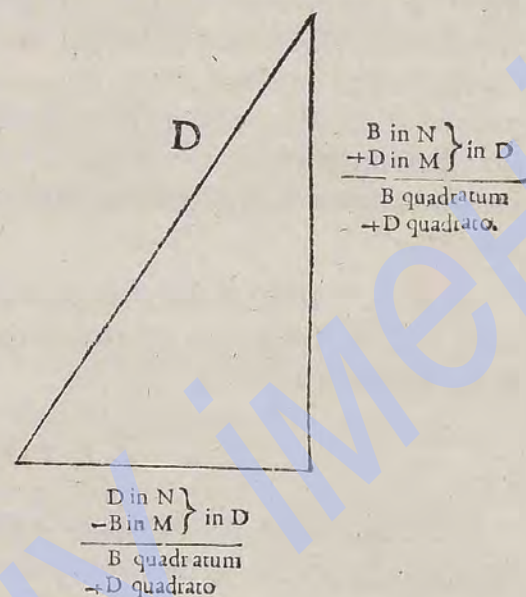
Secundo vero
casu, fit perpen-
diculum secundi
A—M. Erit igitur
ut B ad D, ita
 $N - \frac{D \text{ in } A}{B}$ ad A—
M. Quo analo-
gismo resoluta,
& omnibus ri-
te peractis fit
 $\frac{D \text{ in } N \text{ in } B + B \text{ in } M \text{ in } B}{B \text{ quad.} + D \text{ quad.}}$
æquale A. Seu re-
vocata ad analo-
gismum æquali-
tate, est, ut Bq.
+ Dq. ad D in
N + B in M,
ita B ad A.



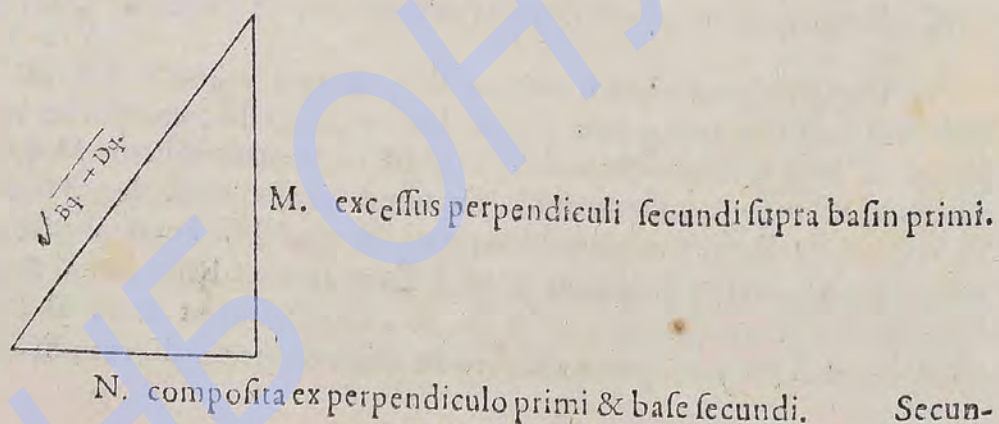
Duo igitur quæsitæ triangula ita se habent,
Primo casu, Primum fit.



Secundum.



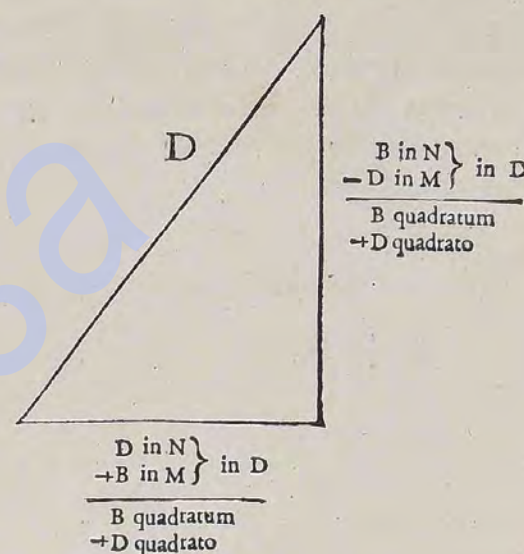
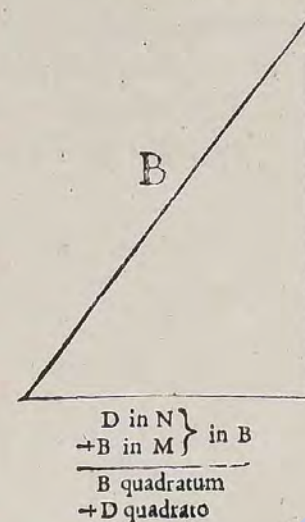
Vnde tertium.



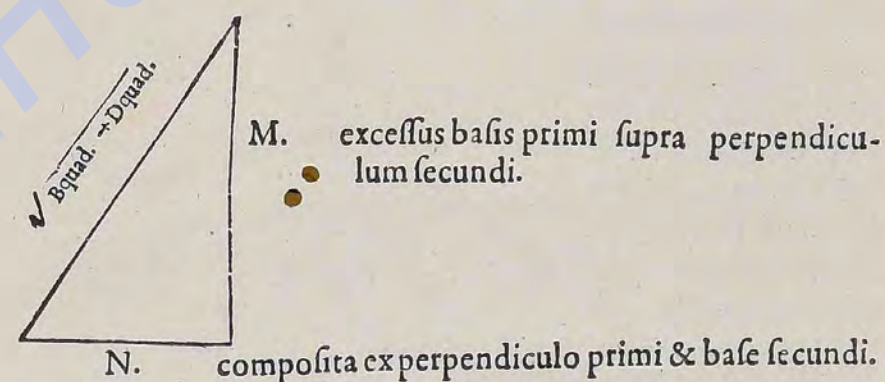
Secun-

Secundo casu, Primum fit.

Secundum.



Vnde tertium.



Apparet autem primo casui tum demum locum esse, cum D in N præstat ipsi B in M. Secundo vero cum B in N præstat ipsi D in M.

ZETETICVM V.

Invenire numero duo quadrata, æqualia duobus datis quadratis, ut quæ-
fitorum alterum consistat intra limites præstitutos.

Sint data B quadratum, Dq. Oportet alia duo quadrata iis æqualia constituere, quo-
rum alterum præstat quidem F plano, sed cedat G plano.

Intelligatur Zq. aliudve planum æquale Bq. + Dq. Ergo Z rationalis, irrationalis-
ve est hypotenusa trianguli rectanguli, cujus latera circa rectum sunt B & D. Quæri-
ritur autem aliud triangulum rectangulum, cujus hypotenusa quoque sit Z, unum ve-
ro è lateribus circa rectum (utpote basis) sit major N, sed minor quam S. Eo igitur
reducitur res. Vt

Inveniendæ sint numero duo triangula rectangula similia, datas habentes B & D hy-
potenusas, & diducti ab iis tertii trianguli basis, composita ex perpendiculo primi &
base secundi, consistat intra limites præfinitos.

Itaque Zq. — Nq. æquetur Mq. Et Zq. — Sq. æquetur Rq.

Si igitur N statuatur basis tertii diducendi trianguli in duobus similibus triangulis
datas habentibus hypotenusas, erit per primum casum antecedentis Zetetici ratio diffe-
rentiæ basis & hypotenuse ad perpendiculum, ut Zq. — D in N, + B in M ad B in
N, + D in M, seu ut X ad $\frac{X \text{ in } B \text{ in } N, + X \text{ in } D \text{ in } M}{Z \text{ quad.} - D \text{ in } N + B \text{ in } M}$, qui limes est primus.

Et si S statuatur basis ejus tertii trianguli, erit ob eandem expositam causam ratio
differentiæ basis & hypotenuse ad perpendiculum, ut Zq. — D in S, + B in R ad
B in S, + D in R, seu ut X ad $\frac{X \text{ in } B \text{ in } S, + X \text{ in } D \text{ in } R}{Z \text{ quad.} - D \text{ in } S + B \text{ in } R}$. Qui limes est secundus.

I

Posita

Posita igitur X ad differentiam basis & hypotenuse in effingendis duobus similibus triangulis, adsumatur quælibet alia rationalis. Et sit T, consistens inter $\frac{X \text{ in } B \text{ in } N, + X \text{ in } D \text{ in } M.}{Z \text{ quad.} = D \text{ in } N, + B \text{ in } M.}$ & $\frac{X \text{ in } B \text{ in } S, + X \text{ in } D \text{ in } R.}{Z \text{ quad.} = D \text{ in } S, + B \text{ in } R.}$ Et ab iis duabus radicibus X & T effingetur triangulum rectangulum numero, cui similia duo effingentur triangula, primum habens B hypotenusam, alterum D. & ab iis duobus diducetur tertium, ita ut basis tertii illius composita sit ex perpendicularo primi & base secundi, ipsaque consistet inter N & S, juxta problematis conditionem.

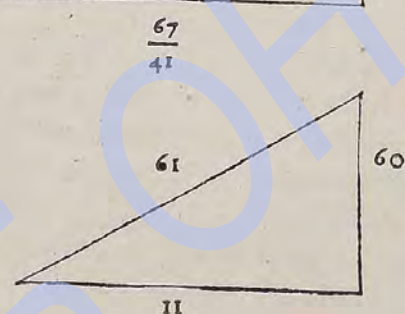
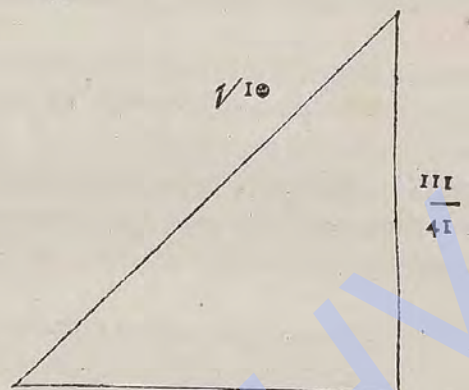
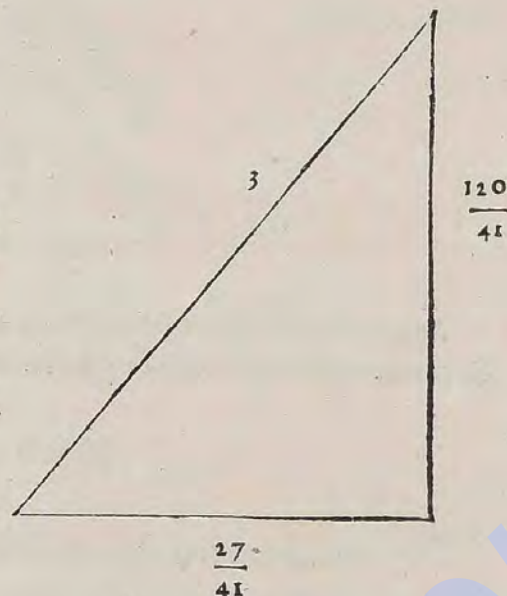
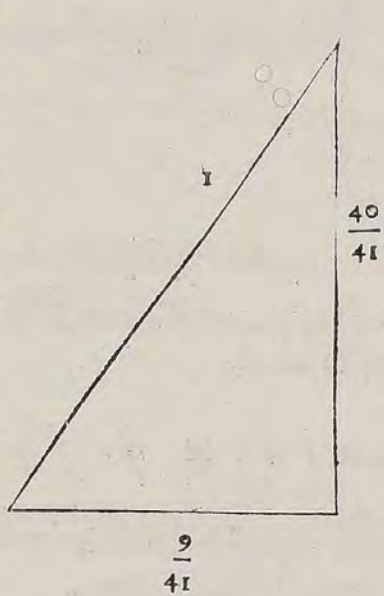
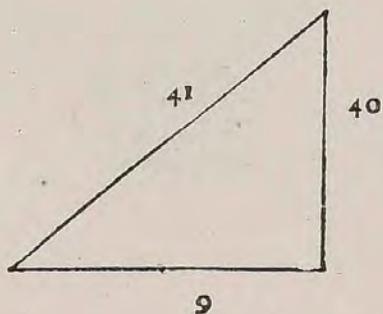
Sit B 1, D 3, N $\sqrt{2}$, S $\sqrt{3}$, fit Z $\sqrt{10}$. M $\sqrt{8}$. R $\sqrt{7}$. Positaque X 1, eligitur quadam T consistens inter $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{10}$ & $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{10}$.

Sit illa $\frac{1}{4}$. Ergo ab 1 & $\frac{1}{4}$, seu abs 4 & 5 effingetur triangulum. Et ei similia duo effingentur triangula datas habentia hypotenusas 1 & 3. Et diducti ab iis tertii basis composita ex perpendicularo similis primi & base similis secundi fit $\frac{67}{41}$, cujus quadratum est $\frac{4489}{1681}$ majus quam 2, sed minus quam 3. Perpendicularum vero eveniet $\frac{111}{41}$, cujus quadratum est $\frac{12321}{1681}$. Quæ duo quadrata valent 10 sicut quadrata abs 1 & 3.

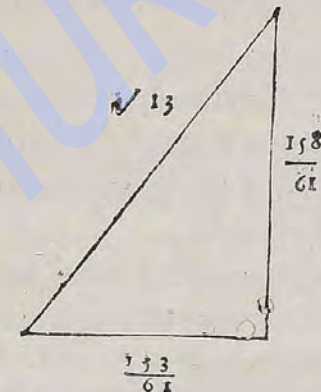
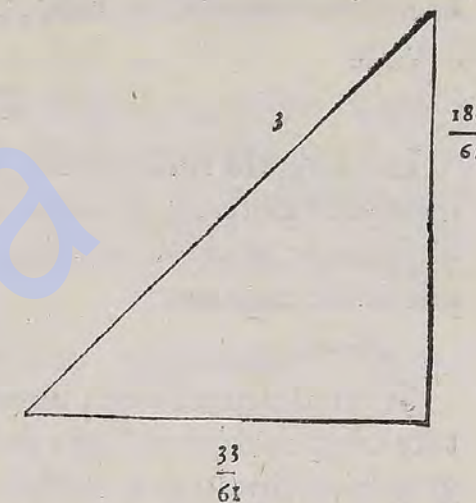
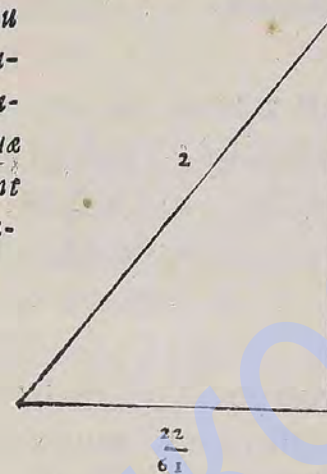
Aliud exemplum.

Sit B 2, D 3, N $\sqrt{6}$, S $\sqrt{7}$, fit Z $\sqrt{13}$. M $\sqrt{7}$. R $\sqrt{6}$. positaque X 1 eligitur quadam T consistens inter $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{13}$ & $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{13}$. Sit $\frac{5}{6}$, ergo abs 1 & $\frac{5}{6}$ effingetur triangulum, seu abs 5 & 6. Et ei similia effingentur duo triangula datas habentia hypotenusas 2 & 3.

Et deducti ab iis tertii basis fit $\frac{153}{61}$ composita ex perpendicularo primi & base secundi. Hujus quadratum est $\frac{23409}{3721}$ majus quam 6, seu $\frac{23409}{3721}$, sed mi-



nus quam 7, seu $\frac{26047}{3721}$. Perpendicularum est $\frac{158}{61}$ cujus quadratum est $\frac{24964}{3721}$. Quæ duo quadrata valent $\frac{48373}{3721}$ seu 13, sicut quadrata abs 2 & 3.



ZETETICVM VI.

Invenire numero duo quadrata, distantia dato intervallo.

Sit datum intervallum, B planum. Oportet invenire numero duo quadrata, distantia per B planum.

Est igitur B planum quadratum à base trianguli rectanguli, & quærentur quadrata hypotenuse & perpendiculari rationalia, quæ distabunt per datum basis quadratum.

At vero basis proportionalis est inter differentiam perpendiculari & hypotenuse & aggregatum eorumdem laterum.

Quare adsumatur quæcumque rationalis longitudo ad quam adplicetur B planum, orietur quoque latitudo rationalis.

Longitudo itaque ad quam facta adplicatio est, si quidem latitudine sit minor, erit differentia perpendiculari & hypotenuse, latitudo vero ipsa aggregatum, & è converso. Atque adeo habebuntur numero perpendicularum & hypotenusa.

ALITER. A quadratum sit quadratum unum è quæsitis, utpote quadratum perpendiculari. Ergo A quad. + B plano æquabitur quadrato, videlicet hypotenuse. Sit illud abs A + D. Vnde cum sit D differentia inter perpendicularum & hypotenuse, A quad. + D in A 2, + D quad. æquabitur A quad. + B plano. Quæ æqualitate ordinata: $\frac{B \text{ plan.} + D \text{ quad.}}{D^2}$ æquabitur A.

Vnde

THEOREMA.

In triangulo rectangulo, si quadratum lateris primi circa rectum, multiplicatum quadrato differentie inter latus secundum & hypotenuse, adplicetur ad duplum illius differentie, latitudo quæ oritur, erit ipsi lateri secundo circa rectum æqualis.

ALITER. Sit E quadratum unum è quæsitis, utpote quadratum hypotenuse.

Ergo E quad. — B plano æquabitur alteri quadrato, nimirum quadrato perpendiculari.

Sit abs E — D, unde fit D differentia inter perpendicularum & hypotenuse.

Ergo E quad. — D in E 2, + D quad. æquabitur E quad. — B plano.

I 2

Et

Et omnibus bene ordinatis $\frac{B \text{ planum} + D \text{ quadratum}}{D^2}$ æquabitur E.

Vnde

T H E O R E M A.

In triangulo rectangulo, si quadratum unius lateris circa rectum, plus quadrato differentie inter latus reliquum circa rectum & hypotenusam adplicetur ad duplum illius differentie, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Æque,

Si quadratum lateris unius circa rectum plus quadrato adgregati ex latere circa rectum reliquo & hypotenusa, adplicetur ad duplum illius adgregati, latitudo quæ oritur, erit ipsi hypotenusæ æqualis.

Vnde est,

Ut adgregatum hypotenusæ & alterius laterum circa rectum ad differentiam eorundem, ita quadratum adgregati adjunctum multatum-ve quadrato lateris circa rectum reliqui ad quadratum lateris reliqui adjunctum multatum-ve quadrato differentie.

Sit B planum 240. D 6. Fit A $\frac{240 + 36}{12}$ seu 17. E $\frac{240 + 36}{12}$ seu 23. Quadratum igitur lateris 23, distat abs quadrato lateris 17, per 240. Illud nempe est 529, hoc 289.

Sit triangulum 5, 4, 3 est ut 9 ad 1, ita 90 ad 10, & ita 72 ad 8. Sic licet

Dato plano quadratum addere, & efficere quadratum.

Datum enim planum intelligitur quadratum alterius lateris circa rectum. Quadratum autem differentie lateris circa rectum reliqui ab hypotenusa, vel horum summæ adsumetur bene proxima dato plano.

Sit 17 datum planum, sumetur differentia 4. Ergo 17 — 16 adplicabitur ad 8 & oritur $\frac{7}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusæ quadratum est 17 $\frac{1}{4}$, cujus latus est $\frac{33}{8}$, seu 4 $\frac{1}{8}$ latus bene proximum vero quadrati 17.

Sit 15 datum planum, sumetur adgregatum 4. Ergo 15 — 16 adplicabitur ad 8, & orietur — $\frac{1}{8}$ perpendiculum. Vnde hypotenusæ quadratum est 15 $\frac{1}{4}$, cujus latus est $\frac{31}{8}$ seu 3 $\frac{7}{8}$.

Z E T E T I C V M VII.

Invenire numero planum, quod adjectum alterutri datorum duorum planorum, conficiat quadratum.

Sint data duo plana B planum, D planum. Oportet invenire aliud planum quod adjectum sive B plano, sive D plano, sit numero quadratum.

Adjectitium illud planum, sit A planum. Ergo B planum + A plano æquatur quadrato. Et rursus D planum + A plano æquatur quadrato. Hic igitur duplex ordinanda æquatio, inquit Diophantus. Sit autem B planum majus D plano. Differentia igitur horum effingendorum quadratorum, est B planum — D plano. At vero quadratum adgregati duorum laterum præstat quadrato differentie eorundem, per quadruplum rectangulum sub lateribus. Ergo B planum — D plano intelligitur esse quadruplum rectangulum sub lateribus. Vnde sit B planum + A plano quadratum adgregati laterum. D planum + A plano quadratum differentie. Atque adeo A planum, quadratum adgregati laterum, multatum B plano. Vel quadratum differentie laterum, multatum D plano.

Eo igitur recidit res ut $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano}}{4}$, id est rectangulum sub lateribus, resolvatur in duo sub quibus sit, latera. Vnum esto G, idemque majus differentia $\sqrt{B \text{ plani}} \& \sqrt{D \text{ plani}}$, vel minus adgregato. Alterum $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano}}{G^4}$. Latus igitur majoris quadrati erit $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano} + G \text{ quadrato}}{G^4}$, minoris $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano} - G \text{ quadrato}}{G^4}$.

Sit B planum 192, D planum 128. Differentia est 64 quadruplum rectangulum sub duobus lateribus. Simpliciter ideo est 16, factum abs lateribus 1 & 16, quorum summa 17, differentia 15, & cum à summa quadrato 289, aufertur 192, relinquit 97. Ergo 192 + 97 facit quadratum adgregati laterum,

laterum, quod est 289; & 128 + 97 consequenter facit quadratum differentie, quod est 225. Ita-que Problemati satisficit.

Potuit autem opus quoque ita peragi. Quoniam sive B plano, sive D plano adjiciendum est idem planum ut efficiatur quadratum. Planum illud sit A quadratum — B plano. Cum igitur ei addetur B planum, fiet quadratum, nempe A quadratum. Superest igitur ut D planum + A q. — B plano, æquetur quadrato. Effingatur abs F — A. Ergo A q. + F q. — F in A 2 æquabitur D plano, + A q. — B plano. Qua æqualitate bene ordinata, $\frac{F q. + B \text{ plano} - D \text{ plano}}{F^2}$ æquabitur A.

Sit B planum 18. D planum 9. F 9. Fit A 5. Planum addititium 7, quod additum ad 18 facit 25, ad 9 facit 16. quadrata ab 5 & 4.

Z E T E T I C V M VIII.

Invenire numero planum, quod ablatum alterutri duorum datorum planorum, relinquat quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire numero aliud planum, quod demptum sive à B plano, sive D plano relinquat quadratum. Planum illud ablatitium quæsitum, esto B planum — A q. Cum igitur ab B plano auferetur B planum — A q. relinquetur A q. Idem cum auferetur à D plano, relinquet D planum — B plano + A q. idcirco adæquandum quadrato. Sit illud abs A — F. Ergo $\frac{F q. + B \text{ plano} - D \text{ plano}}{F^2}$ æquabitur A.

Rursus obvoluta est electio F, ut A latitudinis ortivæ quadratum cedat sive B plano, sive D plano. Quare duplex potius ordinanda æqualitas. Nempe planum ablatitium, esto A planum. Ergo B planum — A plano æquatur quadrato, & D planum — A plano æquatur quadrato. Sit B planum majus D plano. differentia horum est B planum — D plano. Quare B planum — D plano, intelligitur quadruplum rectangulum sub lateribus. B planum — A plano, summæ illorum laterum quadratum. D planum — A plano differentie illorum laterum quadratum. Ipsum vero A planum, est excessus quo B planum præstat quadrato adgregati, vel D planum quadrato differentie.

Sit igitur latus unum G, idemque majus differentia $\sqrt{B \text{ plani}} \& \sqrt{D \text{ plani}}$, vel minus adgregato; alterum erit $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano}}{G^4}$, & horum summæ quadratum cum auferetur abs B plano, vel quadratum differentie abs D plano, residuum erit A planum.

Sit B planum 44. D 36. G latus unum, oritur 2 latus alterum, summa laterum 3. Differentia 1 quadrata 9 & 1. Planum igitur ablatitium 35, quod cum auferetur abs 44 relinquit 9, cum autem à 36 relinquit 1.

Z E T E T I C V M IX.

Invenire numero planum, à quo cum auferetur alterutrum datorum duorum planorum, conficiatur quadratum.

Sint data numero duo plana, B planum, D planum. Oportet invenire planum à quo cum auferetur sive B planum, sive D planum, relinquetur numero quadratum. Planum hujusmodi à quo subductio facienda est, esto A planum. Igitur A planum — D plano æquatur quadrato. Et rursus A planum — B plano æquatur quadrato. Atque in hac hypothesi duplex rursus æquatio ordinanda. Sit autem B planum majus D plano. Ergo majus quadratum, A planum — D plano intelligitur quadratum adgregati duorum laterum; minus vero, A planum — B plano quadratum differentie; intervallum denique B planum — D plano quadruplum rectangulum sub lateribus. Sit igitur latus unum G, alterum erit $\frac{B \text{ planum} - D \text{ plano}}{G^4}$ & horum summæ quadratum cum adjungetur B plano, vel quadratum differentie B plano, summa erit A planum, à qua cum auferetur D planum relinquetur quadratum adgregati, cum D planum quadratum differentie.

Sit B planum 56, D planum 48, G latus unum, oritur 2 latus alterum. Summa horum 3. differentia 1. Vnde A planum fit 57 quod cum multabitur D plano, relinquitur 9; cum B plano, relinquitur 1.

ZETETICVM X.

Invenire numero duo latera sub quibus quod fit planum, addito utriusque quadrato, fit quadratum.

Sit latus unum B, alterum A. Oportet $Aq. + B \text{ in } A. + Bq.$ æquari quadrato. Fingatur illud abs $A - D$ & ordinetur æquatio. $\frac{D \text{ quad.} - B \text{ quad.}}{B + D 2.}$ æquabitur A. Vnde latus primum fit simile $Bq. + B \text{ in } D 2.$ secundum $Dq. - Bq.$ Quod autem sub iis fit, adjectum utriusque quadrato est simile D quadrato-quadrato, + B quadrato-quadrato, + B quadrato in D quadrato 3, + B cubo in D 2, + B in D cubum 2. Ipsa autem radix B quadrato, + D quadrato, + B in D.

Sit D 2, B 1. Vnum è lateribus est 5, alterum 3. radix autem quadrati compositi è singulis horum quadratis & plano sub lateribus, est 7; nempe 49 constat 25, 15, 9.

Lemma ad sequens Zeteticum.

Sunt æqualia tria solida à duobus lateribus diducta, Vnum à latere primo in quadratum secundi, adjectum rectangulo sub lateribus.

Alterum à latere secundo in quadratum primi adjectum rectangulo.

Tertium ab laterum summa in ipsum rectangulum.

Sunt duo latera B & D. Dico tria solida ab iis diducta esse æqualia.

Primum abs B in $D \text{ quad.} + B \text{ in } D.$

Secundum abs D in $B \text{ quad.} + B \text{ in } D.$

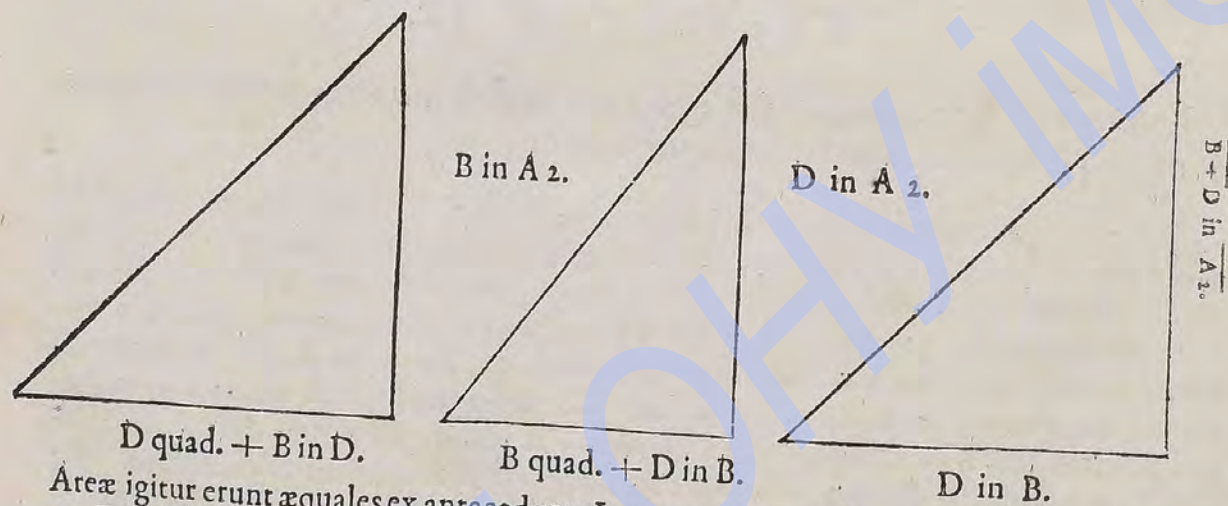
Tertium abs $B + D$ in $B \text{ in } D.$

Id autem in conspicuo est: quoniam singula hæc tria solida faciunt $B \text{ in } Dq. + D \text{ in } Bq.$

ZETETICVM XI.

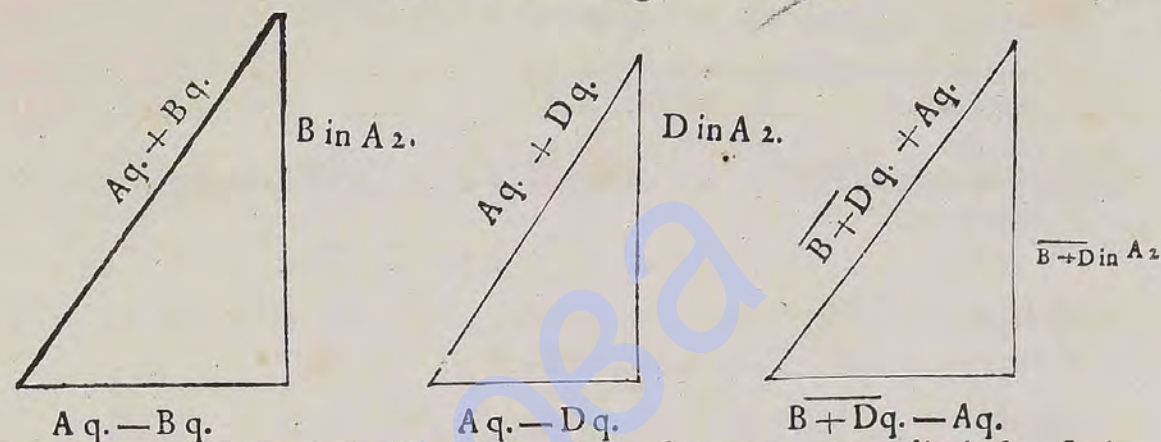
Invenire numero tria triangula rectangula, æqualis areæ.

Perpendiculum primi trianguli, esto simile B in A 2. Basis vero, $Dq. + B \text{ in } D.$ Secundi, D in A 2. Basis, $Bq. + B \text{ in } D.$ Tertii, $\frac{B + D}{2}$ in A 2. Basis, D in B.



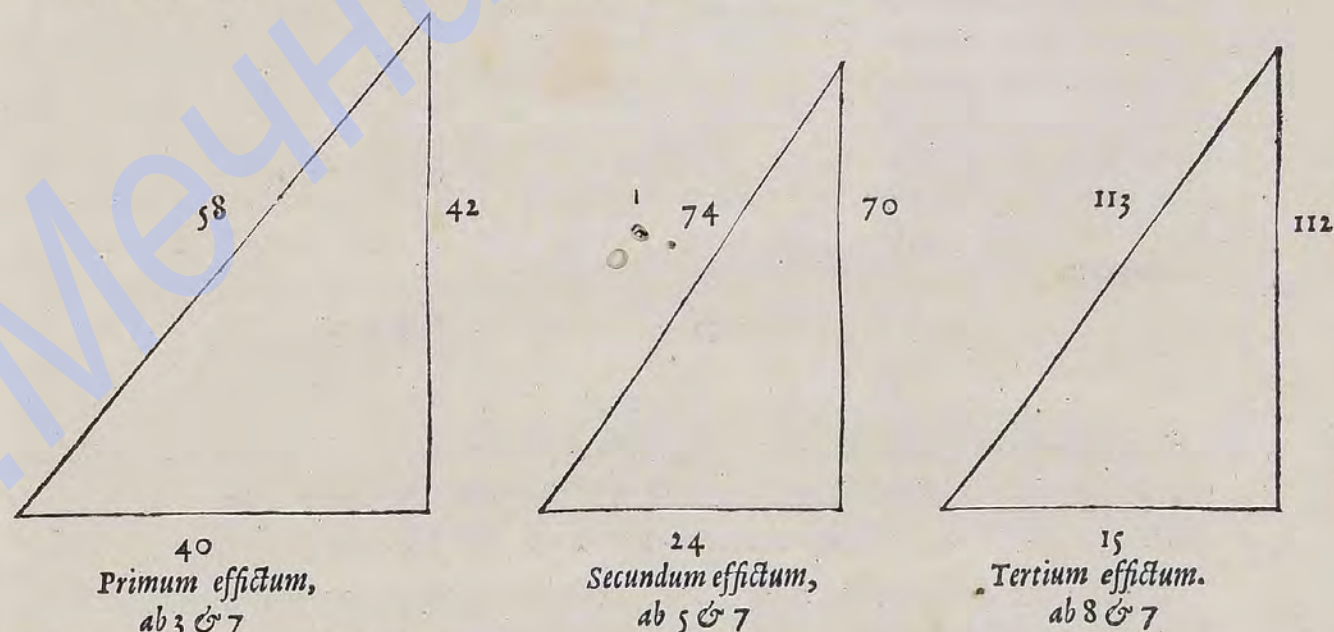
Areæ igitur erunt æquales ex antecedente Lemmate, nempe singulæ erunt B in Dq. in A, + D in Bq. in A. Superest igitur ut plana hypotenuse similia, sint rationalia. At vero talia latera B & D possunt per antecedens Zeteticum eligi, ut $Bq. + Dq. + B \text{ in } D,$ æquetur quadrato. Tale quadratum, esto Aq. fit primi trianguli basis per interpretationem $Aq. - Bq.$ Secundi $Aq. - Dq.$ Tertii $\frac{B + D}{2}$ quadratum, - A quad.

A qua-



A qualibus autem lateribus bases sunt differentie quadratorum, perpendiculara sunt similia duplo sub iis rectangulo. Constabunt igitur hypotenuse adgregato eorumdem quadratorum, ex regulari triangulorum effectione. Vnde hypotenusa primi similis fit $Aq. + Bq.$ Secundi $Aq. + Dq.$ Tertii $B + Dq. + Aq.$ Itaque problemati satisficit.

Sit B 3, D 5. fit A 7. Et triangula se habent in numeris, ut hic

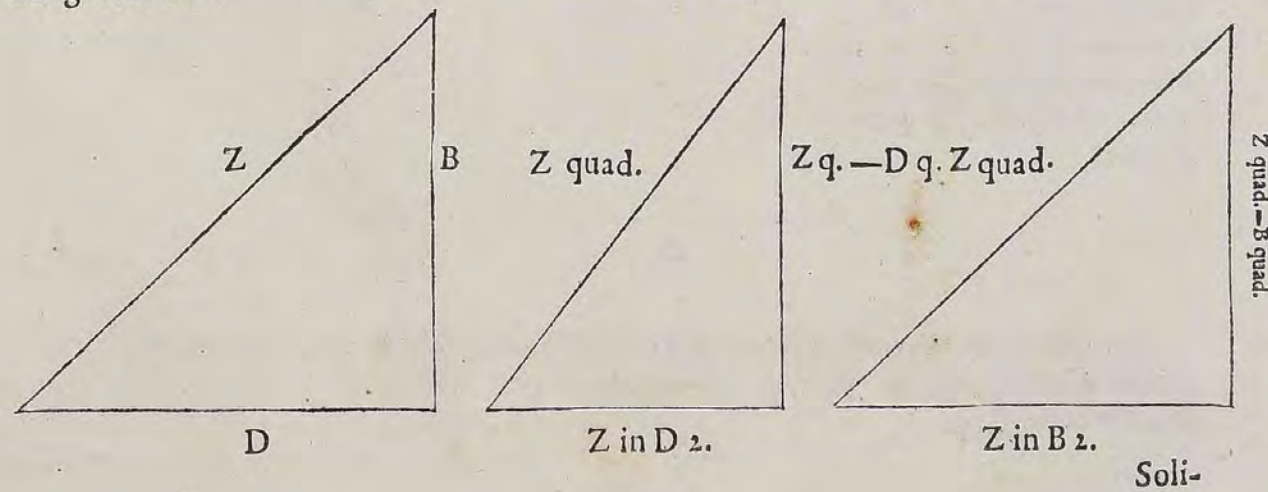


Horum trium communis area 840.

ZETETICVM XII.

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub perpendicularis ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Exponatur numero rectangulum quodcumque triangulum, cuius hypotenusa detur Z, basis D, perpendiculum B. Et effingatur triangulum secundum abs Z & D, & Z in D 2 adsignetur basi. Effingatur denique triangulum tertium ab Z & B, & Z in B 2 adsignetur basi.



Solidum sub perpendicularis ad solidum sub basibus se habet ut B q. ad Z q. 4.

Sit primum triangulum 5, 3, 4.

Secundum erit 34, 30, 16.

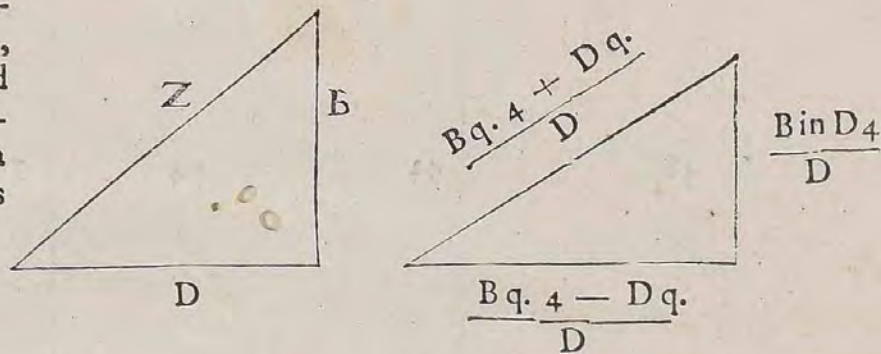
Tertium 41, 40, 9.

Solidum sub perpendicularis 4, 16, 9. ad solidum sub basibus 3, 30, 40 se habet ut quadratum abs 4 ad quadratum abs 10.

ZETETICVM XIII.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendicularis, minus plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cuius hypotenusa detur Z, basis D, perpendicularum B, ita tamen ut perpendicularum duplum præstet D basi. Et effingatur aliud triangulum abs B dupla & D, vel iis similibus radicibus, & B in D 4 adsignetur perpendicularo, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad D. Planum sub perpendicularis, multatum sub basibus plano, relinquit D qu. vel aliud simile B qu. prout radicem cum ipsis B dupla & D similitudo opus immutavit.

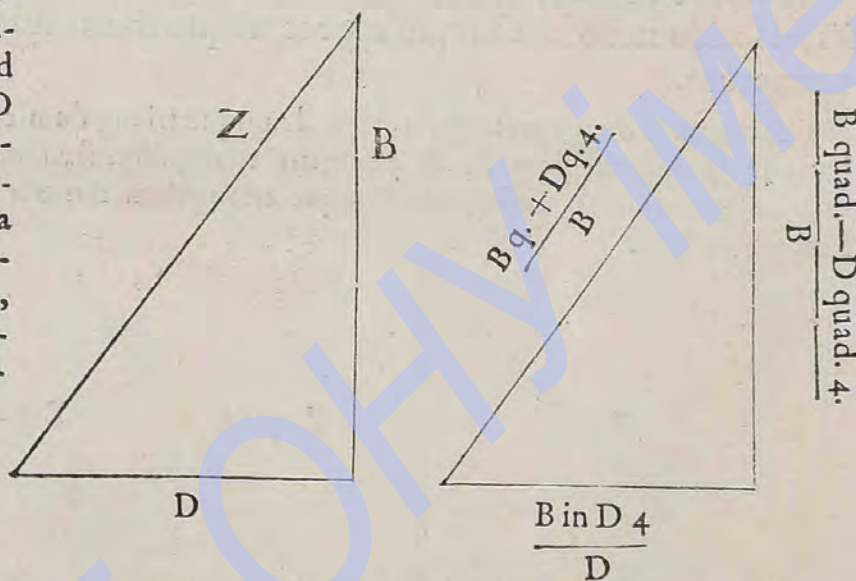


Sit primum triangulum rectangulum 15, 9, 12. Secundum erit 73, 55, 48, factum sub perpendicularis 576 differt a facto sub basibus 495, differentia 81 quadrata, cuius radix est 9.

ZETETICVM XIV.

Invenire numero duo triangula rectangula, ut planum sub perpendicularis, adjunctum plano sub basibus, sit quadratum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum, cuius hypotenusa detur Z, basis D, perpendicularum B, ita tamen ut per perpendicularum B præstet basi D duplæ. Et effingatur aliud triangulum abs B & D dupla, & B in D 2 bis adsignetur basi, & generaliter similia lateribus plana adplicentur ad B. Planum sub perpendicularis, adjunctum plano sub basibus componit B quadratum.



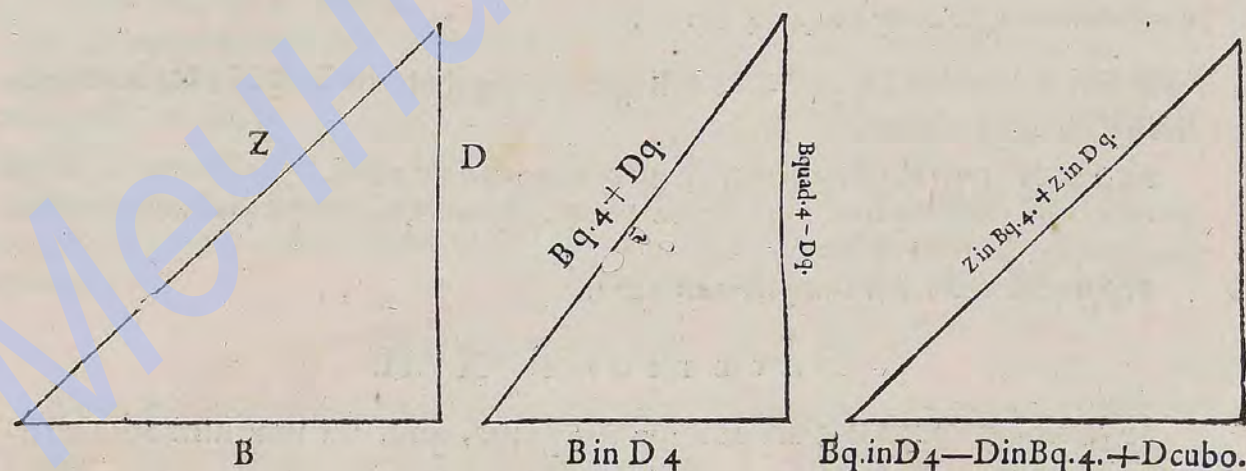
Sit primum triangulum rectangulum 13, 12, 5. Efficitur triangulo abs 5 & 6, vel similibus 10 & 12. Secundum erit 61, 60, 11. Factum sub perpendicularis 396. Sub basibus 900. Summa 1296 quadrata, cuius radix est 36.

ZETE-

ZETETICVM XV.

Invenire numero tria triangula rectangula, ut solidum sub hypotenuse ad solidum sub basibus, se habeat ut quadratus numerus ad quadratum numerum.

Exponatur numero triangulum quodvis rectangulum cuius hypotenusa Z, basis B, perpendicularum D, ita tamen ut basis B duplum præstet D perpendicularo. Et effingatur secundum triangulum abs B dupla & D. Et B in D 4 adsignetur basi. Tertii denique trianguli hypotenusa similis esto facto sub hypotenuse primi & secundi. Basis facto sub basibus eorumdem, minus facto sub perpendicularis. Vnde consequenter perpendicularum æquale est factis à basibus in perpendiculara alterne. Solidum sub hypotenuse ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.

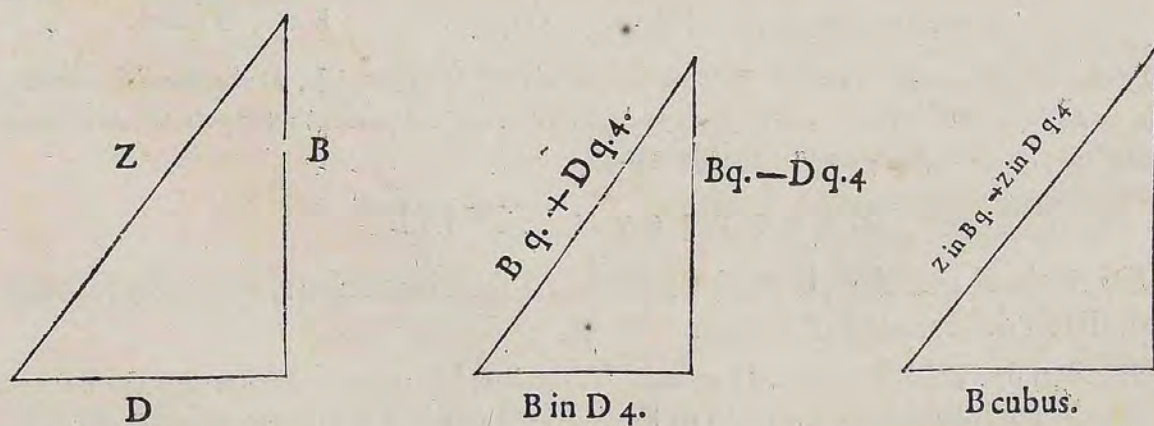


Sit primum triangulum 5, 3, 4. Secundum erit 13, 12, 5. Tertium 65, 16, 63.

Et se habet solidum sub hypotenuse ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 65 ad quadratum abs 24.

Vel exponatur numero triangulum rectangulum, cuius hypotenusa Z, basis D, perpendicularum B, ita tamen ut B præstet D basi duplo, & illud sit primum. Secundum autem effingatur abs B & D dupla, & B in D 4 adsignetur basi. Tertii denique hypotenusa similis esto, facto sub hypotenuse primi & secundi. Basis, facto sub basibus, plus facto sub perpendicularis. Unde perpendicularum æquale sit differentie factorum à basibus in perpendiculara alterne.

Solidum sub hypotenuse ad solidum sub basibus se habebit, ut quadratum ad quadratum.



Sit primum triangulum 13, 5, 12. Secundum erit 61, 60, 11. Tertium 793, 432, 665.

Et se habebit solidum sub hypotenuse ad solidum sub basibus, ut quadratum abs 793 ad quadratum abs 360.

K

ZETE-

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area æquetur datæ statutis conditionibus.

Vt pote si area detur $\frac{B \text{ quad.} - X \text{ quad.}}{D \text{ quad.}}$. Effingetur triangulum abs B q. & X q. & plano-plana lateribus similia adplicabuntur ad X in D in B.

Sit B 3, X 1, D 2. Sunt igitur duo quadrato-quadrata 8, & 1, differentia quadrato-quadrata 80. Detur area $\frac{80}{4}$ id est 20; effingetur triangulum abs 9 & 1, & fit area $\frac{720}{36}$.

Itaque cum præscribitur numerus areae videndum est an idem qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, adjecta unitate aliove quadrato-quadrato, fiat quadrato-quadratum.

Vt si proponatur 15, quoniam 15 ad 1 adjectus, facit 16 quadrato-quadratum abs 2, fiet triangulum abs 4 & 1.

Et si area detur $\frac{D \text{ cubus in } X - X \text{ cubus in } D}{X \text{ quad.}}$. Effingetur triangulum abs D & X, & plana lateribus similia adplicabuntur ad X.

Sit D 2, X 1. Atque ideo detur area 6; effingetur triangulum abs 2 & 1, & eveniet area 6. Itaque cum præscribitur numerus areae, videndum erit an is qui proponitur, vel idem per quadratum numerum multiplicatus, sit cubus multatus latere.

Vt si proponatur 60. Fiet triangulum abs 4 & 1.

ZETETICVM XVII.

Invenire numero tria proportionalia plana, quorum medium adscito si-
ve primo si-ve postremo, sit quadratum.

Sit medium planorum E planum. Et primum statuitur B quad. — E plano, postre-
mum G q. — E plano. Cum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum,
nempe B quadratum. Æque cum postremo addetur E planum, fiet quadratum, nem-
pe G quadratum. Restat igitur ut ea tria plana proportionalia sint, & consequenter quod
à medio sit in se, æquetur ei quod sit sub extremis, qua comparatione secundum artem
inita, $\frac{B \text{ quad. in } G \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}}$ invenitur æquari E plano. Vnde tria proportionalia plana se ha-
bent hujusmodi.

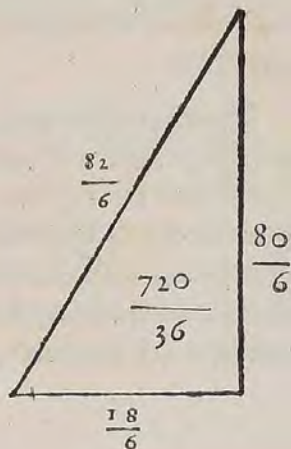
Primum	Secundum	Tertium
$\frac{B \text{ quad. quad.}}{B q. + G \text{ quad.}}$	$\frac{B \text{ quad. in } G \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}}$	$\frac{G \text{ quad. quad.}}{B q. + G \text{ quad.}}$

Sit B 1, G 2. Plana quæ sita erunt. Primum $\frac{1}{3}$. Secundum $\frac{2}{3}$. Tertium $\frac{16}{3}$. Medium adscito primo,
facit 1; adscito secundo, facit 4. Eadem plana ducantur in aliquot quadratum ut pote 25, ad tollenda
pacta. Fient 5, 20, 80, plana conditionis imperatae.

ZETETICVM XVIII.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum summa
æqualis sit differentiaë datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Oportet invenire duos
alios cubos, quorum summa æqualis sit B cubo — D cubo. Latus primi quærendi cubi,
esto B — A. Latus secundi, $\frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}}$ — D. Et efformentur cubi & comparentur B cu-
bo — D cubo, invenitur $\frac{D \text{ cubus in } B^3}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque primi quæsit cubi latus
 $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Et horum cuborum summa æqualis est
B cubo — D cubo. Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æ-
qualis.



qualis. Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D, illo majore, hoc minore. Latus
compositi cubi fit simile $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Latus singularis primi cubi $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$.
Secundi $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Tertii $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Evidens autem est ex processu
exigi, ut majoris adsumpti lateris cubus præstet cubo duplo minoris.

Sit B 2, D 1. Cubus à radice 6 æquabit singulares cubos à radicibus 3, 4, 5. Cum itaque dabuntur
cubi ab 6 N, & 3 N: exhibentur cubi ab 4 N & 5 N, & horum summa illorum differentia, erit æqualis.

ZETETICVM XIX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum diffe-
rentia æquet summam datorum.

Sint dati illi duo cubi, B cubus, D cubus; ille major, hic minor. Latus primi quæren-
di cubi B + A, secundi $\frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}}$ — D. Et efformentur cubi & horum differentia compa-
retur B cubo + D cubo, invenitur $\frac{D \text{ cubus in } B^3}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque majoris quærendi
cubi latus erit $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Et horum differentia
æqualis est B cubo + D cubo.

Sic licet invenire quatuor cubos quorum major tribus reliquis erit æqualis.

Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. Latus com-
positi cubi fit simile $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Latus singularis primi, $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$.
Secundi, $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$. Tertii, $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} + D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} + D \text{ cubo}}$.

Sit B 2, D 1. Cubus ab 20 invenitur æqualis singularibus cubis ab 17, 14, 7. Cum itaque dabun-
tur cubi à 14 N & 7 N: exhibebuntur cubi ab 20 N & 17 N, & horum differentia summa illorum
erit æqualis.

ZETETICVM XX.

Datis duobus cubis, invenire numero duos alios cubos, quorum diffe-
rentia æquet differentiam datorum.

Sint dati duo cubi, B cubus, D cubus; hic major, ille minor. Latus primi quærendi
cubi esto A — D. Secundi $\frac{D \text{ quad. in } A}{B \text{ quad.}}$ — B, & efformentur cubi, & horum differentia com-
paretur B cubo — D cubo, invenitur $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - B \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$ æquari A. Itaque latus primi cubi fit
 $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Secundi $\frac{B \text{ in } D \text{ cubum} - B \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. & horum differentia, æqualis est differentiaë B
cubi & D cubi. Eodem opus recidit si primi quærendi cubi radix statuatur B — A, se-
cundi D — $\frac{B \text{ quad. in } A}{D \text{ quad.}}$.

Sic licet invenire quatuor cubos ut bini cubi sint binis cubis æquales.

Enimvero adsumptis duobus lateribus B & D; illo majore, hoc minore. latus primi
cubi fit simile $\frac{D \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. latus secundi $\frac{B \text{ in } D \text{ cubum} - B \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. latus tertii
 $\frac{B \text{ in } B \text{ cubum} - D \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. latus quarti $\frac{B \text{ in } D \text{ cubum} - B \text{ cubo}}{B \text{ cubo} - D \text{ cubo}}$. Evidens autem est ex processu o-
portere B cubum et si majorem D cubo, minorem tamen esse D cubo 2.

Sit B 5, D 4. Cubus ab 252 & 248 æqualis est cubo ab 5 & 315. Cum itaque dabuntur cubi ab
315 N & 252 N: exhibebuntur cubi ab 248 N & 5 N, & horum differentia illorum differentia erit
æqualis.

ZETETICORVM
LIBER QVINTVS.

ZETETICVM I.



Invenire numero tria plana, conficientia quadratum, & rursus bina juncta quadratum constituent.

Summa trium planorum, esto quadratum abs $A + B$, nempe A quad. $+ B$ in $A 2 + B$ quadrato. Primum autem cum secundo, faciat A quadratum. Tertium igitur planum erit B in $A 2 + B$ quad. Secundum cum tertio faciat quadratum abs $A - B$, hoc est A quad. $- B$ in $A 2 + B$ quad. Secundum igitur planum relinquatur A quad. $- B$ in $A 4$. Atque adeo primum planum erit B in $A 4$. quod adjunctum tertio plano facit B in $A 6 + B$ quadrato. Superest igitur ut compositum istud postremum planum ex primo & tertio, adæquetur quadrato. Sit illud D quadratum, Ergo $\frac{D \text{ quad.} - B \text{ quad.}}{B 6}$ æquabitur A .

Primum igitur planum simile sit D quad. in B quad. $24 - B$ quad. quad. 24 . Secundum simile D quad. quad. $+ B$ quad. quad. $25 - B$ quad. in D quad. 26 . Tertium simile B quad. in D quad. $12 + B$ quad. quad. 24 .

Sit $D 11, B 1$. Primum planum sit 2880 . Secundum 11520 . Tertium 1476 . & satisfaciunt questioni. Ut etiam satisfaciunt omnibus per aliquot quadratum divis, ut pote per 36 : exurgunt plana $80, 320, 41$.

Sit $D 6, B 1$. Primum planum sit 840 . Secundum 385 . Tertium 456 .

ZETETICVM II.

Invenire numero tria quadrata, æquo distantia intervallo.

Sit primum, A quad. Secundum, A quad. $+ B$ in $A 2 + B$ quad. Tertium igitur erit, A quad. $+ B$ in $A 4 + B$ quad. 2 , cujus latus si statuatur $D - A$: sit D quad. $- A$ in $D 2$, $+ A$ quad. æquale A quad. $+ B$ in $A 4 + B$ quad. 2 . Itaque $\frac{D \text{ quad.} - B \text{ quad.} 2}{B 4 + D 2}$ æquabitur A . Ergo latus primum sit simile D quad. $- B$ quad. 2 , latus secundum simile D quad. $+ B$ quad. $2 + B$ in $D 2$. Tertium simile D quad. $+ B$ quad. $2 + B$ in $D 4$.

Sit $D 8, B 1$. Fit latus primi quadrati 62 , secundi 82 , tertii 98 . Ipsa vero ab iis quadrata sunt $3844, 6724, 9604$. Et omnibus per aliquot quadratum divis, ut pote per $4, 961, 1681, 2401$ æquo inter se distantia intervallo; illa nempe per 2280 ; hæc per 720 .

ZETETICVM III.

Invenire numero tria æquidistantia plana, & bina juncta quadratum conficient.

Exponentur per antecessus Zeteticum tria quadrata æquo distantia intervallo, ac primum idemque minus sit B quadratum. Secundum B quad. $+ D$ plano. Tertium B quadratum $+ D$ plano 2 . Primum autem & secundum æquidistantium trium quæ invenienda proponuntur planorum faciant B quad. Primum & tertium B quad. $+ D$ plano. Secundum denique & tertium B quad. $+ D$ plano 2 . Summa vero trium esto A planum. Tertium itaque erit A planum, $- B$ quadrato. Secundum A planum, $- B$ quadrato, $- D$ plano. Primum A planum, $- B$ quadrato, $- D$ plano 2 . Itaque æquidistantia hæc tria plana. Primi enim & secundi differentia est D planum, sicuti secundi & tertii. Restat igitur ut hæc trium planorum summa quæ est A planum 3 , $- B$ quad. 3 , $- D$ plano 3 , æquetur A plano, sit $\frac{B \text{ quad.} 3 + D \text{ plano} 3}{2}$ æquale A plano.

Primum igitur planum erit $\frac{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}{2}$. Secundum $\frac{B \text{ quad.} + D \text{ plano}}{2}$. Tertium $\frac{B \text{ quad.} + D \text{ plano} 2}{2}$. Et omnibus quadruplicatis. Fit primum simile B quad. $2 - D$ plano 2 . Secundum simile B quad. $2 + D$ plano 2 . Tertium simile B quad. $2 + D$ plano 6 .

Intervallum est D planum 4 siue inter primum & secundum, siue secundum & tertium. Primum

Primum cum secundo facit B quad. 4 . Primum cum tertio B quad. $4 + D$ plano 4 . quadratum ex hypothesi, quoniam B quad. $+ D$ plano statuitur quadratum. Secundum cum tertio B quad. $4 + D$ plano 8 . quadratum quoque ex hypothesi, quoniam B quad. $+ D$ plano 2 statuitur quadratum.

Sit B quad. 961 . D planum 720 . Primum planum erit 482 . Secundum 3362 . Tertium 6242 . horum intervallum est 2880 . Primum cum secundo facit quadratum à latere 62 . Cum tertio à latere 82 . Secundum denique cum tertio quadratum à latere 98 .

ZETETICVM IV.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa adscito dato plano, quadratum constituent.

Sit datum Z planum. Adgregatum vero primi quæ sit A quad. $+ B$ in $A 2 + B$ quad. $- Z$ plano, ut cum ei adgregato adjungeretur Z planum efficiatur quadratum abs $A + B$. Adgregatum autem secundi & tertii sit A quad. $+ D$ in $A 2 + D$ quad. $- Z$ plano, ut cum ei adjungeretur Z planum efficiatur quadratum abs $A + D$. Summa autem trium A quad. $+ G$ in $A 2 + G$ quad. $- Z$ plano, ut cum ei adjungeretur Z planum efficiatur quadratum abs $A + G$. Cum igitur à summa subducatur adgregatum primi & secundi, relinquatur ad tertium planum G in $A 2 + G$ quad. $- B$ in $A 2 - B$ quad. Et cum ab eadem summa subducatur adgregatum secundi & tertii, relinquatur ad primum planum G in $A 2 + G$ quad. $- D$ in $A 2 - D$ quadrato. Adgregatum igitur primi & tertii plani adscito Z plano erit, G in $A 4 + G$ quad. $2 - B$ in $A 2 - B$ quad. $- D$ in $A 2 - D$ quad. $+ Z$ plano, adæquandum quadrato. Sit illud F quadratum. Ergo, $\frac{F \text{ quad.} + D \text{ quad.} + B \text{ quad.} - G \text{ quad.} 2 - Z \text{ plano}}{G 4 - B 2 - D 2}$ æquabitur A .

Sit Z planum $3, B 1, D 2, G 3, F 10$. sit $A 14$. Adgregatum primi & secundi plani est 222 , quadratum videlicet abs 15 , multatum 3 . Adgregatum secundi & tertii est 253 , quadratum videlicet à 16 , multatum 3 . Adgregatum primi & tertii est 97 , quadratum videlicet à 10 , multatum 3 . Summa trium est 286 quadratum videlicet à 17 multatum 3 . Primum igitur planum è quæ sitis erit 33 , Secundum 189 , Tertium 64 , quæ præstant imperata.

ZETETICVM V.

Invenire numero tria plana, quæ bina juncta, ac etiam ipsa trium summa dempto dato plano, quadratum constituent.

Sit datum Z planum. Summa primi & secundi sit A quad. $+ Z$ plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs A . Summa secundi & tertii sit eadem causa A quad. $+ B$ in $A 2 + B$ quad. $+ Z$ plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs $A + B$. Summa denique omnium trium sit eadem causa A quad. $+ D$ in $A 2 + D$ quad. $+ Z$ plano, ut cum auferetur Z planum, residuum sit quadratum abs $A + D$. Si igitur ab summa trium auferatur adgregatum primi & secundi, relinquatur ad tertium D in $A 2 + D$ quadrato. Et si ab eadem auferatur adgregatum secundi & tertii, relinquatur ad primum D in $A 2 + D$ quad. $- B$ in $A 2 - B$ quad. Adgregatum igitur primi & tertii, dempto Z plano, erit D in $A 4 + D$ quad. $2 - B$ in $A 2 - B$ quad. $- Z$ plano. Sit illud F quadratum. Ergo $\frac{F \text{ quad.} + B \text{ quad.} + Z \text{ plano} - D \text{ quad.} 2}{D 4 - B 2}$ æquabitur A .

Sit Z planum $3, B 1, D 2, F 8$. sit $A 10$. Adgregatum primi & secundi plani est 103 , quadratum videlicet à 10 , adfectum adjunctione 3 . Adgregatum secundi & tertii 124 , quadratum videlicet abs 11 , auctum 3 . Summa trium 147 , quadratum videlicet abs 12 , adscito 3 . Adgregatum denique primi & tertii 67 , quadratum abs 8 , auctum 3 . Primum igitur planum è quæ sitis erit 23 , secundum 80 , tertium 44 , quæ præstant imperata.

ZETETICVM VI.

Invenire numero infinita quadrata, quorum singula adscito dato plano faciant quadratum, & reciproce infinita, quæ eodem dempto.

Sit datum Z planum, cujus subquadruplum resolvitur in duo latera, quæ ipsum conficiant, veluti B in D , & rursus F in G : unde B in $D 4$ æquetur Z plano, vel etiam F in $G 4$. Ergo $B - D$ quad. adscito Z plano, quod est quadruplum rectangulum sub lateribus, faciet

K 3

faciet quadratum nempe $B + D$ quadratum. Et rursus $F - G$ quadratum adscito Z plano faciet quadratum, nempe $F + G$ quad. Idem quoque locum habebit in duobus quibuscumque lateribus, ad quorum unum cum adplicabitur Z subquadruplum planum, alterum ex adplicatione oriatur.

Sit Z planum 96. Hujus subquadruplum 24 fit sub 1 & 24, vel sub 2 & 12, vel sub 3 & 8, vel sub 4 & 6 & fractis innumeris aliis. Itaque quadratum abs 23 adscito 96, faciet quadratum abs 25; & quadratum abs 10 adscito 96, faciet quadratum abs 14; & quadratum abs 5 adscito 96, faciet quadratum abs 11; & quadratum abs 2 adscito 96, faciet quadratum abs 10, & ita de reliquis.

Et contra $B + D$ quadratum, multatum Z plano quod est quadruplum rectangulum sub lateribus, relinquet $B - D$ quad. & $F + G$ quadratum, multatum Z plano, relinquet $F - G$ quadratum.

625 - 96. facit 529, quadratum abs 23. Et 196 - 96, facit 100, quadratum abs 10.

Z E T E T I C V M VII.

Invenire numero tria latera, sub quibus binis quod fit planum adscito dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum Z planum. Quod autem fit sub primo & secundo latere statuitur B quadratum - Z plano, ut adscito Z plano fit quadratum, ipsumque latus secundum esto A . Primum igitur erit $\frac{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$. Quod vero fit sub secundo & tertio latere ea ipsa de causa sit D quad. - Z plano. Stante igitur latere secundo A , fit tertium $\frac{D \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$. Restat igitur ut quod fit à primo in tertium, id est, abs $\frac{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$ in $\frac{D \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{A}$ fit adscito Z plano, quadratum. Quod si B quad. - Z plano, faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quadratum - Z plano, faceret quadratum, ut pote G quad. expedita esset æquatio, eo siquidem casu $\frac{F \text{ quad. in } G \text{ quad.} + Z \text{ plano in } A \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod non erit negotiosum, velut effingendo illud quadratum abs $\frac{F \text{ in } G - H \text{ in } A}{H \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$. Unde $\frac{H \text{ in } F \text{ in } G}{H \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$ æquabitur A . Et illa effictione præstat H quadratum ipsi Z plano, hoc cedit. At licet invenire infinita quadrata quæ dempto dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem adscito. Itaque non libera quadrata, B quadratum vel D quadratum adsumenda sunt, sed quæ conditiones illas impleant, talia videlicet latera F & G eligendo à quibus singulis quadrato adscito Z plano, faciant quadratum; ut hic faciunt B quadratum, & D quadratum, & erit omnino expositæ æquationi locus.

Sit Z planum 192, F 8, G 2. Sumitur H 6. fit A $\frac{1}{13}$. Primum latus erit 52. secundum $\frac{1}{13}$, tertium $\frac{1}{13}$. Primum in secundum, facit 64. Secundum in tertium, facit 4. Primum in tertium 169. Quod fit itaque sub primo & secundo adjunctum 192 est 256, quadratum à latere 16. Quod sub secundo & tertio adjunctum 192 est 196, quadratum à latere 14. Quod denique sub primo & tertio adjunctum 192 est 361, quadratum à latere 19.

Z E T E T I C V M VIII.

Invenire numero tria latera, sub quibus binis quod fit planum, detracto dato plano, eveniat quadratum.

Sit datum planum Z planum. Quod autem fit sub primo & secundo latere statuitur B quad. + Z plano, ut dempto Z plano, fit B quad. Ipsumque latus secundum esto A . Primum igitur erit $\frac{B \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$. Quod vero fit sub secundo & tertio latere ea ipsa de causa sit D quad. + Z plano. Stante igitur latere secundo A , fit tertium $\frac{D \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$. Restat igitur ut quod fit à primo in tertium, id est, abs $\frac{B \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$ in $\frac{D \text{ quad.} + Z \text{ plano}}{A}$ detracto Z plano fit quadratum. Quod si B quad. + Z plano faceret quadratum, ut pote F quadratum; & D quad. + Z plano faceret quoque quadratum, ut pote G quadratum; expedita esset æquatio. Eo quidem casu $\frac{F \text{ quad. in } G \text{ quad.} - Z \text{ plano in } A \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$ adæquandum erit quadrato. Quod non erit negotiosum veluti effingendo illius quadr. abs $\frac{F \text{ in } G - H \text{ in } A}{H \text{ in } F \text{ in } G}$ unde $\frac{H \text{ in } F \text{ in } G}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ æquabitur A . At licet invenire infinita quadrata quæ adscito dato plano quadratum exhibeant, & reciproce infinita quæ eodem dempto. Itaque non libera adsumenda sunt B quadratum & D quadratum, sed quæ conditiones illas impleant, videlicet latera F & G eligendo

eligendo à quibus singulis quadrato dempto Z plano, faciant quadratum, ut hic faciunt B quadratum & D quadratum, & erit omnino expositæ æquationi locus.

Sit Z planum 40. F 7. G 11. fit B 3. D 9. Sumatur H 24. fit A 6. Primum latus $\frac{1}{6}$. Secundum 6. Tertium $\frac{1}{6}$. Factum ex primo in secundum est 49 & dempto 40 relinquitur 9, numerus quadratus, cujus radix 3. Factum ex secundo in tertium est 121, & dempto 40 relinquitur 81, numerus quadratus, cujus radix 9. Factum ex primo in tertium est $\frac{592}{36}$ & dempto $\frac{1440}{36}$, id est 40, relinquitur $\frac{4480}{36}$, numerus quadratus, cujus radix $\frac{67}{6}$.

Z E T E T I C V M IX.

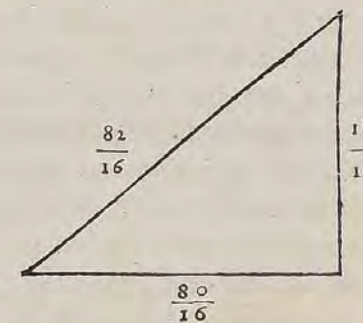
Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area adjuncta dato plano ex duobus quadratis composito, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z , planum compositum ex B quadrato & D quadrato. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B , D , & quadrato differentie eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12 + D quad. quad. 2. Basis B in D in Z planum 8. Perpendicularum $B + D$ quadrato in $B - D$ quadratum 2. Adplicentur omnia ad $B + D$ in $B - D$ quad. 2, fiet area similis $\frac{B \text{ quad. in } B \text{ in } D \text{ in } D \text{ quad.}}{B - D \text{ quad.}}$. Adde Z planum, quoniam $B - D$ quad. + B in D 2 æquatur B quadrato + D quadrato, id est æquatur Z plano. Summa erit $\frac{Z \text{ plano-planum}}{B - D \text{ quad.}}$. Quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B - D}$.

Sit Z planum 5, D 1, B 2. Triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{720}{36}$ id est 20. Adde 5. Summa fit 25, cujus radix est 5.

Z E T E T I C V M X.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminuta dato plano, conficiat quadratum.



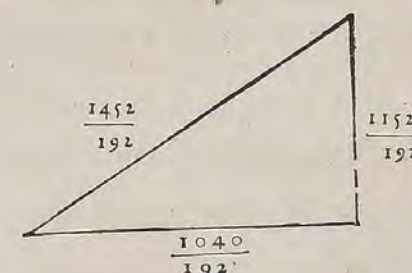
Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2, & effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B , D , & quadrato differentie eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Basis B quad. in Z planum 4 + D quad. in Z planum 4. Perpendicularum $B + D$ quad. in $B - D$ quad. 2. Adplicentur omnia ad $B + D$ in $B - D$ quad. 2, fiet area similis $\frac{B \text{ quad. in } B \text{ in } D \text{ in } D \text{ quad. in } Z \text{ plan.}}{B - D \text{ quad.}}$. Aufer Z planum, quoniam B quad. + D quad. - $B - D$ quad. valet Z planum. Relinquetur $\frac{Z \text{ plano-planum}}{B - D \text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B - D}$.

Sit D 1, B 5. Vnde Z planum 10. Triangulum rectangulum erit hujusmodi. Area $\frac{399040}{36864}$. Aufer 10. Relinquetur $\frac{230400}{36864}$ quadratum abs radice $\frac{480}{192}$ seu $\frac{10}{4}$.

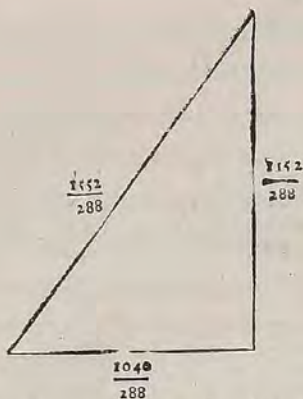
Z E T E T I C V M XI.

Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area diminutum datum planum, conficiat quadratum.

Sit datum planum Z planum, aliter B in D 2. Effingatur triangulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum $B + D$ & quadrato differentie eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. 2 + B quad. in D quad. 12. + D quad. quad. 2. Basis B quad. in Z planum 4. + D quad. in Z planum 4. Perpendicularum $B + D$ quad. in $B - D$ quad. 2. Adplicentur omnia ad $B + D$ in $B + D$ quad. 2. Fiet area similis $\frac{B \text{ quad. in } Z \text{ planum} + D \text{ quad. in } Z \text{ plan.}}{B + D \text{ quad.}}$. Dematur ex Z plano, quoniam $B + D$ quadratum - B quad. - D quad. valet B in D 2. Relinquetur $\frac{Z \text{ plano-planum}}{B + D \text{ quad.}}$ quadratum à radice $\frac{Z \text{ plani}}{B + D}$.



Sit



Sit D 1, B 5. Vnde Z planum 10. triangulum rectangulum erit huiusmodi. Area $\frac{599400}{82944}$ auferatur à 10, relinquetur $\frac{230400}{82944}$ quadratum abs radice $\frac{480}{288}$ seu $\frac{5}{3}$.

ZETETICVM XII.

Invenire numero tria quadrata, ut quod fit sub binis plano-planum, adjunctum ei quod fit ab adgregato binorum in datæ longitudinis quadratum, conficiat quadratum.

Data longitudine X. Sit primum quadratum, A quad. — X in A 2 + X quad. cuius radix A — X. Alterum, A quad. cuius radix A. Tertium, A quad. 4 — X in A 4 + X quadrato 4. Ex ductu igitur primi in secundum, adjecta summa primi & secundi ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. — X in A + X quad. Ex ductu vero secundi in tertium, adjecta summa secundi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2. — X in A, + X quad. 2. Ex ductu denique primi in tertium, adjecta summa primi & tertii ducta in X quadratum, fiet quadratum à radice plana A quad. 2. — X in A 3, + X quad. 3. Tertii adæquandi radix esto D — A 2. Ergo $\frac{D \text{ quad.} - X \text{ quad.} + A \text{ quad.}}{D - X}$ æquabitur A.

Sit X 3, D 30, fit A 8. Itaque quadrata quesita sunt, primum 25, secundum 64, tertium 196, & satisfaciunt postulat. Quod enim fit è primo in secundum adjectis 801 conficit 2401, quadratum abs 49. Et rursus quod fit è secundo in tertium adjectis 2340 facit 14884, quadratum abs 122. Ac denique quod fit è primo in tertium adjectis 1989 facit 6889, quadratum abs 83. Porro eadem quadrata tria cum adsciscunt singula duplum data longitudinis quadratum: quod fit sub binis plano-planum detracto eo quod fit ab adgregato binorum in data longitudinis quadratum, erit quadratum. Ut in exposita hypothefi duplum longitudinis quadratum est 18, quo addito unicuique trium quadratorum sunt plana tria, primum 43, secundum 82, tertium 214 & satisfaciunt postulat. Quod enim fit è primo in secundum ablati 1125, relinquit ipsa 2401. Et rursus quod fit è secundo in tertium ablati 2664, relinquit ipsa 14884. Ac denique quod fit è primo in tertium ablati 2313, relinquit ipsa 6889.

ZETETICVM XIII.

Datam X longitudinem ita secare, ut cum primo segmento addetur B, secundo D, & ita productæ partes ducentur altera in alteram, fiat quadratum.

Primum segmentum esto A — B. Alterum igitur erit X — A + B. Cum itaque primo segmento addetur B, ipsum productum fiet A. Cum vero secundo segmento addetur D, ipsum fiet X — A + B + D. Quare $\frac{B + D + X \text{ in } A}{X \text{ quad.}}$ — A quad. adæquandū erit quadrato. Sit radix $\frac{S \text{ in } A}{X}$ atque adeo ab ea quadratum, fit $\frac{S \text{ quad. in } A \text{ quad.}}{X \text{ quad.}}$. Ergo $\frac{B + D + X \text{ in } X \text{ quad.}}{S \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$ æquabitur A. Ad positiones. Primum segmentum erit $\frac{D + X \text{ in } X \text{ quad.} - B \text{ in } S \text{ quad.}}{S \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$. Alterū $\frac{B + X \text{ in } S \text{ quad.} - D \text{ in } X \text{ quad.}}{S \text{ quad.} + X \text{ quad.}}$.

Itaque ut sit subtractioni locus oportebit S quadratum minus esse $\frac{X \text{ quad. in } D + X}{B + X}$, sed majus

Sit X 4, B 12, D 20. Oportebit S quadratum minus esse 32, sed majus 20. Sit 25, fit segmentum primum $\frac{84}{41}$, secundum $\frac{80}{41}$, hoc dum producitur fit $\frac{200}{41}$. Illud $\frac{176}{41}$. Factum sub illis $\frac{118400}{1681}$ quadratum a radice $\frac{320}{41}$.

Sit X 3, B 9, D 15. Oportebit S quadratum minus esse 18, sed majus 11 $\frac{1}{4}$. Sit 16, fit primum segmentum $\frac{18}{25}$, alterum $\frac{57}{25}$ hoc dum producitur fit $\frac{432}{25}$. Illud $\frac{243}{25}$. Factum sub illis $\frac{156816}{625}$ quadratum abs radice $\frac{124}{25}$.

ZETETICVM XIV.

A quadratum minus G plano adæquare uni quadrato, quod fit minus quam D in A, sed majus quam B in A.

Effigatur quadratum ab A — F, igitur A quad. — F in A 2, + F quad. æquabitur A quad.

quad. — G plano, & consequenter $\frac{F \text{ quad.} + G \text{ plano}}{F}$ æquabitur A. At quoniam A quad. — G plano est minus quam D in A. Ideo A quadratum erit minus quam D in A, + G plano. Et rursus A quad. — D in A cederet G plano. Unde fiet A minor quā $\sqrt{D \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + D \frac{2}{4}}$. Proponatur autem S æquari vel præstare $\sqrt{D \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + D \frac{2}{4}}$. Ergo A minor erit quam S. Contra quoniam A quad. — G plano est majus quam B in A. Et rursus A quad. — B in A præstabit G plano. Unde fiet A major quam $\sqrt{B \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + B \frac{2}{4}}$. Proponatur autem R æquari vel cedere $\sqrt{B \text{ quad.} \frac{1}{4} + G \text{ plano} + B \frac{2}{4}}$. Ergo A major erit quam R. Quare F quad. + G plano erit minus quam Sin F 2, sed majus quam R in S 2. Itaque non quævis F adsumenda est sed quæ non evagetur extra limites constitutos. Ad Zeteticum sit illa E. Ergo S in E 2 — E quad, majus erit quam G planum. Unde adsumetur F minor quam S + $\sqrt{S \text{ quad.} - G \text{ plano}}$. Contra R in E 2 — E quad, minus erit quam G planum. Unde adsumetur F major quam R + $\sqrt{R \text{ quad.} - G \text{ plano}}$.

Sit G planum 60, B 5, D 8, A 1 N. 1 N minor erit $\sqrt{76 + 4}$, major vero $\sqrt{\frac{261}{4} + \frac{5}{2}}$. At 12 est minor quam $\sqrt{76 + 4}$. Et 11 est major quam $\sqrt{\frac{261}{4} + \frac{5}{2}}$. Sumatur ergo S 13. R 10. eligenda erit F minor quam 13 + $\sqrt{109}$, sed major quam 10 + $\sqrt{40}$. At 23 est minor quam 13 + $\sqrt{109}$. Et 17 est major quam 10 + $\sqrt{40}$. Quare commode F adsumetur 21 vel 19, vel alia qualibet rationalis intermedia. Adsumatur 20 fit 1 N, 11 $\frac{1}{2}$.

Atque hinc solutio Problematis ab Epigrammatario Græco propositi.

„ Οκταδράχμης ἔ πενταδράχμης χοείας τις ἔμιξε,
 „ Τοῖς ἀποπολοῖς ποιῶν χρυσὸν ὀπιτεταγμῶν.
 „ Καὶ πηλὴν ἀπέδωκεν ἰσὺν πάντων τετραγώνων,
 „ Τὰς ὀπιταχθείσας δεξάμην μονάδας,
 „ Καὶ ποιῶντας πάλιν ἑτερόν σε φέρην τετραγώνων
 „ Κτησάμενον πλοῦσάν συνθεμα ἑ χοεῶν.
 „ Ὅς τε διάσφλον, τὴς οκταδράχμης ποιήσων,
 „ Καὶ πάλι τὴς ἑτέρας, πᾶν, λέγε πενταδράχμης.

συνθεμα ἑ χοεῶν	11 $\frac{1}{2}$	A
πενταδραχμοι	6 $\frac{7}{12}$	
οκταδραχμοι	4 $\frac{11}{12}$	

πηλὴ πενταδραχμῶν	32 $\frac{11}{12}$	B in A
πηλὴ οκταδραχμῶν	39 $\frac{1}{3}$	D in A
πηλὴ συμπᾶσαι	72 $\frac{1}{4}$ τετραγώνων	A quad. — Z planum.

μονάδες	60	Z planum
ἀποδοσεις πηλὴς καὶ μονάδων	132 $\frac{1}{4}$ τετραγώνων	κτησάμενον πλοῦσάν
11 $\frac{1}{2}$ A quad.		

Retulit Diophantus quæstione ultima libri V. Quare & Zeticorum quintus noster finem hic accipito.

F I N I S.

L

FRAN-

FRANCISCI VIETÆ
DE
ÆQVATIONUM
RECOGNITIONE
ET
EMENDATIONE
TRACTATUS DUO.



ALEXANDER ANDERSONUS
AD
MATHESIOS
STUDIOSOS.



Restitutam Mathematicam analysin preceptorum Francisco Vietæ debetis φιλομαθῆς; quam suis regulis & præceptis suo modo concinnatam, in varia digessit opuscula; quorum quidem nomenclaturam Isagogicis præmissam cernitis. Sed quedam sive præcipiti & immaturo Autoris fatò (nobis certe iniquissimo) nondum absoluta vel perpolita; veletiam, ut erat Authoris ingenium (qui quidem pro singulari qua pollebat animi sagacitate multa apud se præmeditata, debuitque ordine mente digesta, sed nondum scriptis consignata; ob graviora fortassis quæ pro Republica incumbabant munia, suis nominibus tanquam confecta insignire solebat) tantum inchoata, vel alicubi etiamnum latentia, nostras nondum manus attigere. Hæc autem, quorum iam vobis copia conceditur, licet exactissimam Autoris limam nondum haud dubie passa, à tanto tamen viro etiam vel ruditer procusa, toti Mathematicorum scholæ utilisima, & ut nihil in hoc genere simile aut secundum hæcenus visum, gratissima, diutius ab eruditorum hominum conspectu, in latebris delitescere, scelus publico dignum odio duxi. Si quid inde capiunt vestra studia emolumentum, aut animus ex tam varia & jucunda speculatione oblectamentum, quas debitori gratias, Iacobo Alelmo Christianissimi Galliarum & Navarra Regis LUDOVICI XIII. Architectonica militaris ædificandi dignissimo, viro in hoc studiorum genere apprime versato, omnes persolvite: qui quidem Vietæ adversaria liberrime mecum communicavit, ex quibus hæc sunt deprompta; cuique me hoc nomine vobiscum arte obstrictum profiteor. Nec dubito, nisi gravioribus pro principe & patria distractus esset curis, quibus summa cum laude perfungitur, quin & alia ejusdem viri æternum victuræ monumenta in lucem proferret. Non est quod meum ego hic insinuam laborem; qui tamen nonnullus in recensendo quo usus sum exemplari, non paucis in locis depravato, quibusdam etiam mutilo. Singula namque æquationes, tum exemplorum notæ epilogistica, novo subjicienda erant examini: quo quidem pluribus, quibus sparsim scatebant mendis sunt expurgata. Quæ vero in textu deesse videbantur qua fieri potuit fide pro sensus exigentia à me restituta sunt. Si quid denique hic parum exactum, aut severiore ipsius Autoris examine minus fortassis probatum; præproperum & præceps ejusdem fatum; aut etiam nostram culpam in vos animi propensionem, qui ita hæc in vestrum usum evulgare malimus, quam tot tamque egregia divini ingenii monumenta, hoc solo opere contenta, nostris scriniis in privatum nostrum bonum recondita jacere.

Valete.

L 2

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ
DE
RECOGNITIONE ÆQVATIONVM
TRACTATVS PRIMVS.

CAPVT I.

*De dignoscenda æquationum constitutione ex Zetesi,
Plasmate, & Syncrifi.*

Generalem & generaliter traditam de numerosa potestatum resolutione doctrinam, informat & perficit tractatus de recognitione æquationum: præparatione enim indigent æquationes sæpe numero, antequam scilicet explicentur: ac præsertim quum potestates de homogeneis magnitudinibus negantur; vel ita mixtim homogeneæ magnitudines de potestatibus negantur & affirmantur, ut affectiones negatæ affirmatis præpollcant; ac denique quotquot æquationes fractis numeris vel asymmetris exhibentur.

In Geometricis quidem, accidens fractionis vel asymmetriæ non solet æquationibus officere, quo minus *Μηχανῶς* explicentur; sicuti neque vitium negationis: est enim certum semper subiectum, sub quo operetur Geometra: at obest *πλυσία*, & quo elatior est potestas, affectionisque gradus, eo major se prodit in explicando Problemate *ἀρρησις ἢ ἀλογία*.

Ecquid vero æquationis, quæ proposita est, agnita constitutione non tentabit Analysta, quo saxa & scopulos refugiat? num gnarus Anatomices invertet, deprimet, attollet, & undique operabitur secure? nova, quum res postulaverit, suscepta Zetesi sub alio, quam qui proponebatur, termino, ad propositum tamen habente datam differentiam vel rationem.

Omnino æquationum origo, & prima constitutio scitu digna est, nulla-que non solertia ab Analysta capescenda & adsequenda, quo sibi pateat ad eam reductionis via.

Æqualitatum constitutio potissimum deprehenditur Zetesi, Plasmate, & Syncrifi.

CAPVT II.

De Zetesi.

Zetesi non instituet temere neque *ἀπὸ πρῶτος* Analysta, quum pura è puris, affecta ex affectis proficisci dicet ratio: & ideo ad deprehendendum æquationum ad potestates puras pertinentium conditionem, is ex datis duobus lateribus potestates inquireret.

Ad æquationes adfectarum simpliciter potestatum, investigabit ex data differentia

differentia vel summa laterum, vel suorum graduum, una cum dato sub iis aut eorum gradibus paribus vel disparibus facto, alterutrum ex lateribus.

Ad æquationes denique multipliciter adfectarum, affectionem affectioni adjunget sub diversis laterum parodice gradibus.

Aut etiam non se adiget uni quæstionum formulæ, sed se sub Zeteticis exercebit sub quocunque efficto vel proposito themate.

Quæ Geometrico operi aptaturus, recordabitur latera ad extremas lineas rectas in serie continue proportionalium referri, facta vero sub lateribus aut laterum paribus vel disparibus gradibus ad aliquarum è mediis potestates.

Et quum incidet in æquationem Mechanico suo bene obviam, de illa conder Theorema simile, cujuscunque æqualitatis Systaticum & Excegeticum.

Æquationem æquationi similem regulariter dicimus, quum utrobique par est potestas, seu æque alta, ipsaque affecta afficiensve, sub pari gradu & eadem affectionis nota.

Quod si aliud quiddam præterea requiritur speciale & conditionarium, similitudo anomala est.

CAPVT III.

Constitutiva æquationum quadraticarum ex Zeteticis.

Affectorum sane, quæ adæquantur, quadratorum constitutio, ex Zeteticis dignoscitur probe: sunt autem æquationum hujusmodi tres species: *καταφατική*, *ἀποφατική*, *ἀμφιβολία*.

Tribus itaque Theorematis de earum constitutione Analysta ita poterit ratiocinari.

THEOREMA I.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A quad. + B in A, æquetur Z quad: sunt tres proportionales radices, quarum media est Z, differentia vero extremarum B; & fit A minor extrema.

Ex Zetetico si placet:

Data media trium proportionalium linearum rectarum, & differentia inter extremas, invenire minorem extremam.

Quæ enim in lineis rectis locum habent comparationes, easdem ad radices quasunque, simplices, planas, solidasve, aut ulterioris ordinis homogenas, posse aptari, disse-ruit Campanus in libro de proportionibus.

Sit igitur data Z media trium proportionalium, B differentia extremarum, & oporteat invenire minorem extremam.

Esto illa A. major igitur erit A + B. ducatur minor in majorem; fit A quad. + B in A. Et vero quando sunt proportionales, quod fit sub extremis æquatur mediæ quadrato. igitur A quad. + B in A, æquale est Z quad. Id autem ipsum est quod ordinatur.

I. Q. + 10. N. æquatur 144. Est √144. media inter extremas differentes per 10. & fit 1 N minor extrema ex serie trium proportionalium. 8. 12. 18.

THEOREMA II.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A quad. — B in A, æquetur Z quad: sunt tres proportionales, quarum media est Z, differentia vero extremarum est B; & fit A major extrema.

L 3

Ex ze-

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & differentia inter extremas, invenire majorem extremam.

Esto illa A. minor igitur erit A — B. ducatur major in minorem; fit A quad. — B in A, æquale Z quad. Id autem ipsum est quod ordinatur.

1 Q — 10 N æquatur 144. est $\sqrt{144}$ media inter extremas differentes per 10. & fit 1 N major extrema ex serie trium proportionalium 8. 12. 18.

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

Si B in A — A quad. æquetur Z quad. sunt tres proportionales, quarum media est Z, aggregatum extremarum B; & fit A minor, minorve extrema.

Ex Zetetico:

Data media trium proportionalium & aggregato extremarum, invenire alterutram extremam.

Sit enim data Z media, aggregatum vero extremarum B: oportet invenire minorem extremam. Esto illa A. major igitur erit B — A. quare B in A, — A quad. æquabitur Z quadrato.

Sed sit A major extremarum; erit B — A, minor extremarum. itaque rursus B in A, — A quad. æquabitur Z quad. Vnde A sive de minore extremarum, sive de majore potest enunciari.

26 N — 1 Q æquetur 144. est $\sqrt{144}$ media inter extremas quarum aggregatum est 26. & fit 1 N. minor, majoreve extrema ex serie trium proportionalium 8. 12. 18.

Rursus ex Zeteticis.

CAPUT IV.

Constitutiva equationum cubicarum: ac primum earum in quibus affectiones existunt sub latere.

Æquationum quoque cubicarum affectionibus sub latere obvolutarum constitutio ex Zeteticis, scitu digna est. quo pertinent tria quæ sequuntur Theoremata.

THEOREMA I.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima majoremve inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima, & aggregato secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire secundam.

Esto secunda A, quarta igitur erit Z — A. Solido autem sub primæ quadrato & quarta, æquatur cubus è secunda: quum sit ut quadratum primæ ad quadratum secundæ, ita secunda ad quartam. Itaque A cubus, æquabitur B quad. in Z, — B quad. in A; & per antithesin, A cubus + B quad. in A, æquabitur B quad. in Z. ut est ordinatum.

Si 1 C. + 64 N. æquetur 2496. Sunt quatuor continue proportionales, quarum prima minor inter extremas est $\sqrt{64}$. id est 8. aggregatum vero secundæ & quartæ $\frac{2496}{8}$ id est 312. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 8. 12. 18. 27.

Et si

Et si 1 C. + 729 N. æquatur 18954. prima major inter extremas est $\sqrt{729}$, id est 27. aggregatum secundæ & quartæ $\frac{18954}{27}$ id est 698. & fit 1 N. secunda ex eadem serie.

THEOREMA II.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

Si A cubus — B quad. in A, æquetur B quad. in D: sunt quatuor continue proportionales quarum prima minor inter extremas est B, differentia secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire secundam.

Sit data B prima minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire continue proportionales. Sit secunda A quarta igitur erit A + D, solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda; quare A cubus æquabitur B quad. in A, + B quad. in D, & per antithesin, A cubus — B quad. in A, æquabitur B quad. in D, ut est ordinatum.

Si 1 C. — 64 N æquetur 960. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima est $\sqrt{64}$. id est 8. differentia vero secundæ & quartæ $\frac{960}{8}$ id est 120. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 8. 12. 18. 27.

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

Si B quad. in A — A cubo, æquetur B quad. in D: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B. differentia vero secundæ & quartæ D, & fit A secunda.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium invenire secundam.

Sit data B prima major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire secundam. Sit secunda A, quarta igitur erit A — D. solido autem sub quadrato primæ & quarta, æquatur cubus è secunda: quare A cubus æquabitur B quad. in A, — B quad. in D & per antithesin, B quad. in A — A cubo, æquabitur B quad. in D.

Si 729 N. — 1 C. æquetur 7290. sunt quatuor continue proportionales quarum prima est $\sqrt{729}$. differentia vero secundæ & quartæ $\frac{7290}{27}$ id est 270. & fit 1 N. secunda ex serie proportionalium 27. 18. 12. 8. Potest autem ea secunda duplex esse, ut in duplici quatuor continue proportionalium serie quæ sequitur.

I.	II.	III.	IV.
$\sqrt{59319}$.	195.	$\sqrt{24375}$	125.
$\sqrt{59319}$.	78.	$\sqrt{624}$.	8.

Stante eadem prima majore inter extremas $\sqrt{59319}$. & eadem differentia secundæ & quartæ 70. secunda hic sit 78. illic 195. Sic stante eadem prima 36. eademque differentia secundæ & tertie 5. proponitur duplex series trium proportionalium.

36.	6.	1.
36.	30.	25.

CAPUT V.

Constitutiva equationum cubicarum in quibus affectiones sunt sub quadrato.

Quæ autem cubicæ affectionibus sub quadrato obvolvuntur æquationes, iisdem fere terminis constant, quibus in affectionibus sub latere, ut ex

ut ex Zeteticis similiter clarum fit: quo pertinebunt trina quoque item enuncianda Theoremata.

THEOREMA I.

ΑΠΟΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A cubus — B in A quad. æquetur B in Z quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major, minorve inter extremas est B, aggregatum vero secundæ & quartæ est Z, & fit A aggregatum primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima & aggregato secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit data prima B, major minorve inter extremas, aggregatum vero secundæ & quartæ Z, in serie quatuor continue proportionalium. Oportet invenire aggregatum primæ & tertiæ.

Sit illud A, tertia igitur erit A — B, est autem ut A ad Z, ita B ad $\frac{B \text{ in } Z}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } Z}{A}$ erit secunda: quum sit ut aggregatum primæ & tertiæ ad aggregatum secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquabitur secundæ quadrato. Itaque B in A — B quad. æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } Z \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia multiplicentur per A quad. & dividantur per B: igitur A cubus — B in A quad. æquabitur B in Z quad. id autem est, quod ordinatur.

Si 1 C. — 8 Q. æquetur 12168. sunt quatuor continue proportionales quarum prima inter extremas est 8. aggregatum vero secundæ & quartæ $\sqrt[3]{\frac{12168}{8}}$ id est 39. & fit 1 N 26. aggregatum primæ & tertiæ. Ex serie proportionalium I. II. III. IV.

8. 12. 18. 27.

THEOREMA II.

ΚΑΤΑΦΑΤΙΚΗΣ.

SI A cubus + B in A quad. æquetur B in D quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima minor inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima minore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam primæ & tertiæ.

Sit data B prima in serie quatuor continue proportionalium eademque minor inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertiæ.

Esto illa A, tertia igitur erit A + B, est autem ut A ad D, ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit secunda: quum sit ut differentia primæ & tertiæ ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquatur secundæ quadrato, itaque B in A + B quad. æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } D \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia ducantur in A quad. & dividantur per B: igitur A cubus, + B in A quad. æquabitur B in D quad. id autem ipsum est, quod ordinatur.

Si 1 C + 8 Q æquetur 1800. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima inter extremas est 8. differentia vero secundæ & quartæ $\sqrt[3]{\frac{1800}{8}}$ id est 15. & fit 1 N 10. differentia primæ & tertiæ. Ex serie proportionalium I. II. III. IV.

8. 12. 18. 27.

THEO-

THEOREMA III.

ΑΜΦΙΒΟΛΟΥ.

SI B in A quad. — A cubo æquetur B in D quad: sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est B, differentia vero secundæ & quartæ est D, & fit A differentia primæ & tertiæ.

Ex Zetetico:

Data prima majore inter extremas, & differentia secundæ & quartæ in serie quatuor continue proportionalium, invenire differentiam secundæ & tertiæ.

Sit data B prima in serie quatuor continue proportionalium eademque major inter extremas, differentia vero secundæ & quartæ D. Oportet invenire differentiam primæ & tertiæ. Esto illa A, tertia igitur erit B — A: erit autem ut A ad D, ita B ad $\frac{B \text{ in } D}{A}$, quare $\frac{B \text{ in } D}{A}$ erit secunda. Quum sit ut differentia primæ & tertiæ ad differentiam secundæ & quartæ, ita prima ad secundam. At rectangulum sub prima & tertia, æquatur secundæ quadrato. Itaque B quad. — B in A æquabitur $\frac{B \text{ quad. in } D \text{ quad.}}{A \text{ quad.}}$. Omnia ducantur in A quad. & per B dividantur. Igitur B in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad. id autem ipsum est quod ordinatur.

Si 27 Q — 1 C, æquantur 2700. sunt quatuor continue proportionales, quarum prima major inter extremas est 27. differentia vero secundæ & quartæ, $\sqrt[3]{\frac{2700}{27}}$ id est 10. & fit 1 N. differentia primæ & tertiæ. Ex serie proportionalium I. II. III. IV.

27. 18. 12. 8.

CAPVT VI.

Alia insuper constitutio cuborum sub latere affectorum.

Ex Zeteticis.

SEd neque omittenda est ex Zeteticis quoque depromenda singularis quædam constitutio cubi, qui sub latere affirmate, atque etiam ejus qui afficitur negatæ: quum videlicet (is enim casus præmonendus est) quadruplus cubus è triente coefficientis plani, cedit solidi datæ mensuræ quadrato. Quocirca bina jam proferuntur Theoremata.

THEOREMA I.

SI A cubus + B plano ter in A æquetur D solido: est B planum quod fit sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi, differunt per D solidum, & fit A differentia laterum.

Ex Zetetico:

Data differentia cuborum, & rectangulo sub lateribus, invenire differentiam laterum.

Si 1 C. + 6 N. æquatur 7. Est $\frac{6}{3}$ seu 2. rectangulum sub lateribus à quibus cubi differunt per 7. & fit 1 N. differentia laterum: ex hypothesi laterum 1. & 2.

THEOREMA II.

SI A cubus — B plano ter in A æquetur D solido, præstet autem D solidi quadratumquadruplo B plani cubo: est B planum rectangulum sub lateribus, à quibus qui fiunt cubi componunt D solidum, & fit A aggregatum laterum.

Ex Zetetico:

Dato rectangulo sub lateribus, & aggregato cuborum, invenire latera.

M

Si

Si 1 C. — 6. N. aquatur 9, est $\frac{6}{3}$ seu 2. rectangulum sub lateribus, à quibus cubi aggregati faciunt 9. & fit 1 N. aggregatum laterum, ex hypothesi laterum 1. & 2.

Eadem autem Theoremata Geometrice ita concipientur:

ALITER,

PRIMUM THEOREMA.

Si A cubus, + B plano ter in A æquetur B plano in D: sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, differentia vero extremarum est D, & fit A differentia mediarum.

Ex Zetetico.

Data differentia extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis in serie quatuor proportionalium, invenire differentiam mediarum.

Si 1 C + 24 N æquetur 56. sunt quatuor continue proportionales sub quarum mediis vel extremis quod fit planum, æquale est $\frac{24}{3}$ id est 8. differentia vero extremarum est $\frac{56}{8}$ id est 7. & fit 1 N. differentia mediarum, ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

ALITER,

SECUNDUM THEOREMA.

Si A cubus — B plano ter in A, æquetur B plano in D, fit autem D semissis quadratum majus B plane. sunt quatuor continue proportionales lineæ rectæ, sub quarum mediis vel extremis fit B planum, aggregatum vero extremarum est D, & fit A aggregatum mediarum.

Ex Zetetico.

Dato aggregato extremarum, & rectangulo sub mediis vel extremis, in serie quatuor continue proportionalium, invenire aggregatum mediarum.

Si 1 C — 24 N aquatur 72. sunt quatuor continue proportionales, sub quarum extremis vel mediis quod fit planum, æquale est $\frac{24}{3}$ id est 8, aggregatum vero extremarum est $\frac{72}{8}$ id est 9. & fit 1 N. aggregatum mediarum ex serie continue proportionalium. 1. 2. 4. 8.

Quum autem quadruplus cubus è triente coefficientis plani, præstat solidi datæ mensuræ quadrato: aliam eo casu fortitur æqualitas constitutionem, ambiguae seu ei quæ negatur inverse communem: quo pertinet sequens Theorema.

THEOREMA III.

Si A cubus — B plano ter in A, æquetur D solido, cedat autem D solidi quadratum, quadruplo B plani cubo: B planum ter in E — E cubo, æquabitur rursus D solido: & enunciatum E de duobus lateribus, à quibus singulis quadrata, adjecta rectangulo sub ipsis lateribus, faciunt B planum.

Quod autem fit ab uno laterum in quadratum reliqui, adjunctum rectangulo: seu aliter quod fit abs aggregato laterum in rectangulum est D solidum. A vero enunciatum de aggregato illorum laterum.

Ex Zetetico.

Dato plano quod constat aggregato quadratorum à duobus lateribus, plus rectangulo sub iisdem, & dato insuper solido quod fit abs aggregato laterum in rectangulum, invenire latera vel etiam laterum aggregatum.

Si 1 C. — 21. N. æquetur 20. quoniam quadruplus cubus ex 7 major est quam 400. igitur 21 N. — 1 C.

— 1 C. aquabitur 20. & sunt duo latera, à quibus quadrata adjuncta rectangulo à lateribus, faciunt 21. aggregatum autem laterum, ductum in rectangulum est 20. & fit 1 N in æqualitate inverse negata, alterutrum è lateribus, maius minusve, in directe vero negata, aggregatum ipsorum laterum, ex hypothesi laterum. 1. & 4.

Neque vero in Geometrica phrasi hic erit magna dissimilitudo: Enimvero dicet Geometra, B planum esse aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus lineis rectis, D vero solidum quod fit ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, seu ab alterutra extrema in aggregatum quadratorum à reliquis, & fieri A aggregatum extremarum, E vero primam vel tertiam.

Sic in exposito themate, 21. est aggregatum quadratorum à tribus proportionalibus, & solidum 20. est ab aggregato extremarum in mediæ quadratum, seu ab alterutra extrema in quadrata è reliquis ex serie proportionalium 1. 2. 4.

At elegantius & præstantius ex analyticis angularium sectionum huiusmodi æqualitatum constitutio eruitur, & ad *Ἀπὸκρίσεις* accommodatius in hanc formulam:

ALITER,

TERTIVM THEOREMA.

Si A cubus — B quad. 3 in A, æquetur B quad. in D, fit autem B major D semisse: B quad. 3 in E, — E cubo æquabitur B quad. in D.

Et sunt duo triacula rectangula æqualis B hypotenusa, ita ut angulus acutus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à perpendiculo secundi; basis vero dupla primi, est D, & fit A dupla basis secundi. E vero basis simpla secundi, contracta, protractave longitudine ejus quæ potest quadrato triplum perpendiculi ejusdem.

1 C — 300 N. æquetur 432. vel etiam 300 N. — 1 C æquetur 432. sunt duo triacula rectangula, quorum hypotenusa communis est 10: ita ut angulus acutus primi, à perpendiculo videlicet subtensus, sit triplus ad acutum secundi, à suo quoque perpendiculo subtensum; basis autem primi dupla, est $\frac{432}{100}$. & 1 N in æqualitate directe negata est basis dupla secundi: in inverse vero negata, est basis simpla secundi, plus minusve ea quæ potest quadrato triplum perpendiculum secundi.

Constituta hypotenusa communis 10. basi secundi trianguli 9. fit perpendiculum ejusdem secundi 19.

Primi vero hypotenusa stante 10. fit basis $2\frac{16}{100}$. itaque quum in ea hypothesi dicetur 1 C — 300 N. æquari 432. fiet 1 N 18. vel quum dicetur 300 N. — 1 C æquari 432. fiet 1 N. 9 + $\sqrt{57}$. vel 9 — $\sqrt{57}$.

Atque hæc ad assequendum ex Zeteticis constitutiones ad æquatarum quæ affectæ sunt potestatum, exempla nunc sufficiunt. Et si enim de simpliciter affectis Theoremata tantum proposita sunt, tamen quemadmodum ad multipliciter affectas possint trahi, vix ignorabitur, quando præsertim detegatur earum plasma, de quo jam succedit dicendi locus. Ipsorum enim Zeteticorum à quibus antedictæ constitutiones depromptæ sunt, jam patuit processus sufficienter in expositis eclogis, hoc postremo Theoremate excepto, quod par est rejici in peculiarem Zeteticorum ad angulares sectiones pertinentium silvulam.

CAPVT VII.

De generali methodo transmutandarum æquationum.

Plasmatis ratio pendet è doctrina transmutandarum æquationum generaliter imprimis proponenda & demonstranda.

De transmutatione per alterationem radicis.

Æquationum transmutatio instituitur duplici formæ præcautione: aut enim placet alterari radicem de qua primum quæritur, aut manere invariata.

Qualiscumque autem alteratio sit, primæva radix & nova, datam habent inter se differentiam vel rationem, adeo ut una cognita, altera non possit ignorari.

Ad opus itaque transmutationum, alterata radix quæ sit ita conceditur alteri quoque inquirendæ esse æqualis, atque adeo ex ea concessione novam induit speciem, sub qua æquatio primum posita dirigitur, & ordinatur nova.

Ac pluribus quidem modis radix de qua quæritur potest artificiosè alterari, & nova specie exhiberi: ac dirigendi ratio sub ea nova specie ipsam quæ primum proposita est æquationem, constans est & uniformis, per modos illos quoscunque.

Quæ ut fiant evidentiora, proponatur æquatio quævis de A radice exponenda, & sit Z magnitudo cui adæquetur reliqua; & oporteat propositam illam æquationem alterata radice arte transmutare.

Primum igitur A radix potest alterari, & nova specie exhiberi per additionem: utpote hac concessione & argumentatione $A + B$ esto E. ergo $E - B$ erit A.

Secundo per subtractionem, utpote hac concessione & argumentatione $A - B$ esto E. ergo $E + B$ erit A. vel etiam ista $B - A$ esto E. ergo $B - E$ erit A.

Tertio per multiplicationem: utpote hac concessione & argumentatione B in A esto E planum. ergo $\frac{E \text{ planum}}{B}$ erit A.

Quarto per divisionem: utpote concedendo & argumentando $\frac{A \text{ planum}}{B}$ esto E. ergo B in E erit A planum.

Quinto, per analogiam rationis explicitæ: ut pote concedendo esse ut B ad G, ita A ad E, deinde resolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } G}{G}$ erit A.

Sexto per analogiam rationis implicitæ: ut pote concedendo esse ut A ad B, ita G ad E, deinde resolvendo analogiam & argumentando, ergo $\frac{B \text{ in } G}{E}$ erit A.

Septimo per Parabolicam Hypostasim in generibus quibuscunque æquationum: ut pote in quadraticis, concedendo E quad. + A in E æquari D plano, quæ æquatio est quadrati affirmate affecti, deinde argumentando, ergo $\frac{D \text{ planum} - E \text{ quad.}}{E}$ erit A.

Vel concedendo E quad. - E in A æquari D plano: quæ æquatio est quadrati negatæ affecti & argumentando, ergo $\frac{E \text{ quad.} - D \text{ plano}}{E}$ æquabitur A. Vel denique concedendo E in A - E quad. æquari D plano, quæ æquatio est plani sub latere negati de quadrato: & argumentando, ergo $\frac{E \text{ quad.} + D \text{ plano}}{E}$ æquabitur A.

Postremo per modos compositos, & excogitanda ab artifice & tentanda, quæ suo fini magis inservire conjiciet, figmenta.

Quam-

Quamcunque autem speciem induit A, æquatio juxta eam transformabitur, & nova de E ordinabitur; si quæ de A enunciantur in æquatione proposita, eadem enuncientur de nova quam A induit specie.

Alteretur enim A per additionem, fingendo $A + B$ esse E, ut supra, unde $E - B$ sit A. quum igitur par potestas creabitur abs $E - B$, quæ proponebatur ab A, & similes quoque parodici gradus, in quos ducantur invariandæ coëfficientes, ad efficienda eadem affectionum homogenea: omnino facta hujusmodi æquabuntur proposito homogeneo. Expurgentur igitur secundum artis præcepta, & ita demum æquatio de E ordinetur: jamque transmutata erit in novam æquationem de E, id est ipsa A producta cremento B enunciandam, quod faciendum erat.

Quod in reliquis quibuscunque alterandi modis, quibus semper A valor exprimitur, locum habere conspicuum est.

De transmutatione invariata radice.

Quod ad secundam præcautionem attinet, invariata radice æquationem transmutare, est gradum æquationis deprimere vel attollere.

Climacticus autem sive adscensus, sive descensus, regulariter fit vel irregulariter.

Climacticus regularis adscensus fit, quum utraque propositæ æquationis pars, distributa ordinate, vel secus ex artificis industria, ducitur quadraticæ, cubicæ, & ulterius climactice: descensus contra quum dividitur subquadraticæ, sub-cubicæ, & depressius sub-climactice: adscito nempe ad id supplemento dato vel inquirendo: omnia autem post ductionem, divisionemve congrue ordinantur.

Irregularis autem adscensus fit, quum omnia quibus proposita æquatio constat, singularia homogenea ducuntur in eundem parodicum gradum, sive purum, sive affectum à datis congruentibus magnitudinibus, vel etiam eas adficientem: & ducta congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Descensus contra, quum omnia singularia illa homogenea applicantur, sive ad radicem quæ sit ita, sive radice gradum potestate inferiorem, vel pure, vel cum adficientibus, adfectivè datis congeneribus magnitudinibus: & divisa, adscito nempe ad id supplemento dato, vel inquirendo, congruam interpretationem accipiunt, & ordinationem.

Demonstratio vero in quacunque artificiosa transmutandi forma statim evidens fit, quoniam quæ æqualia sunt longitudine, æqualia quoque sunt simili potestate, & contra: neque communis divisor vel multiplicator æqualitatem immutat vel rationem.

Atque hæc ut à nobis generaliter proposita sunt, ita specialibus indigere præceptis, & exemplis concedendum est, quæ diffundentur passim in convenientiores locos, prout edenda artificii transmutatorii exegerint specimina.

CAPVT VIII.

Singularia de Plasmate.

Plasma inesse æquationibus intelligitur, quum deducuntur potestates affectæ à puris, vel minus affectis æque altis, aut etiam altiores à depressioribus.

M 3

Ita-

Itaque plasma potest institui per omnes trausmutationum modos, præter divisionem & climacticum descensum.

Finis plasticæ ac præcipuus illius usus est, ut agnitæ æquationes plasticæ in simplices à quibus eductæ sunt, curentur resolvi, si quo id liceat impendio.

Quod quum deprehendet figmentarius, adnotabit sedulo, ac suum tandem proferet symbolum, in artis commendationem & illustrationem.

Omnino & id esto primum animadversione dignum.

Si qua potestas affecta est, vel afficit sub singulis gradibus ad eam parodis, plasticæ est per modum additionis, vel subductionis: quoniam radix intelligitur affecta fuisse cremento, vel decremento desumpto ex coefficiente sub gradu altiore, secundum potestatis conditionem.

In quadratis videlicet, affecta fuisse radix, semisse coefficientis sub latere. In cubis, triente coefficientis sub quadrato. In quadrato-quadratis, quadrante coefficientis sub cubo. In quadrato-cubis quintante coefficientis sub quadrato-quadrato, & eo continuo progressu.

Sic quadrata quæcunque affecta, originem sumunt à puris. Cubi affecti sub quadrato & latere, à cubis affectis sub latere. Quadrato-quadrata affecta sub cubo, quadrato, & latere, à quadrato-quadratis affectis sub quadrato vel latere, aut tam sub quadrato quam sub latere, & eo deinceps ordine.

Secundum esto, si qua potestas à radice plana est solidave, vel ulterioris ordinis homogenea, plasticæ est per multiplicationis modum vel implicitæ analogiæ.

Sic quadrato-quadratum affectum sub quadrato, originem sumit à quadrato affecto sub latere: quoniam ducta sunt omnia quibus æquatio constat singularia homogenea, in quadratum coefficientis sub latere: unde radix effecti quadrato-quadrati intelligitur media proportionalis inter coefficientem sub lateralem, & eam quæ primum proponebatur radicem.

Sic cubo-cubus affectus sub cubo, originem sumit à quadrato quoque affecto sub latere, unde radix effecti cubo-cubi fit secunda continue proportionalium, qualium coefficientis sub lateralis est prima, radix vero quæ primum proponebatur earundem quarta.

Sic cubo-cubus affectus sub quadrato-quadrato, originem sumit à cubo affecto sub quadrato, ductis omnibus quibus æquatio constat singularibus homogeneis, in cubum coefficientis sub quadrato: unde radix effecti cubo-cubi media proportionalis est inter coefficientem sub quadraticam, & eam quæ primum proponebatur.

Tertium esto, omne quadrato-quadratum affectum sub parodico ad illud gradu, uno vel pluribus, plasticum est, suam videlicet ducens per climacticum ascensum originem, à quadrato affecto sub latere.

Afficiatur quadrato-quadratum sub latere: æquatio affecti quadrati à quo deducta quadrato-quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singularium homogeneorum distributionem, ut quadrati symbolum fecerit partem unam æquationis, planum vero sub latere, una cum data comparisonis magnitudine, alteram: & utraque tandem parte ducta quadraticæ, interpretationem congruam acceperit homogeneum sub quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Adfi-

Adficiatur vero quadrato-quadratum, tam sub quadrato quam latere: æquatio affecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam passa est suorum quibus constat singularium homogeneorum distributionem, ut quadratica potestas, una cum diei dati plani comparisonis, vel ejusdem productione, fecerit partem unam æquationis, planum vero sub latere, una cum apotome dati plani comparisonis, vel eodem producto, partem alteram; atque adeo utraque parte ducta quadraticæ, omnia fuerint ordinata.

Adficiatur denique quadrato-quadratum sub cubo: æquatio adfecti quadrati, à quo deducta quadrato-quadratica est, eam suorum quibus constat singularium homogeneorum passa est distributionem, ut quadrati symbolum una cum plano sub latere, fecerit partem unam æquationis, datum vero planum comparisonis alteram & utraque parte ducta quadraticæ, interpretationem congruam acceperint, ut homogenea tam sub latere quam quadrato, atque adeo omnia fuerint ordinata.

Quarum esto & postremum, cubicas omnes affectiones per climacticum irregularem ascensum, è quadraticis posse deduci, verum in illis ad primævas non patere reductionis viam, nisi per æquationes potestatum æque altarum & affectarum: æquationum tamen inde constitutarum spectata proprietas maxime juvat.

Sed & inter anomalas plasticas, dignæ speciali nota sunt eæ quæ pertinent ad homogenea affectionum, quæ de potestatibus negantur: creantur illæ sua primæva origine à puri quadrati æquatione, instituto plasmate per additionem vel subductionem: nam quum ad plasma adsumitur coefficientis qualibet major radice proposita, sive ea adfirmetur per hypothesin, sive negetur, semper inciditur in æquationem plani sub latere negati de quadrato. Vnde Porisma.

Quotiescunque potestas negatur de affectionis homogeneo, radicem potestatis esse ancipitem: quoniam ex ancipite illa quadratica reliquæ omnes fluunt & deducuntur, salva radicis primævæ amphibolia.

CAPVT IX.

Deductiva quadratorum affectionum à puris.

Quæ omnia ut fiant evidentiora, Theorematum aliquot, ad plasmata de quibus monuimus pertinentium, jam sequitur farrago.

THEOREMA I.

Si A quad. æquetur Z plano. A + B esto E. E quad. — B in E 2 æquabitur Z plano — B quad.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, est autem A + B radici E æqualis, ergo E — B æquabitur A. Itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat singularibus planis. E quad. — B in E 2 + B quad. Quare omnibus his ordinatis E quad. — B in E 2, æquabitur Z plano — B quad. ut est enunciatum.

THEOREMA II.

Si A quad. æquetur Z plano. A — B esto E. E quad. + B in E 2 æquabitur Z plano — B quad.

Quoniam enim A quad. æquatur Z plano, est autem A — B radici E æqualis, ergo E + B æquabitur A. Itaque quadratum abs E + B æquabitur Z plano: quadratum autem istud constat singularibus planis. E quad. + B in E 2 + B quad. Quare omnibus bene ordinatis E quad. + B in E 2, æquabitur Z plano — B quad. ut est enunciatum.

THEO-

THEOREMA III.

Si A quad. æquetur Z plano. B — A vel A + B esto E. Bin E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano.

Quoniam enim A quad. proponitur æquale Z plano, est autem B — A radici E æqualis: igitur B — E æquabitur A. itaque quadratum abs B — E æquabitur Z plano: quadratum autem illud constat B quad. — Bin E 2 + E quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est enunciaturum.

Et si A + B æquetur E, igitur E — B æquatur A. itaque quadratum abs E — B æquabitur Z plano: quadratum illud constat E quad. — B in E 2 + B quad. quare omnibus bene ordinatis, B in E 2 — E quad. æquabitur B quad. — Z plano. ut est quoque enunciaturum.

CAPVT X.

Deductiva adfectorum aliquot cuborum sub quadrato, à cubis adfectis sub latere.

THEOREMA I.

Si A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Quare cubus abs E + B multatus solido abs B quad. 3 in E + B, æquabitur Z solido. Cubus autem abs E + B constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 — B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3, æquabitur Z solido + B cubo 2. ut est enunciaturum.

ALITER,

THEOREMA I.

Si A cubus — B quad. ter in A æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2.

Quoniam enim A cubus — B quad. 3 in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Quare cubus abs E — B multatus solido abs B quad. 3 in E — B, æquabitur Z solido. Cubus autem abs E — B constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — B quad. in E 3 + B cubo 3. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3, æquabitur Z solido — B cubo 2. ut est enunciaturum.

THEOREMA II.

Si B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B — A esto E. B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

Quoniam enim B quad. 3. in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in B — E, minus cubo abs B — E æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B cubo 3 — B quad. in E 3. Cubus vero negatus de solido illo, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido. ut est enunciaturum.

ALITER,

THEOREMA II.

Si B quad. ter in A — A cubo æquetur Z solido. B + A esto E. B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

Quo-

Quoniam enim B quad. 3 in A — A cubo, æquatur Z solido, est autem B + A radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A: quare solidum abs B quad. 3 in E — B, minus cubo abs E — B, æquabitur Z solido. Solidum autem illud affectum constat, B quad. in E 3 — B cubo 3. Cubus vero negatus de solido illo, — E cubo + B in E quad. 3 — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur B cubo 2 + Z solido.

CAPVT XI.

Deductiva adfectorum cuborum tam sub quadrato quam sub latere, à cubis adfectis sub latere.

THEOREMA I.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3 + B quad. 3 + D plano in E, æquabitur Z solido + D plan. in B + B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, proponitur æquari Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs E — B, adjunctus solido abs D plano in E — B, æquabitur Z solido. Cubus autem abs E — B constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in E — D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 + B quad. 3 + D plano in E, æquabitur Z solido + D plano in B + B cubo. ut est enunciaturum.

THEOREMA II.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3 + B quad. 3 + D plano in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B, æquabitur A. Itaque cubus abs E + B adjunctus solido abs D plano in E + B, æquabitur Z solido. Cubus autem abs E + B constat, E cubo + B in E quad. 3, + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in E, + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3 + B quad. 3 + D pl. in E, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo. ut est enunciaturum.

THEOREMA III.

Si A cubus + D plano in A, æquetur Z solido. B — A æquetur E. E cubus — B in E quad. 3 + B quad. 3 + D plano in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus + D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs B — E adjunctus solido abs D plano in B — E, æquabitur Z solido. Cubus autem abs B — E constat, B cubo — E in B quad. 3, + E quad. in B 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, + D plano in B, — D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 + B quad. 3 + D plano in E, æquabitur B cubo + D plano in B — Z solido. ut est enunciaturum.

THEOREMA IV.

Si A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B in E quad. 3 + B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque cubus abs E — B multatus solido abs D plano in E — B, æquatur Z solido. Cubus autem abs E — B constat, E cubo — B in E quad. 3 + B quad. in E 3 — B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E + D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 + B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido + B cubo — D plano in B. ut est enunciaturum.

N

THEO.

THEOREMA V.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus + B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque cubus abs E + B multatus solido abs D plano in E + B, æquabitur Z solido. Cubus autem abs E — B constat, E cubo + B in E quad. 3 + B quad. in E 3 + B cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in E — D plano in B. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus + B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciaturum.

THEOREMA VI.

SI A cubus — D plano in A, æquetur Z solido. B — A esto E. E cubus — B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido.

Quoniam enim A cubus — D plano in A, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque cubus abs B — E multatus solido abs D plano in B — E, æquabitur Z solido. Cubus autem abs B — E constat, B cubo — B quad. in E 3 + B in E quad. 3 — E cubo. Solidum vero affectionis, — D plano in B + D plano in E. Quare omnibus bene ordinatis, E cubus — B in E quad. 3 — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur B cubo — D plano in B — Z solido. ut est enunciaturum.

THEOREMA VII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A + B esto E. D planum — B quad. 3 in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A + B radici E æqualis, igitur E — B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in E — B, multatum E — B cubo, æquatur Z solido. Solidum autem abs D plano in E — B constat, D plano in E, — D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo + B in E quad. 3 — B quad. in E 3 + B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, D planum — B quad. 3 in E, + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo. ut est enunciaturum.

THEOREMA VIII.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. D planum — B quad. 3 in E — B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem A — B radici E æqualis, igitur E + B æquabitur A. Itaque solidum abs D plano in E + B multatum E + B cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in E + B constat, D plano in E + D plano in B. Cubus vero ablatitius, — E cubo — B in E quad. 3 — B quad. in E 3 — B cubo. Quare omnibus bene ordinatis, D planum — B quad. 3 in E — B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B + B cubo. ut est enunciaturum.

THEOREMA IX.

SI D planum in A — A cubo, æquetur Z solido. B — A esto E. D planum — B quad. 3 in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido.

Quoniam enim D planum in A — A cubo, æquatur Z solido: est autem B — A radici E æqualis, igitur B — E æquabitur A. Itaque D planum in B — E, minus B — E cubo, æquabitur Z solido. Solidum autem abs D plano in B — E constat, D plano in B — D plano in E. Cubus vero ablatitius, — B cubo + B quad. in E 3 — E quad. in B 3 + E cubo. Quare omnibus bene ordinatis, D planum — B quad. 3 in E + B in E quad. 3 — E cubo, æquabitur D plano in B — B cubo — Z solido. ut est enunciaturum.

CAPVT

CAPVT XII.

Deductiva potestatum aliquot, radices planas solidasve habentium, à potestatibus simplicium radicum.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum. E quad. quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{E \text{ quad.}}{B}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{E \text{ quad.}}{B}$ adjunctum plano sub B & $\frac{E \text{ quad.}}{B}$, id est $\frac{E \text{ quad. quad.}}{B}$ + E quad. æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quadratum, ergo E quad. quad. + B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum. ut est enunciaturum. Quum autem ipsum E quad. radix statueretur plana, hæc erit æquationis enunciatio. E plani-quadratum + B quadrato in E planum, æquabitur B quad. in Z planum.

THEOREMA II.

SI A quad. — B in A æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. E quad. quad. — B quad. in E quad, æquabitur B quad. in Z planum.

ALITER.

B plani-quad. — B quad. in E planum, æquabitur B quad. in Z planum. Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA III.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano. B in A esto E quadratum, planumve. B q. in E q. — E quad. quad, æquabitur B q. in Z planum.

ALITER.

B quad. in E planum — E plani quad, æquabitur B quad. in Z planum. Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA IV.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: est autem B quad. in A æquale E cubo, igitur $\frac{E \text{ cubus}}{B \text{ quad.}}$ æquabitur A. itaque quadratum abs $\frac{E \text{ cubo}}{B \text{ quad.}}$ plus $\frac{B \text{ in E cubum}}{B \text{ quad.}}$ id est $\frac{E \text{ cubo-cubus}}{B \text{ quad. quad.}}$ + $\frac{E \text{ cubo}}{B}$ æquabitur Z plano. Omnia ducantur in B quad. quad. ergo E cubo-cubus + B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum. ut est enunciaturum.

THEOREMA V.

SI A quad. — B in A æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. E cubo-cubus — B cubo in E cubum, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA VI.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano. B quad. in A esto E cubus, solidumve. B cubus in E cubum — E cubo-cubo, æquabitur B quad. quad. in Z planum.

N 2

ALI-

ALITER.

B cubus in E solidum — E solidi quadrato, æquabitur E quad. quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA VII.

SI A cubus + B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quad. E cubo-cubus. + B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

Quoniam enim A cubus + B in A quad. æquatur Z solido: est autem B in A æquale E quadrato, igitur $\frac{E \text{ quad.}}{B}$ æquabitur A. quare ex iis quæ proponuntur. $\frac{E \text{ cubo-cubus}}{B \text{ cubo.}}$ + $\frac{E \text{ quad. quad.}}{B}$ æquabitur Z solido. Omnia in B cubum ducantur.

Ergo E cubo-cubus, + B quad. in E quad. quad. æquabitur B cubo in Z solidum. ut est enunciaturum. Quum autem ipsum E quadratum statuetur radix plana, hæc erit enunciatio. E plani-cubus. + B quad. in E plani quad. æquatur B cubo in Z solidum.

THEOREMA VIII.

SI A cubus. — B in A quad. æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. E cubo-cubus — B quad. in E quad. quad, æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

E plani cubus — B quad. in E plani quadratum, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

THEOREMA IX.

SI B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. B in A esto E quadratum, planumve. B quad. in E quad. quad. — E cubo-cubo, æquabitur B cubo in Z solidum.

ALITER.

B quad. in E plani quad. — E plani-cubo, æquabitur B cubo in Z solidum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

CAPUT XIII.

Deductiva adfectorum quadrato-quadratorum ab adfectis quadratis.

De quadrato-quadratis affectis sub latere.

THEOREMA I.

SI A quad. + B in A æquetur Z plano: A quad. quad. + B cubo — B in Z planum 2 in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano: igitur per antithesin, A quad. æquabitur Z plano — B in A. ergo A quad. quad. æquabitur Z plano-plano, — B in A in Z planum 2 + B quad. in A quad. At affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem ex proposita æquatione accipiens, valet B quad. in Z planum — B cubo in A. Quare ea interpretatione adscita, & omnibus bene ordinatis, A quad. quad.

quad. + B cubo — B in Z planum 2 in A æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum. ut est enunciaturum.

Si 1 Q + 8 N. æquetur 20. 1 Q Q + 832 N. æquabitur 1680.

THEOREMA II.

SI A quad. — B in A æquetur Z plano: A quad. quad. — B cubo — B in Z planum 2 in A, æquabitur Z plano-plano + B quad. in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N. æquetur 20. 1 Q Q — 832 N. æquabitur 1680.

THEOREMA III.

SI B in A — A quad. æquetur Z plano: B cubus — B in Z planum 2 in A — A quad. quad, æquabitur B quad. in Z planum — Z plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. æquetur 20. 1248 N. — 1 Q Q. æquabitur 2480.

De quadrato-quadratis affectis sub latere, & quadrato.

THEOREMA IV.

SI A quad. + B in A æquetur S plano + D plano: A quad. quad. — D plano 2 — B quad. in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur S plano + D plano, igitur per antithesin A quad. — D plano, æquabitur S plano — B in A. utraque pars ita transpositæ æquationis, ducatur quadratice. Ergo A quad. quad. — D plano in A quad. 2 + D plano-plano, æquabitur S plano-plano — B in A in S planum 2 + B quad. in A quad. Et omnibustite ordinatis, A quad. quad. — D plano 2 — B quad. in A quad. + B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano, — D plano-plano. ut est enunciaturum.

Si 1 Q + 8 N. æquetur 20. composito ex 15 & 5. 1 Q Q — 74 Q. + 240 N. æquabitur 200.

THEOREMA V.

SI A quad. — B in A æquetur S plano + D plano: A quad. quad. — D plano 2 — B quad. in A quad. — B in S planum 2 in A, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si 1 Q — 8 N. æquatur 20. composito ex 15 & 5. 1 Q Q — 74 Q — 240 N æquabitur 200.

THEOREMA VI.

SI B in A — A quad. æquetur S plano + D plano: B quad. — S plano 2 in A quad. — B in D planum 2 in A — A quad. quad, æquabitur S plano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si 12 N. — 1 Q. æquetur 20. composito ex 15 & 5. 114 Q — 120 N — 1 Q Q. æquabitur 200.

De iisdem aliter,

THEOREMA VII.

Si A quad. + B in A æquetur Splano — D plano: A quad. quad. $\frac{+D \text{ plano}}{no 2 - B \text{ quad.}}$ in A quad. + B in Splano 2 in A, æquabitur Splano-plano — D plano-plano.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Splano — D plano: igitur per antithesin, A quad. + D plano, æquabitur Splano — B in A. Vtraque igitur pars ducatur quadraticè: ergo A quad. quad. + D plano in A quad. 2 + D plano-plano, æquabitur Splano-plano — B in Splano in A 2 + B quad. in A quad. Et omnibus rite ordinatis, A quad. quad. $\frac{+D \text{ plano}}{no 2 - B \text{ quad.}}$ in A quad. + B in Splano 2 in A, æquabitur Splano-plano — D plano-plano. ut est enunciatum.

Si $1Q + 8N$ æquetur 20. differentia inter 40 & 60. $1QQ + 16Q + 960N$, æquabitur 2000.

THEOREMA VIII.

Si A quadr. — B in A æquetur Splano — D plano: A quadr. quadr. $\frac{+D \text{ plano}}{no 2 - B \text{ quad.}}$ in A quad. — B in Splano 2 in A, æquabitur Splano-plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1Q - 8N$ æquetur 20. differentia inter 40 & 60. $1QQ + 16Q - 960N$, æquabitur 2000.

THEOREMA IX.

Si B in A — A quad. æquetur Splano — D plano: B in D planum 2 in A $\frac{+B \text{ quad.} - \text{Splano}}{no 2 - B \text{ quad.}}$ in A quad. — A quad.-quad, æquabitur Splano plano — D plano-plano.

Nec dissimilis est ab ea quæ in septimo hujus Theorematis capite exposita est demonstratio.

Si $12N - 1Q$ æquetur 20. differentia inter 40 & 60. $960N + 24Q - 1QQ$, æquabitur 2000.

De quadrato-quadratis affectis sub cubo.

THEOREMA X.

Si A quad. + B in A æquetur Z plano: A quad. quad. $\frac{+B \text{ in Z planum } 2 + B \text{ cubo}}{Z \text{ plano-plano-plano}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{Z \text{ plano-plano-plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$.

Quoniam enim A quad. + B in A æquatur Z plano, igitur per antithesin, A quad. æquabitur Z plano — B in A. Omnia ducantur in A, ergo A cubus æquatur Z plano in A — B in A quad. seu aliter ex designato A quadrati valore, A cubus æquatur Z plano in A — B in Z planum + B quad. in A. Et utraque parte hujus æquationis divisa per Z planum + B quad. $\frac{A \text{ cubus} + Z \text{ plano in B}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ æquabitur A. Quod igitur dicitur, A quad. æquari Z plano — B in A, idipsum ex designato A valore ita exprimitur. A quad. æquatur, $\frac{Z \text{ plano-plano} - B \text{ in A cubum}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$. Rursus venio ad primam propositam æquationem: A quad. + B in A, æquari Z plano. Vtraque pars ducitur quadraticè: igitur A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad, æquabitur Z plano-plano. Iam affectio B quadrati in A quadratum, interpretationem accipito ex postremo designato A quadrati valore, ipsa erit B quad. in Z plano-plano — B cubo in A cubum $\frac{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$. Qua interpretatione adscita, & omnibus rite ordinatis, A quad. quad. $\frac{+B \text{ in Z planum } 2 + B \text{ cubo}}{Z \text{ plano-plano-plano}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{Z \text{ plano-plano-plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ ut est ordinatum.

Si $1Q + 14N$ æquatur 147. $1QQ + 20C$, æquabitur 9261.

THEO-

THEOREMA XI.

Si A quad. — B in A, æquetur Z plano. A quad. quad. $\frac{+B \text{ in Z planum } 2 - B \text{ cubo}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$ in A cubum, æquabitur $\frac{Z \text{ plano-plano-plano}}{Z \text{ plano} + B \text{ quad.}}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1Q - 14N$, æquetur 147. $1QQ - 20C$, æquabitur 9261.

THEOREMA XII.

Si B in A — A quadrato, æquetur Z plano. $\frac{B \text{ cubus} - B \text{ in Z planum } 2}{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$, æquabitur $\frac{Z \text{ plano-plano-plano}}{B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$.

Nec dissimilis est ab ea quæ in decimo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si $21N - 1Q$, æquetur 98. $15C - 1QQ$, æquabitur 2744.

CAPVT XIV.

Deductiva affectorum aliquot cuborum ab affectis quadratis.

THEOREMA I.

Si A quad. + B in A, æquetur Z plano. B quad. + Z plano in A — A cubo, æquabitur B in Z planum.

Quoniam enim A quad. + B in A, æquatur Z plano. Omnia ducantur in A: igitur A cubus + B in A quad, æquabitur Z plano in A. Sed & ex iis quæ proposita sunt, A quad. æquatur Z plano — B in A. Quare adscita ea interpretatione in æquatione cubica, ad exprimendum valorem solidi B in A quadratum, A cubus + B in Z planum — B quad. in A, æquabitur Z plano in A, & omnibus rite ordinatis, Z planum + B quad. in A — A cubo, æquabitur B in Z planum. ut est enunciatum.

Si $1Q + 8N$, æquetur 20. $84N - 1C$, æquabitur 160.

THEOREMA II.

Si A quad. — B in A, æquetur Z plano. A cubus $\frac{-B \text{ quad.} - Z \text{ plano}}{no 2 - B \text{ quad.}}$ in A, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1Q - 8N$, æquetur 20. $1C - 84N$, æquabitur 160.

THEOREMA III.

Si B in A — A quad, æquetur Z plano. B quad. — Z plano in A — A cubo, æquabitur B in Z planum.

Nec dissimilis est ab ea quæ in primo hujus capitis Theoremate exposita est demonstratio.

Si $12N - 1Q$, æquetur 20. $124N - 1C$, æquabitur 240.

THEOREMA IV.

Si A quad. + B in A, æquetur B in D. A cubus + $\frac{B + D}{no 2 - B \text{ quad.}}$ in A quad, æquabitur B in D quadratum.

Quoniam enim A quad. — B in A, æquatur B in D. Omnia ducantur in A, igitur A cubus

bus + B in A quad., æquabitur B in D in A. Sed ex iis quæ proponuntur $\frac{B \text{ in } D - A \text{ quad.}}{B}$ æquatur A. Quare ea interpretatione adscita ad exprimendum valorem solidi B in D in A: A cubus + B in A quad., æquabitur B in D quad. — D in A quad. & adhibita congrua metathesi. A cubus + $\frac{B}{B + D}$ in A quad., æquabitur B in D quad. ut est ordinatum.

Si $1 Q + 16 N$, æquatur 80. factio ex 16 in 5. $1 C. + 21 Q$, æquabitur 400.

THEOREMA V.

Si A quad. — B in A, æquetur B in D. $\frac{B}{B + D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec dissimilis est ab ea quæ in antecedente Theoremate exposita est demonstratio.

Si $1 Q - 16 N$, æquatur 80. factio ex 16 in 5. $21 Q - 1 C$, æquabitur 400.

THEOREMA VI.

Si B in A — A quad., æquetur B in D. $\frac{B}{B - D}$ in A quad. — A cubo, æquabitur B in D quad.

Nec dissimilis est ab ea quæ in quarto hujus capituli Theoremate exposita est demonstratio.

Si $9 N - 1 Q$, æquatur 18. factio ex 9 in 2. $7 Q - 1 C$, æquabitur 36.

CAPUT XV.

Ambiguitates radicum, quarum potestates de homogeneis adfectionum in adæquationibus negantur, demonstratæ.

THEOREMA.

Ostendendum est quum in æquationibus potestates de homogeneis adfectionum negantur, radices esse ancipites.

Proponatur differentia inter B & A esse æqualis S: & sit B major quam S. aut igitur excessus est penes B, vel penes A. Primo casu, B — A æquetur S: itaque B — S fit A. Secundo casu A — B æquetur S: itaque B + S fit A. Quoniam autem primo casu B — A æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadraticæ, igitur B quad. — B in A 2 + A quad., æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad., æquale fit B quad. — S quad. Quoniam vero secundo casu, A — B æquatur S, utraque pars æqualitatis ducatur quadraticæ, igitur B quad. — B in A 2 + A quad. æquabitur S quad. & æqualitate ordinata, B in A 2 — A quad. rursus æquale fit, Bq. — Sq. Utroque igitur casu in eandem inciditur æquationis formulam: est autem radix duplex; ipsa vero formula æquationis est, ut planum sub latere, adficiatur multa quadrati.

Si B 6, S 4, A 1 N. $12 N - 1 Q$, æquatur 20. & fit 1 N. 6 — 4 vel + 4.

Quam amphiboliam in omnibus similibus æquationibus locum habere satis intelligitur, ut si proponatur D in A — A quad., æquari Z plano: ipsa D dicetur esse B 2, & Z planum esse B quad. — S. quad.

Porro, per sextum Theorema antecedentis capituli, apparet ab ea quadrati ambigui æquatione, derivari cubos negatos de solidis sub parodico gradu; & per tertium, sextum, & nonum capituli duodecimi, ab eadem derivari quadrato-quadrata negata de plano-planis sub parodico gradu, quod ad ulterioris ordinis æquationes posse extendi satis fit manifestum.

CAPUT XVI.

De Syncrifi.

Syncrifi est duarum æquationum correlatarum mutua inter se ad deprehendendum earum constitutionem collatio.

Duæ

Duæ autem æquationes correlatæ intelliguntur, quum ambæ similes sunt, & præterea iisdem datis magnitudinibus constant, siue adfectionum parabolis, siue adfectionum homogeneis. Radices tamen ideo diversæ sunt, quoniam vel ipsæ æquationum formulæ de duabus pluribusve radicibus, ex sui constitutione sunt explicabiles; vel in iis diversa est adfectionum qualitas, seu nota.

Ac de simplicioribus quidem correlatis sufficiet doctrina, id est una tantum adfectione obvolutis, ut pote quarum vi, de iis quæ passionibus abundant, plastices peritus ratiocinabitur secure.

Correlatarum igitur simpliciorum æquationum, tres sunt differentiæ.

Prima est ancipitum, in quarum utraque potestas negatur de homogenea adfectionis.

Altera est contradicentium, in quarum una potestas adficitur adfirmate, in altera negate.

Tertia est inversarum, in quarum una, potestas adficitur multa homogeneæ adfectionis, in altera e contra, homogenea adfectionis multatur potestate.

Sive autem ancipitum, siue contradicentium, siue inversarum æquationum constitutio, syncrifi cognoscetur probe: ineunda siquidem syncrifeos hæc est ratio. Quoniam enim quæ uni æquantur inter se æqualia sunt: proponuntur autem potestates duæ adficientes, adfectavæ, eidem datæ omnino magnitudini homogeneæ comparari; ipsum autem adfectum, adficiensve homogeneum, utrivis potestati immixtum, fieri sub parodico iisdem gradibus, eademque parabola. Ergo potestas radice una cum homogeneo sub suo gradu parodico, æquabitur potestati alterius una cum homogeneo sub suo quoque gradu parodico; & translatis ad unam ita constitutæ quoque æquationis partem potestatibus, ad alteram vero, iis quæ sub gradibus fiunt adfectionum homogeneis, erit rursus æqualitas. Unde quum differentia aut aggregatum potestatum, applicabitur ad differentiam vel aggregatum laterum, (uter vero terminus, opus indicabit.) faciet oriri magnitudinem parabolæ æqualem: cujus ideo evidens erit constitutio.

Quod si postea utravis positarum æquationum, syncrifi expositarum, non jam sub ipsamet parabola exhibeatur, seu sub æquo parabolæ (prout ejus constitutio agnita fuit) valore: quod ordinabitur, erit consequenter dato comparationis homogeneo æquale, cujus ideo constitutio non poterit ignorari: quoniam orietur illud ex facti ab aggregato vel differentia radicum, aut graduum, in planum sub radicibus applicatione ad eundem cui antecessens applicatio facta est terminum, siue differentiam, siue aggregatum.

Secundum quæ, proficiuntur parabolæ adfectionum in ancipitibus, ex applicatione differentiarum potestatum ad differentiam eorum quos meretur parabola graduum.

Homogenea vero comparationum, ex applicatione differentiarum factorum reciproce, à potestate unius radice in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta est, graduum differentiam.

Id autem obiter est demonstrandum.

PROBLEMA I.

Duarum ancipitum æquationum constitutionem, ex syncrifi dignoscere.

O

Pro-

Proponatur B parabola in A gradum — A potestate, æquari Z homogeneæ. & rursus eadem B parabola in E gradum — E potestate, æquari Z homogeneæ.

Vnde par existit gradus & par potestas. Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere.

Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se: manifestum est B parabola in A gradum — A potestate, æquari B parabola in E gradum — E potestate. & per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter præsuppositam radicem $\alpha\mu\phi\beta\omicron\lambda\iota\alpha\nu$. A potestas — E potestate, æquabitur B parabola in A gradum — B parabola in E gradum. Et omnibus per A gradum — E gradu divis, $\frac{A\ potestas}{A\ gradus} = \frac{E\ potestas}{E\ gradu}$, æquabitur B parabola.

Oritur ergo B parabola, ex applicatione differentiarum potestatum ad differentiam graduum: ut est constitutum.

Porro, quum B parabola in A gradum — A potestate, æquetur Z homogeneæ: in locum B parabola subrogetur jam agnitus ejus valor, & ea subrogatione æquatio reformetur: ergo $\frac{A\ potestas\ in\ E\ gradum}{A\ gradus} = \frac{E\ potestas\ in\ A\ gradum}{E\ gradu}$, æquabitur Z homogeneæ.

Oritur ergo Z homogenea ex applicatione differentiarum factorum reciproce, à potestate unius radicis in gradum alterius, ad differentiam graduum: ut est quoque constitutum.

In specie.

Proponatur B in A — A quad, æquari Z plano. Et rursus B in E — E quadr, æquari Z plano.

Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B in A — A quad, æquari B in E — E quad. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicem $\alpha\mu\phi\beta\omicron\lambda\iota\alpha\nu$. A quad. — E q., æquabitur B in A — B in E, & omnibus per A — E divis, $\frac{A\ quad.}{A} = \frac{E\ quad.}{E}$, id est A + E, æquabitur B.

Est igitur B summa duorum de quibus queritur laterum, oriunda ex applicatione differentiarum quadratorum, ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B in A — A quad, æquetur Z plano: si in locum B, subrogetur jam agnitus ipsius valor $\frac{A\ quad.}{A}$, seu A + E. $\frac{A\ quad.}{A} = \frac{E\ quad.}{E}$, id est E in A, æquabitur Z plano.

Est igitur Z planum, id quod sit sub duobus de quibus queritur lateribus, ortum ex differentiarum factorum reciproce à quadrato unius in radicem alterius applicatione, ad differentiam laterum: ut est quoque generaliter constitutum.

Aliud.

Proponatur B planum in A — A cubo, æquari Z solido, & rursus B planum in E — E cubo, æquari Z solido.

Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem dignoscere: quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est B planum in A — A cubo, æquari B planum in E — E cubo. Et per antithesin, statuendo si placet A majorem quam E, quod quidem hic liberum est, propter suppositam radicem $\alpha\mu\phi\beta\omicron\lambda\iota\alpha\nu$. A cubus — E cubo, æquabitur B planum in A — B planum in E. Et omnibus per A — E divis, $\frac{A\ cubus}{A} = \frac{E\ cubus}{E}$, id est A quad. + E quad. + A in E, æquabitur B planum.

Est igitur B planum aggregatum quadratorum à duobus de quibus queritur lateribus, adjunctum ei quod sub his sit plano: & oritur ex applicatione differentiarum cuborum ad differentiam laterum: ut est generaliter constitutum.

Porro quum B planum in A — A cubo, æquetur Z solido: si in locum B planum subrogetur, agnitus ejus valor, nempe $\frac{A\ cubus}{A}$, seu A q. + E q. + A in E. $\frac{A\ cubus}{A} = \frac{E\ cubus}{E}$, id est, + A q. in E + E q. in A, æquabitur Z solido. Est igitur Z solidum quod sit ab aggregato laterum in planum sub lateribus, & oritur ex differentiarum ipsorum factorum, reciproce à cubo unius lateris in latus alterius, applicatione ad differentiam ipsorum laterum: ut est quoque constitutum.

Constitutio igitur propositarum æquationum tandem ex syncrisi agnita est: ut faciendum erat.

Placeat exhibere formulam æquationis ancipitis quadraticæ, de radice F & G, hac minore, illa majore explicabilis. dixerit $F + G$ in A — A q., æquari F in G: & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit $12\ N - 1\ Q$, æquabitur 20. explicabilis de 10 vel 2. Placeat

Placeat exhibere formulam æquationis cubi negati de homogeneo adfectionis sublatere, ut sit radix de F vel G explicabilis. dixerit $F\ quad. + G\ quad. = F\ in\ G$ in A — A cubo, æquari F in G quad. + G in F quad. & fieri A, F vel G.

Sit F 10. G 2. A 1 N. formula æquationis erit $124\ N - 1\ C$, æquabitur 240. explicabilis de 10, vel 2.

In contradicentibus, coëfficientes subgraduales proficiuntur ex applicatione differentiarum potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinent coëfficientes graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione aggregati factorum reciproce, à potestate radicis unius in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: id autem quoque obiter est demonstrandum.

PROBLEMA II.

Varum contradicentium æquationum constitutionem ex syncrisi agnoscere.

Proponatur A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rursus E potestas — eadem B coëfficiente in E gradum, æquari eidem Z homogeneo.

Vnde par existit gradus & par potestas. Oportet ex syncrisi earum æquationum constitutionem agnoscere.

Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum est. A potestatem + B coëfficiente in A gradum, æquari E potestati — B coëfficiente in E gradum. & per antithesin E potestatem — A potestatem, æquari B coëfficienti in E gradum + B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum + A gradu divis, $\frac{E\ potestas}{E\ gradus} = \frac{A\ potestas}{A\ gradus}$, æquabitur B coëfficienti.

Oritur ergo B coëfficiens subgradualis, ex applicatione differentiarum potestatum, ad aggregatum eorum quos sustinet coëfficiens graduum: ut est constitutum.

Porro quum A potestas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homogeneo.

In locum B coëfficientis, subrogetur jam agnitus ejus valor, videlicet $\frac{E\ potestas}{E\ gradus} = \frac{A\ potestas}{A\ gradus}$, & ea subrogatione æquatio reformetur. ergo A potestas + $\frac{E\ potestas}{E\ gradus} = \frac{A\ potestas}{A\ gradus}$ in A gradum, æqu. Z homogeneo, hoc est omnibus rite ordinatis $\frac{A\ potestas\ in\ E\ grad. + E\ potestas\ in\ A\ grad.}{E\ gradus + A\ gradus}$, æqu. Z homogeneo.

Oritur ergo Z homogenea, ex applicatione aggregati factorum reciproce à potestate radicis unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum aggregatum: ut est secundo loco enunciatum.

In inversis plane negatis, coëfficientes subgraduales proficiuntur ex applicatione aggregati potestatum, ad aggregatum eorum in quos coëfficiens est graduum.

Homogenea vero datæ mensuræ, ex applicatione differentiarum factorum reciproce à potestate radicis unius, in gradum alterius, ad prædictum cui altera applicatio facta est graduum in quos coëfficiens subgradualis est, aggregatum.

Idem quoque obiter est demonstrandum.

PROBLEMA III.

Varum inversarum æquationum constitutionem, ex syncrisi agnoscere.

Proponatur A potestas — B coëfficiente in A gradum, æquari Z homogeneo. Et rursus eadem B coëfficiens in E gradum — E potestate, æquari eidem Z homogeneo.

Vnde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares potestates. Oportet autem æqualitatem harum constitutionem agnoscere. Quoniam igitur quæ uni æquantur æqualia sunt inter se, manifestum sit ex his quæ proponuntur. A potestatem — B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in gradum — E potestate, & per antithesin A potestatem + E potestate, æquari B coëfficienti in A gradum + B coëfficiente in E gradum.

Itaque omnibus per E gradum + A gradu divis, $\frac{A\ potestas + E\ potestas}{E\ gradus + A\ gradus}$, æquabitur B coëfficienti.

O 2

Id

Id ipsum autem est quod primo loco enunciatur. Porro quum A potestas — B coëfficiente subgraduali in A grad. æquetur Z homog. In locum B coëfficientis, subrogetur æquus valor, videlicet $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu}}$ igitur A potestas — $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu}}$ in A grad. — $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu}}$ in A grad. æquabitur Z homog. hoc est omnibus rite ordinatis, $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu}}$ in A grad. æquabitur Z homog. Quod ipsum est quod secundo loco enunciatur.

In inverſis autem quarum una per adfirmationem adſcitur, altera per negationem, coëfficientes ſubgraduales proſciſcuntur ex applicatione aggregati poteſtatum ad differentiam eorum, in quos coëfficiens eſt graduum.

Homogenea vero data meſura, ex applicatione aggregati factorum reciproce, a poteſtate radicis unius in gradum alterius, ad prædictam cui altera applicatio facta eſt graduum in quos coëfficiens eſt, differentiam. Id autem quoque obiter eſt demonſtrandum.

Proponatur ſi quidem A poteſtas + B coëfficiente in A gradum, æquari Z homog. Et rursus eadem B coëfficiens in E gradum — E poteſtate, æquari eidem Z homog. Unde intelligantur A & E pares gradus, atque adeo pares poteſtates. Oporteat autem æqualitatum harum conſtitutionem agnoſcere. Quoniam igitur quæ uni æquantur, æqualia ſunt inter ſe, manifeſtum ſit ex iis quæ proponuntur. A poteſtatem + B coëfficiente in A gradum, æquari B coëfficienti in E gradum — E poteſtate, & per antitheſin A poteſtatem + E poteſtate, æquari B coëfficienti in E gradum — B coëfficiente in A gradum. Itaque omnibus per E gradum — A gradu diviſis, $\frac{E \text{ poteſtas} + A \text{ potestate}}{E \text{ gradus} - A \text{ gradu}}$ æquabitur B coëfficienti. Quod ipſum eſt quod primo loco enunciatur. Porro quum A poteſtas + B coëfficiente in A gradum, æquetur Z homog. in locum B coëfficientis ſub gradualis, ſubrogetur æquus valor, videlicet $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu}}$ igitur A poteſtas + $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu}}$ in A gradum, æquari Z homog. hoc eſt omnibus rite ordinatis $\frac{A \text{ potestas} + B \text{ potestate}}{A \text{ gradus} + B \text{ gradu}}$ in A gradum, æquari Z homog. Quod ipſum eſt quod ſecundo loco enunciatur.

Et ancipites quidem dicimus omnino & in omni poteſtatum ordine efficaces, quoniam agnita ſemel magiſtra, liberior eſt ad comitem tranſitus, ut ex Zeteticis clarum eſt.

At contradicentes & inverſæ, interdum efficaces ſunt, interdum minime, idque eſt gradu poteſtatis definitur, ut pote contradicentes ſub latere, ita demum ſunt efficaces, ſi hærent in quadrato, vel poteſtatibus exinde alternis, videlicet, quadrato-quadrato, cubo-cubo: & eo continuo ordine.

In baſe autem & poteſtatibus exinde alternis, videlicet cubo, & quadrato-cubo, & eo continuo ordine, cenſemus pigras & inefficaces: quoniam nihil ſolatii præſidiive afferunt Analyſtæ, quo ſibi pateat ad ἀντιβαλλόμενας facilior ſæliciorve aditus.

Vt contra, inverſæ ſub latere, quum utraque negata eſt, efficaces ſunt ſi hærent ſub cubo, quadrato-cubo, &c.

Cauſa eſt, quod quando differentia poteſtatum applicatur ad differentiam radicem, quæ inde oritur magnitudo, æqua ſit effectis continue proportionalibus ab radicibus iſſdem, ſerie undique affirmata, in quocunque poteſtatum ordine, ſecundum ea quæ expoſita ſunt in capite de geneſi poteſtatum à binomia radice.

At quum differentia poteſtatum applicatur ad aggregatum radicem, quæ inde oritur magnitudo, æqua ſit effectis continue proportionalibus proſtaphæretice alterne tantummodo, quum poteſtates ſunt cubi, quadrato-cubi, & eo deinceps ordine incedentes alterne.

Cæterum dum aggregatum poteſtatum applicatur ad differentiam radicem, nulla inde occurrit magnitudo æqua proportionalibus continue effectis, ſive per gradus ſcalæ numero pares, ſive impares, climaticæ magnitudines procedant.

CAPUT XVII.

Syncretice doctrinæ Geometrica phraſis.

Hæc autem ſyncritica iudicia, exornantur & expoliuntur per aliquot analogias, quibus excitatur Geometrica Mechanice, ac evidentior ſit & paratior.

THEO-

THEOREMA I.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum eſt prima ad quadratum eſt ſecunda.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita cubus eſt prima ad cubum eſt ſecunda.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum eſt prima ad quadrato-quadratum eſt ſecunda.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita quadrato-cubus eſt prima ad quadrato-cubum eſt ſecunda.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus eſt prima ad cubo-cubum eſt ſecunda.

Nam quadratum eſt poteſtas rationis duplicatæ, cubus triplicatæ, quadrato-quadratum quadruplicatæ, &c. ut alibi annotatum eſt: itaque poteſtatibus ſingulis, ſuæ addicuntur proportionalium ſeries, ſecundum earum conditionem.

THEOREMA II.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita aggregatum quadratorum à ſingulis duabus primis ad aggregatum quadratorum à ſingulis duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita aggregatum cuborum à ſingulis tribus primis ad aggregatum cuborum à ſingulis tribus poſtremis.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita aggregatum quadrato-quadratorum à ſingulis quatuor primis ad aggregatum quadrato-quadratorum à ſingulis quatuor poſtremis.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita aggregatum quadrato-cuborum à ſingulis quinque primis ad aggregatum quadrato-cuborum à ſingulis quinque poſtremis.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita aggregatum cubo-cuborum à ſingulis ſex primis ad aggregatum cubo-cuborum à ſingulis ſex poſtremis.

Quoniam enim ut prima ad tertiam, ita eſt quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, ut vero quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, ita quadratum ſecundæ ad quadratum tertię. Ergo per ſynareſin, eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum primæ plus quadrato ſecundæ ad quadratum ſecundæ plus quadrato tertię. Nec diſſimiliter in reliquis ſeriebus proportionalium & conditionariis ſecundum rationem extremarum poteſtatibus, licet arguere & ratiocinari.

THEOREMA III.

Si fuerit ſeries trium proportionalium: eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum compositæ eſt duabus primis ad quadratum compositæ eſt duabus poſtremis.

Et ſi quatuor: eſt ut prima ad quartam, ita cubus compositæ ex tribus primis ad cubum compositæ ex tribus poſtremis.

Et ſi quinque: eſt ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum compositæ eſt quatuor primis ad quadrato-quadratum compositæ eſt quatuor poſtremis.

Et ſi ſex: eſt ut prima ad ſextam, ita quadrato-cubus compositæ eſt quinque primis ad quadrato-cubum compositæ eſt quinque poſtremis.

Et ſi ſeptem: eſt ut prima ad ſeptimam, ita cubo-cubus compositæ ex ſex primis ad cubo-cubum compositæ ex ſex poſtremis.

O 3

Per

Per syneresin enim, est ut prima ad secundam, ita composita ex omnibus minus prima ad compositam ex omnibus minus altera extrema, quotcunque proportionalium sit series. In unaquaque autem serie exponitur sua potestas conditionaria: id est tantuplicata rationis, quam extremarum comparatio exigit.

THEOREMA IV.

Si fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita differentia quadratorum à duabus primis ad differentiam quadratorum à duabus postremis.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita differentia cuborum à tribus primis alterne sumptis ad differentiam cuborum à tribus postremis alterne sumptis.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita differentia quadrato-quadratorum à quatuor primis alterne sumptis ad differentiam quadrato-quadratorum à quatuor postremis alterne sumptis.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita differentia quadrato-cuborum à quinque primis alterne sumptis ad differentiam quadrato-cuborum à quinque postremis alterne sumptis.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita differentia cubo-cuborum à sex primis alterne sumptis ad differentiam cubo-cuborum à sex postremis alterne sumptis.

THEOREMA V.

Si fuerit series trium proportionalium: est ut prima ad tertiam, ita quadratum differentie duarum primarum ad quadratum differentie duarum postremarum.

Et si quatuor: est ut prima ad quartam, ita cubus differentie trium primarum alterne sumptarum ad cubum differentie trium postremarum alterne sumptarum.

Et si quinque: est ut prima ad quintam, ita quadrato-quadratum differentie quatuor primarum alterne sumptarum ad quadrato-quadratum differentie quatuor postremarum alterne sumptarum.

Et si sex: est ut prima ad sextam, ita quadrato-cubus differentie quinque primarum alterne sumptarum ad quadrato-cubum differentie quinque postremarum alterne sumptarum.

Et si septem: est ut prima ad septimam, ita cubo-cubus differentie sex primarum alterne sumptarum ad cubo-cubum differentie sex postremarum alterne sumptarum.

THEOREMA VI.

Si fuerint quatuor continue proportionales: solidum compositum ex cubo quartæ, & triplo cubo secundæ, differt à solido composito ex cubo primæ & triplo cubo tertiæ, per cubum differentie extremarum.

Sint quatuor continue proportionales B, D, E, G. & sit G major extrema. Dico G cubum + D cubo 3 — B cubo — F cubo 3, equari G — B cubo. Enimvero G — B cubus, constat G cubo — B in G quad. 3 + B quad. in G 3 — B cubo, comparatur autem G cubo + D c. 3 — B c. — F c. 3. Superest ut B quad. in G 3 — B in G quad. 3, æquetur D cubo 3 — F cubo 3.

Id autem ita se habet, nam B quad. in G est D cubus, & B in G quad. F cubus.

THEOREMA VII.

Si fuerint quatuor continue proportionales: solidum compositum ex cubo quartæ & triplo cubo secundæ, adjunctum solido composito ex cubo primæ

primæ & triplo cubo tertiæ, æquatur cubo aggregati extremarum. Eadem enim viget quæ in antecedente Theoremate demonstratio.

CAPVT XV.

Æquationum ancipitum constitutiva.

Agnitæ per syncrisin ancipites æquationes, aut plasmatis resolutione, aut denique Zetescos vi, isto modo fere se habent.

De affectis sub depresso gradu, seu latere.

THEOREMA I.

Si B in A — A quad., æquetur Z plano: est B composita è duobus lateribus, sub quibus quod fit rectangulum, æquum est Z plano: & fit A latus majus minusve.

Sunt duo latera 2 & 10. dicitur 12 N — 1 Q, æuari 20. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA II.

Si B planum in A — A cubo, æquetur Z solido: est B planum compositum ex quadratis trium proportionalium: & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadratorum à reliquis: & fit A prima vel tertia.

Sunt proportionales. 2. 4. 10. dicitur 124 N — 1 C, æuari 240. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA III.

Si B solidum in A — A quad. — quad., æquetur Z plano — plano: est B solidum compositum ex cubis quatuor continue proportionalium: & Z plano — planum quod fit ductu alterius extremæ, in aggregatum cuborum à tribus reliquis: & fit A prima vel quarta.

Sunt continue proportionales. 2. 4. C 40. 4. C 200. 10. dicitur 1248 N — 1 Q Q, æuari 2480. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA IV.

Si B plano — planum in A — A quad. — cubo, æquetur Z plano solido: est B plano — planum compositum ex quad. — quadratis quinque continue proportionalium: & Z plano — solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-quadratorum à quatuor reliquis: & fit A prima vel quinta.

Sunt continue proportionales 2. 4. 80. 4. 2000. 10. dicitur 12496 N — 1 Q C, æuari. 24960. & fit 1 N 2, vel 10.

THEOREMA V.

Si B plano — solidum in A — A cubo — cubo, æquetur Z solido — solido: est B plano — solidum compositum ex quadrato-cubis sex continue proportionalium: & Z solido — solidum quod fit ductu alterius extremæ in aggregatum quadrato-cuborum à quinque reliquis: & fit A prima vel sexta.

Sunt continue proportionales 2. 4. Q C. 160. 4. Q C. 800. 4. Q C. 4000. 4. Q C. 20000. 10. dicitur, 124992 N — 1 C C, æuari 249920. & fit 1 N 2, vel 10.

De affectis sub elatiore gradu, seu lateri reciproco.

THEOREMA VI.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido: est B composita ex tribus proportionalibus, & Z solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadratum composita è duabus reliquis: & fit A composita è duabus primis, vel è duabus postremis.

Sint proportionales, 1. 2. 4. dicitur 7 Q — 1 C, æuari 36. & fit 1 N 3, vel 6.

THEOREMA VII.

Si B in A cubum — A quad. quad. æquetur Z plano — plano: est B composita ex quatuor continue proportionalibus: & Z plano — planum, quod fit ductu alterius extremæ in cubum composita è tribus reliquis: & fit A composita è tribus primis, vel è tribus postremis.

Sint

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. Dicitur $15C - 1QQ$, equari 2744. & fiet 1 N 7, vel 14.

THEOREMA VIII.

Si B in A quad. quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B composita ex quinque continue proportionalibus, & Z plano-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-quadratum compositæ à quatuor reliquis: & fit A composita ex quatuor primis, vel quatuor postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. $31QQ - 1QC$, æquabitur 810000. & fiet 1 N 15, vel 30.

THEOREMA IX.

Si B in A quadrato-cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B composita ex sex continue proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ductu alterius extremæ in quadrato-cubum compositæ à reliquis: & fit A composita ex quinque primis, vel è quinque postremis.

Sint continue proportionales 1. 2. 4. 8. 16. 32. $63QC - 1CC$, æquatur 916132832. & fiet 1 N 31, vel 62.

De affectis sub gradibus intermediis quæ per interpretationem depriuntur.

THEOREMA X.

Si B planum in A quad. — A quad. quad, æquetur Z plano-plano: est B planum compositum ex duobus quadratis duorum laterum, quorum primi ductu in secundum fit Z plano-planum: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint latera 1. 4. Dicitur $17Q - 1QQ$, æquari 16. & fiet 1 N 1, vel 4. Quod si unus numerus intelligatur quadratum, radixve plana. $17N - 1Q$, æquabitur 16. & fiet 1 N 1, vel 16.

THEOREMA XI.

Si B solidum in A cubum — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B solidum compositum ex duobus cubis, quorum primi ductu in secundum fit Z solido-solidum, & fit A cubus major duorum, minorve.

Sunto latera 1. 8. Dicitur $513C - 1CC$, æquari 512. & fiet 1 N 1, vel 8. Quod si 1 N intelligatur cubus radixve solida, $513N - 1Q$, æquabitur 512. & fiet 1 N 1, vel 512.

THEOREMA XII.

Si B plano-planum in A quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum ex quadratis trium planorum proportionalium, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano in aggregatum quadratorum à duobus reliquis planis: & fit A quadratum majus, minusve.

Sunto tria plana proportionalia. 1. 2. 4. Dicitur $21Q - 1CC$, æquari 20. & fiet 1 N 1, vel 2. Quod si 1 N intelligatur quadratum radixve plana, $21N - 1C$, æquabitur 20. & fiet 1 N 1, vel 4.

THEOREMA XIII.

Si B planum in A quad. quad. — A cubo-cubo, æquetur Z solido-solido: est B planum compositum à tribus planis proportionalibus, & Z solido-solidum quod fit ab uno plano, in quadratum compositi ex duobus reliquis: & fit A quadratum majus duorum, minusve.

Sint

Sint tria proportionalia plana 5. 20. 80. Dicitur $105QQ - 1CC$, æquari 50000. & fiet 1 N 5, vel 10.

Inventio autem trium planorum proportionalium, quorum medium adscito sive primo sive postremo, fit quadratum numero, patet ex hac serie.

Dictante videlicet Zeteli. Sit enim medium planorum E planum: & primum statuatur B quad. — E plano, postremum G quad. — E plano: quum igitur primo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe B quadratum: & quum postremo plano addetur E planum, fiet quadratum, nempe G quadratum: restat igitur ut ea tria plana proportionalia sint, & consequenter quod à medio fit in se, æquetur ei quod fit ab extremis, qua comparatione secundum artem inita, $\frac{B \text{ quad. in } G \text{ quad.}}{B \text{ quad.} + G \text{ quad.}}$ invenitur æquari E plano.

Sit B 1. G 2. plana quesita erunt $\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{16}{3}$. Medium adscito primo facit 1. adscito vero postremo facit 4. eadem plana ducantur in aliquod quadratum ut pote 25. fiunt 5. 20. 80. qualia ad exemplum adsumpta sunt.

De reliquis.

THEOREMA XIII.

Si B solidum in A quad. — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B solidum constans cubo compositæ è duabus primis in serie trium proportionalium, plus cubo compositæ è duabus postremis, & insuper solidum, quod fit ductu alterius extremarum in quadratum compositæ ex secunda & tertia.

Et Z plano-solidum quod fit à B solido minus cubo à duabus primis in quadratum compositæ ex prima & secunda; vel à cubo compositæ ex secunda & tertia, plus solido sub tertia, & quadrato compositæ ex prima & secunda in quadratum compositæ ex prima & secunda.

Et fit A composita ex duabus primis, vel composita ex duabus postremis.

Sint proportionales 1. 2. 4. $279Q - 1QC$, æquabitur 2268. & fiet 1 N 3, vel 6.

THEOREMA XV.

Si B planum in A cubum — A quadrato-cubo, æquetur Z plano-solido: est B planum constans quadrato compositæ à tribus primis in serie quatuor continue proportionalium, plus quadrato compositæ è tribus postremis, minus plano quod fit à tertia in compositam ex tertia, secunda, & prima; vel à secunda in compositam ex secunda, tertia & quarta.

Et Z plano-solidum quod fit à B plano, minus quadrato compositæ ex tribus postremis in cubum compositæ è tribus postremis; vel abs B plano, minus quadrato compositæ ex tribus primis in cubum compositæ ex tribus primis, & fit A composita ex tribus primis, vel composita ex tribus postremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4. 8. $217C - 1QC$, æquabitur 57624. & fiet 1 N 7, vel 14.

CAPVT XIX.

Æqualitatum contradicentium constitutiua.

Contradicentium autem constitutio est hujusmodi.

THEOREMA I.

Si A quad. + B in A, æquetur Z plano, & rursus E quad. — B in E, æquetur Z plano: sunt duo latera quorum differentia est B, quod autem sub eis fit, æquum est Z plano, & fit A minus latus & E majus.

p

Sunto

Sunto latera 1. 2. $1Q + 1N$, *aquatur* 2. & *fit* 1 N 1. *Rursus* $1Q - 1N$, *aquatur* 2. & *fit* 1 N 2.

THEOREMA II.

Si A quad. quad. + B solido in A, *aquetur* Z plano-plano, & *rursus* E quad. quad. — B solido in E, *aquetur* Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, à quibus cubi alterne sumpti differunt per B solidum. Fit autem Z plano-planum, ductu alterius extremitatis in differentiam cuborum à reliquis alterne sumptorum: & est A prima minor inter extremas, E quarta.

Sunto continue proportionales 1. $\sqrt{C}$. 2. $\sqrt{C}$. 4. 2. $1QQ + 5N$, *aquatur* 6. & *fit* 1 N 1. *Rursus* $1QQ - 5N$, *aquatur* 6. & *fit* 1 N 2.

THEOREMA III.

Si A cubo-cubus + B plano-solido in A, *aquetur* Z solido-solido, & *rursus* E cubo-cubus — B plano-solido in E, *aquetur* Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, à quibus quadrato-cubi alterne sumpti, differunt per B plano-solidum. Fit autem Z solido-solidum, ductu alterius extremitatis in differentiam quadrato-cuborum à reliquis alterne sumptorum, & est A prima minor inter extremas, E sexta.

Sunto proportionales continue 1. $\sqrt{QC}$. 2. $\sqrt{QC}$. 4. $\sqrt{QC}$. 8. $\sqrt{QC}$. 16. 2. $1CC + 21N$, *aquatur* 22. & *fit* 1 N 1. Et *rursus* $1CC - 21N$, *aquatur* 22. & *fit* 1 N 2.

THEOREMA IV.

Si A quad. quad. + B in A cubum, *aquetur* Z plano-plano, & *rursus* E quad. quad. — B in E cubum, *aquetur* Z plano-plano: sunt quatuor continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Et fit Z plano-planum ex ductu utriusvis extremitatis in cubum differentie reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta trium primarum, E differentia trium postremarum.

Sunto proportionales continue 1. 2. 4. 8. $1QQ + 5C$, *aquatur* 216. & *fit* 1 N 3. Et *rursus* $1QQ - 5C$, *aquatur* 216. & *fit* 1 N 6.

THEOREMA V.

Si A cubo-cubus + B in A quadrato-cubum, *aquetur* Z solido-solido, & *rursus* E cubo-cubus — B in E quadrato-cubum, *aquetur* Z solido-solido: sunt sex continue proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z solido-solidum, ductu utriusvis extremitatis in quadrato-cubum differentie reliquarum alterne sumptarum, & dum intelligitur prima minor inter extremas, fit A differentia alterne sumpta quinque primarum, & E differentia quinque postremarum.

Sunto continue proportionales, 1. 2. 4. 8. 16. 32. $1CC + 21QC$, *aquatur* 5153632. & *fit* 1 N 11. Et *rursus* $1CC - 21QC$, *aquatur* 5153632. & *fit* 1 N 22.

CAPUT XX.

Æqualitatum inversarum constitutiva.

Inversarum denique systatica sunt hæc.

THEOREMA I.

Si B planum in A — A cubo, *aquetur* Z solido, & *rursus* E cubus — B plano in E, *aquetur* Z solido: sunt tres proportionales, à quibus quadrata alter-

alterne sumpta, differunt per B planum. Fit autem Z solidum, ductu alterius extremitatis in differentiam quadratorum à reliquis, & est A prima minor inter extremas, E tertia.

Sunto proportionales 1. $\sqrt{2}$. 2. $3N - 1C$, *aquatur* 2. & *fit* 1 N 1. Et *rursus* $1C - 3N$, *aquatur* 2. & *fit* 1 N 2.

THEOREMA II.

Si B plano-planum in A — A quadrato-cubo, *aquetur* Z plano-solido, & *rursus* E quadrato-cubus — B plano plano in A, *aquetur* Z plano-solido: sunt quinque continue proportionales longitudines, à quibus quadrato-quadrata alterne sumpta, differunt per B plano-planum. Fit autem Z plano-solidum, ductu alterius extremitatis in differentiam quadrato-quadratorum à reliquis alterne sumptis: & fit A prima minor inter extremas, E quinta.

Sint continue proportionales 1. $\sqrt{2}$. 2. $\sqrt{2}$. 4. $\sqrt{8}$. 2. $11N - 1QC$, *aquatur* 10. & *fit* 1 N 1. Et *rursus* $1QC - 11N$, *aquatur* 10. & *fit* 1 N 2.

THEOREMA III.

Si B in A quad. + A cubo, *aquetur* Z solido, & *rursus* B in E quad. — E cubo, *aquetur* Z solido: sunt tres proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z solidum ductu alterutrius extremitatis in quadratum differentie reliquarum alterne sumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta duarum primarum, E differentia duarum postremarum.

I. II. III.

Sunto proportionales 1. 2. 4. $3Q + 1C$, *aquatur* 4. & *fit* 1 N 1. Et *rursus* $3Q - 1C$, *aquatur* 4. & *fit* 1 N 2.

THEOREMA IV.

Si B in A quad. quad. + A quadrato-cubo, *aquetur* Z plano-solido, & *rursus* B in E quad. quad. — E quadrato-cubo, *aquetur* Z plano-solido: sunt quinque proportionales, quarum alterne sumptarum differentia est B. Fit autem Z plano solidum ductu alterutrius extremitatis in quadrato-quadrato differentie reliquarum alterne sumptarum: & dum intelligitur prima minor inter extremas, est A differentia alterne sumpta quatuor primarum, E differentia quatuor postremarum.

I. II. III. IV. V.

Sunto proportionales 1. 2. 4. 8. 16. $11QQ + 1QC$, *aquatur* 10000. & *fit* 1 N 5. Et *rursus* $11QQ - 1QC$, *aquatur* 10000. & *fit* 1 N 10.

THEOREMA V.

Si B planum in A cubum + A quadrato-cubo, *aquetur* Z plano-solido, & *rursus* B planum in E cubum — E quadrato-cubo, *aquetur* Z plano-solido: sunt sex proportionales continue, quarum extremitatis ducte in differentiam quartæ & primæ, faciunt B planum. Fit autem Z plano-solidum ex cubo differentie quartæ & primæ in B planum plus ejusdem differentie quadrato-cubo; vel ex cubo differentie quintæ & secundæ in B planum multatum illius differentie inter quintam & secundam quadrato-cubo: & quum prima intelligitur minor inter extremas, fit A differentia quartæ & primæ, & E differentia quintæ & secundæ.

ordine: quoniam adfectiones sub eo gradu, proficiuntur à cremento, decrementove, quo intelligitur adfecta radix de qua, cujusve potestate, pura vel adfecta, primum proponebatur æquatio.

Hujus autem cremenit decremitive duplum, est coëfficiens sub latere in quadratis; & triplum, coëfficiens sub quadrato in cubis; & quadruplum, coëfficiens sub cubo in quadrato-quadratis; & quintuplum coëfficiens sub quadrato-quadrato, in quadrato-cubis; & sextuplum denique, coëfficiens sub quadrato-cubo, in cubo-cubis, & eo in infinitum ordine.

Itaque ad delendum plasma, contraria retrogradaque via sumuntur uncix conditionariæ coëfficientium radici homogenearum; in quadratis videlicet, semis; in cubis triens; in quadrato-quadratis quadrans; in quadrato-cubis quintans; in cubo-cubis sextans; & eo continuo ordine: atque illis uncis conditionariis adficatur radix, atque adeo arte fit transmutatio.

Totius itaque operis structura, tres casuum differentias admittit.

Primo, sit A potestas adfecta per adjunctionem homogenei sub B coëfficiente, & A parodico extremo gradu: quoniam igitur ea adfectio affirmata est, adficetur radix affirmate à conditionariis B coëfficientis uncis, & ita adfecta, statuetur E, unde E minus conditionariis B coëfficientis uncis, æquabitur A. Sub qua nova specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Secundo, sit A potestas adfecta per multam homogenei sub B coëfficiente, & A extremo parodico gradu: quoniam igitur ea adfectio negata est, adficetur A negatè à conditionariis B coëfficientis uncis, & ita adfecta statuetur esse E, unde E plus conditionariis illis B coëfficientis uncis, æquabitur A. Sub qua nova specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Postremo, sit homogeneum sub B coëfficiente, & A extremo gradu, adfectum per multam A potestatis: quoniam igitur potestas potius adficit quam adficatur, ut pote quæ negatur de homogeneo adfectionis, conditionariæ B coëfficientis uncix multabuntur A potestate, & statuentur esse E, unde eadem B coëfficientis uncix minus radice E, æquabuntur A. Sub qua nova specie, æquatio primum proposita dirigetur, & ordinabitur nova, quæ omnino eveniet immunis ab adfectione sub gradu extremo: ut opus comprobabit.

Exemplum in quadrato.

Proponatur A quad. + B in A 2, æquari Z plano: quoniam igitur in climacticarum magnitudinum ordine, latus quadrato proxime succedit, proponitur autem hic quadratum adfectum sub latere, omnino æqualitas plasmatrica est, aliundeve efficta. est autem adfectio illa adfirmata, itaque plasma fuit per additionem semissis coëfficientis sub latere, prout conditio quadrati, quæ potestas est rationis duplicata exposcit.

Ad tollendum igitur plasma, fiat expurgatio diahemisy: & idcirco A + B esto E, ergo E — B erit A, & consequenter quadratum abs E — B adjunctum plano sub B 2 in E — B, æquabitur Z plano, per ea quæ proponuntur. Æqualitas igitur de E secundum artem ordinetur, omnibus rite peractis, deprehendetur E quad., æquari Z plano + B quad.: quæ quidem nova æquatio, pura est ab adfectione sub latere, qua primum proposita æquatio obruebatur: quum autem innotescet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præstat siquidem E ipsi A per longitudinem B. Quare factum est quod oportuit.

Exem-

Exemplum in cubo.

Proponatur A cubus + B in A quad. 3 + D plano in A, æquari Z solido: quoniam igitur in magnitudinum climacticarum ordine, quadratum cubo proxime succedit, proponitur autem hic cubus adfectus utique sub quadrato, omnino æqualitas plasmatrica est, aliundeve efficta. est autem adfectio illa adfirmata, quare plasma fuit per additionem trientis B coëfficientis, prout conditio cubi, quæ potestas est rationis triplicate, exposcit. Ad tollendum igitur plasma, fiat expurgatio diatritemion: & idcirco A + B esto E, ergo E — B valebit A: & consequenter, effectus abs E — B cubus, adjunctus solido abs B 3 in E — B, æquabitur Z solido per ea quæ proponuntur. Æqualitas igitur de E secundum artem ordinetur, omnibus rite peractis deprehendetur, E cubus + D plano — B quad. 3 in E, æquari Z solido + D plano in B — B cubo 2. Quæ quidem nova æquatio pura est ab adfectione sub quadrato, qua primum proposita obruebatur: quum autem innotescet E, non poterit A ignorari, propter datam inter eas radices differentiam: præstat siquidem E ipsi A, per longitudinem B. Quare factum est quod oportuit.

Quod si proponitur æqualitas potestatis adfectæ per negationem directe, ut quum A quad. — B in A 2, æquatur Z plano: vel A cubus — B in A quad. 3, adæquatur Z solido: A — B statuetur esse E, & æqualitas de E, ex positis vestigiis ordinabitur.

Si denique proponitur æqualitas potestatis adfectæ per negationem inverse, ut quum B in A 2 — A quad., adæquatur Z plano: vel B in A quad. 3 — A cubo, adæquatur Z solido: B — A statuetur esse E, & æqualitas de E, similiter ex positis vestigiis ordinabitur.

Sic quadrata omnia adfecta, reducuntur ad pura: adfecti qualitercunque cubi, ad cubos adfectos tantum sub latere: adfecta qualitercunque quadrato-quadrata, ad quadrato-quadrata adfecta duntaxat sub latere & quadrato: adfecti qualitercunque quadrato-cubi, ad quadrato-cubos adfectos duntaxat sub latere, quadrato & cubo: & eo deinceps ordine.

Credebant autem antiqui, quoniam hac reductione, æquationes quadraticas omnino expurgabant, & foeliciter explicabant, in ulterioribus quoque climacticis accidere ut omnino expurgarentur, & à canonica purarum resolutione negotium omne Mechanicum derivare tentarunt, adeo obstinate, ut aliunde methodum explicandi æquationes adfectas, non exquisierint.

Itaque excruciarunt se frustra & bonas horas Mathematices quam colebant, dispendio absumpserunt. In summa methodus illa explicandi æquationes adfectas quadraticas, non est catholica: catholica quidem est methodus expurgandarum æquationum adfectione singulari, salva numerorum symmetria, sed non adfectione omni, ut deinceps veterum pertinaciæ non sit inhærendum.

Juvat autem de singulis istiusmodi reductionum formulis, singula concepiſſe Theoremata, & ea in artem & usum proferre, qualia sunt quæ sequuntur.

De reductione quadratorum adfectorum ad pura.

Formula tres.

I.

Si A quad. + B 2 in A, æquetur Z plano. A + B esto E. Igitur E quad., æquabitur Z plano + B quad.

Confectarium.

Itaque, $\sqrt{Z \text{ plani} + B \text{ quad.}}$ — B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. $1Q + 2N$, æquatur 20. & fit 1 N. $\sqrt{21} - 1$.

II. Si

II.

Si A quad. — B in A 2, æquetur Z plano. A — B esto E. Igitur E quad, æquabitur Z plano + B quad.

Confectarium.

Itaque $\sqrt{Z \text{ plani} + B \text{ quad.}}$ + B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. $1Q - 2N$, æquabitur 20. & fit 1 N. $\sqrt{21 + 1}$.

III.

Si D 2 in A — A quad., æquetur Z plano. D — E, vel D + E esto A. E quad., æquabitur D quad. — Z plano.

Confectarium.

Itaque, D minus, plusve $\sqrt{D \text{ quad.} - Z \text{ plano}}$ fit A, de qua primum quærebatur.

Sit D 5. Z planum 20. A 1 N. $10N - 1Q$, æquatur 20. & fit 1 N. $5 - \sqrt{5}$, vel $5 + \sqrt{5}$.

De reductione cuborum simpliciter adfectorum sub quadrato, ad cubos simpliciter adfectos sub latere.

Formula tres.

I.

Si A cubus + B 3 in A quad., æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido — B cubo 2.

$1C + 6Q$, æquatur 1600. est 1 N 10. $1C - 12N$, æquatur 1584. est 1 N 12.

Ad Arithmetica non incongrue *συμμετρικόν* aliquod superimponitur notis alteratæ radicis, ad differentiam notarum ejus, de qua primum quærebatur.

II.

Si A cubus — B 3 in A quad., æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido + B cubo 2.

$1C - 6Q$, æquatur 400. est 1 N 10. $1C - 12N$, æquatur 416. est 1 N 8.

III.

Si B 3 in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur Z solido — B cubo 2. Vel B — A esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

$21Q - 1C$, æquatur 972. & est 1 N 9, vel 18. $147N - 1C$, æquatur 286. & est 1 N 2, vel 11.

$9Q - 1C$, æquatur 28. & est 1 N 2. $27N - 1C$, æquatur 26. & est 1 N 1.

De reductione cuborum adfectorum tam sub quadrato quam latere, ad cubos adfectos simpliciter sub latere.

Formula septem.

I.

Si A cubus + B 3 in A quad. + D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus + D plano — B quad. 3 in E æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo 2.

$1C + 30Q + 330N$, æquatur 788. & est 1 N 2. $1C + 30N$, æquatur 2088. & est 1 N 12.

1 C +

$1C + 24Q + 132N$, æquatur 368. & est 1 N 2. $1C - 60N$, æquatur 400. & est 1 N 10.

$1C + 30Q + 4N$, æquatur 1320. & est 1 N 6. $296N - 1C$, æquatur 640. & est 1 N 16.

II.

Si A cubus + B 3 in A quad. — D plano in A, æquetur Z solido. A + B esto E. E cubus — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido — B cubo 2 — D plano in B.

$1C + 6Q - 48N$, æquatur 512. & est 1 N 8. $1C - 60N$, æquatur 400. & est 1 N 10.

$1C + 30Q - 48N$, æquatur 32. & est 1 N 2. $348N - 1C$, æquatur 2448. & est 1 N 12.

III.

Si A cubus — B 3 in A quad. + D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus — B quad. 3 + D plano in E, æquabitur Z solido + B cubo 2 — D plano in B.

$1C - 30Q + 330N$, æquatur 1368. & est 1 N 12. $1C + 30N$, æquatur 68. & est 1 N 2.

$1C - 12Q + 28N$, æquatur 80. & est 1 N 10. $1C - 20N$, æquatur 96. & est 1 N 6.

$1C - 18Q + 88N$, æquatur 80. & est 1 N 10. $20N - 1C$, æquatur 16. & est 1 N 4.

Vel B — A esto E. B quad. 3 — D plano in E — E cubo, æquabitur Z solido + B cubo 2 — D plano in B.

$1C - 30Q + 200N$, æquatur 336. & est 1 N 6. $100N - 1C$, æquatur 336. & est 1 N 4.

$1C - 30Q + 280N$, æquatur 704. & est 1 N 4. $1C - 20N$, æquatur 96. & est 1 N 6.

$1C - 30Q + 330N$, æquatur 1232. & est 1 N 8. $1C + 30N$, æquatur 68. & est 1 N 2.

IV.

Si A cubus — B 3 in A quad. — D plano in A, æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus — B quad. 3 — D plano in E, æquabitur Z solido + B cubo 2 + D plano in B.

$1C - 6Q - 28N$, æquatur 120. & est 1 N 10. $1C - 40N$, æquatur 192. & est 1 N 8.

V.

Si D planum in A — B 3 in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. A + B esto E. D planum + B quad. 3 in E — E cubo, æquabitur Z solido + B cubo 2 + D plano in B.

$100N - 30Q - 1C$, æquatur 72. & est 1 N 2. $400N - 1C$, æquatur 3072. & est 1 N 12.

VI.

Si B 3 in A quad. + D plano in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. D planum + B quad. 3 in E — E cubo, æquabitur Z solido — D plano in B — B cubo 2.

$18Q + 92N - 1C$, æquatur 1720. & est 1 N 10. $200N - 1C$, æquatur 736. & est 1 N 4.

Vel B — A esto E. D planum + B quad. 3 in E — E cubo, æquabitur B cubo 2 + D plano in B — Z solido.

$30Q + 100N - 1C$, æquatur 1464. & est 1 N 6. $400N - 1C$, æquatur 1536. & est 1 N 4.

VII.

Si B 3 in A quad. — D plano in A — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. B quad. 3 — D plano in E — E cubo, æquabitur Z solido + D plano in B — B cubo 2.

Q

18 Q

In quadratis affectis, homogeneous comparisonis invariaturum consistit: in cubis ducitur quadraticæ: in quadrato-quadratis, cubice: in quadrato-cubis, quadrato-quadraticæ: in cubo-cubis, quadrato cubice: & ita deinceps.

II.

Homogenea sub gradibus adficientia negare, in homogenea sub gradibus reciprocis adficientia affirmare transeunto: & è contra, adficientia adfirmare in adficientia negare.

III.

Coëfficiens adfectionis sub latere, invariata consistat.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato, ducitur in homogeneous comparisonis.

Coëfficiens adfectionis sub cubo, in homogenei comparisonis quadratum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-quadrato, in homogenei comparisonis cubum.

Coëfficiens adfectionis sub quadrato-cubo, in homogenei comparisonis quadrato-quadratum. & ita deinceps.

IV.

Atque ad cognitam radicem potestatis ita noviter adæquata, dum applicabitur homogeneous comparisonis pertinet ad æquationem quæ proponebatur, restituere latus de quo primum querebatur pronunciato.

Plane quæcunque magnitudo ad novam quærendam radicem applicetur, ita ut ex ea applicatione oriatur radix de qua primum queritur, si sub ea specie dirigatur proposita æquatio, & secundum artem transmutetur, semper adfectiones quæ erant negatæ, transibunt in adfirmatas salva numerorum symmetria: sed ideo convenientior est applicatio homogenei comparisonis, ne forte accidens fractionis novam rursus exigit reductionem in Arithmetis, at in Geometricis, foeliciter applicatur magnitudo homogenea quadrato radicis de qua queritur.

Proponatur A cubus — B in A quad., æquari B in Z quad. $\frac{B \text{ in } Z}{A}$ esto A. E cubus + B quad. in E, æquabitur B quad. in Z.

CAPUT III.

De Anastrophe.

Aut quemadmodum adversus vocum Αμφιβολίας in æquationibus correlatis, ex data radice unius habetur alterius notitia.

Anastrophe est æquationum inverse negatarum in suas correlatas transmutatio, ita instituta, ut quæ prima proponitur æquatio, ea ope suæ correlatæ per irregularem climacticum descensum, reducat ad depressiorem, ideoque magis explicabilem. pertinet ad vitandum tanquam in æqualitatibus inverse negatis accidere diximus, amphiboliam, & dysmechaniam, in cubicis, quad. cubicis & exinde per binos alternos gradus climacticis. Quod enim ad quadraticas, quadrato-quadraticas, & exinde per binos alternos gradus climacticos attinet, earum reductioni non proficit anastrophe, verum recurrendum est ad Climacticam Paraplerosin, de qua dicitur suo loco.

Ana-

Anastrophes opus ita perficitur: primum potestati radicis de qua queritur, adjicitur potestas radicis æque-alta, talium enim potestatum aggregatum, commode divisionem recipit in prædicto climactericarum ordine. deinde homogeneous comparisonis, una cum translatis adfectionum homogeneis & addita potestate, comparatur effectæ magnitudini, quæ eandem divisionem recipiat: qua comparatione inciditur in æqualitatem correlatam, vel affirmatam, vel negatam directe. Cæterum additiæ potestatis radice cognita, oriundæ magnitudines ex una parte, oriundis magnitudinibus ex altera comparantur commode, & æqualitas alioquin *δυσμηχανία*, per medium *δυσμηχανιώτης*, deprimitur in *δυσμηχανίτης*: quod ut exemplis fiat apertius, primum ad anastrophem cubicarum.

PROBLEMA I.

PROponatur B planum in A — A cubo, æquari Z solido.

Quoniam igitur de solido negatur cubus, anceps æquatio est, neque ad Analysis idonea: vitanda igitur ambiguitas est & dysmechania: quocirca fiat anastrophe, atque idcirco ex iis quæ proponuntur, adhibita metathesi, A cubus æquatur B plano in A — Z solido. Vtrique parti addatur E cubus. ergo A cubus + E cubo, æquabitur B plano in A + E cubo — Z solido.

Prima autem æquationis pars commode divisionem recipit ab A + E, ad aggregatum enim laterum, dum applicatur aggregatum cuborum, oritur aggregatum quadratorum, minus rectangulo à lateribus, quare orietur ex ea applicatione, A quad. — E in A + E quad. Restat igitur ut altera æqualitatis pars, applicata ad A + E, faciat aliquod datum planum jam ortis reliquis comparandum, id autem commode fiet, si in locum E cubi — Z solido, substitueretur B planum in E, nasceretur enim B planum. Æquivaleret igitur ut substitueretur: quoniam igitur E cubus — Z solido, adæquatur ex hypothesis B plano in E. ergo per antithesin E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido.

Itaque A quad. — E in A + E quad., æquabitur B plano. Nota igitur sit E ex Analysis, adhibita per antecedens caput decenti præparatione, utpote esto illa D, ergo. A quad. — A in D + D quad., æquabitur B plano. & ordinando, D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

Æquatio igitur inverse negata, in negatam directe, ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novæ æquationis, fiat climacticus irregularis descensus in depressiorem, de radice primum proposita explicabilem: quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

THEOREMA I.

SI B planum in A — A cubo, æquatur Z solido, igitur E cubus — B plano in E, æquabitur Z solido. E autem innotescat esse D: D in A — A quad., æquabitur D quad. — B plano.

39 N — 1 C, æquatur 70. Igitur 1 C — 39 N, æquabitur 70, & sit tum 1 N 7. Itaque 7 N — 1 Q, æquabitur 10, & ista est radix primum quæsitæ, & sit 2 vel 5.

PROBLEMA II.

SEd proponatur B in A quad. — A cubo, æquari Z solido. Oportet anastrophem facere.

Ex iis igitur quæ proponuntur, adhibita congrua metathesi. A cubus, æquabitur B in A quad. — Z solido, & utrique æqualitatis parti addendo E cubum, A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. + E cubo — Z solido.

At vero Z solidum — E cubo, æquetur B in E quad., id est E cubus + B in E quad., æquetur Z solido. A cubus + E cubo, æquabitur B in A quad. — B in E quad.

Q 3

Con-

Consequenter oportet solidum adfectum adjunctione cubi reducere: omnia dividantur per $A + E$. igitur, A quad. — E in $A + E$ quad., æquabitur B in $A - E$.

Innotescat autem E esse D ex analysi, atque adeo ordinetur quadratica æquatio. Ergo B in $A + D$ in $A - A$ quad., æquabitur D quad. + B in D .

Æquatio igitur inverse negata, in affirmatam ejusdem ordinis transmutata est, ita ut data radice novæ æquationis, fiat irregularis descensus, in depressiorem, quod opus dicitur anastrophe, & faciendum erat. Hinc ordinatur

T H E O R E M A II.

Si B in A quad. — A cubo, æquetur Z solido, & E cubus + B in E quad., æquetur Z solido. E autem innotescat esse D . $\overline{D+B}$ in $A - A$ quad., æquabitur B in $D + D$ quad.

$7Q - 1C$, æquatur 36 . igitur $7Q + 1C$, æquatur 36 . & fit hic $1N2$. quare $9N - 1Q$, æquabitur 18 . & ista $1N$, est radix primum quesita, & fit 3 vel 6 .

Secundo ad anastrophen quadrato-cubicarum.

P R O B L E M A III.

Proponatur B plano-planum in $A - A$ quadrato-cubo, æquari Z plano-solido. Oportet anastrophen facere.

Ab $E - A$ effingatur quadrato-quadratum, singularia efficta plano-plana simpliciter sumpta nec repetita, erunt E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in $E + A$ quad. quad. Ducantur in $E + A$, fit E quad. - cubus + A quad. - cubo.

At ex iis quæ proponuntur, A quad. cubus valet B plano-planum in $A - Z$ plan. solido, quare E quad. - cubus + A quad. - cubo, æquabitur E quad. - cubo + B plano-planum in $A - Z$ plano-solido.

Vtraque pars applicetur ad $E + A$. Ex prima igitur æquationis parte oritur, E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in $E + A$ quad. quad. ut ratio compositionis indicat.

At quid oriatur ex secunda non liquet: sed sane compareretur tali plano-solido, ut plano-planum ortivum non possit ignorari.

Quare B plano-planum in $E + B$ plano-plano in A , æquetur alteri ejus parti, videlicet, E quad. - cubo + B plano-plano in $A - Z$ plano-solido.

Ergo deleta utrinque affectione sub A gradu, & facta congrua antithesi, E quad. - cubus — B plano-plano in E , æquabitur Z plano-solido.

Et quum innotescet E esse D : pronunciabitur D quad. quad. — D cubo in $A + D$ q. in A quad. — D in A cubum + A quad. quad., æquari B plano-plano. & æqualitate secundum artem ordinata. D cubus in $A - D$ quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquari D quad. quad. — B plano-plano.

Facta est igitur anastrophe sicut imperabatur. Hinc ordinatur

T H E O R E M A III.

Si B plano-planum in $A - A$ quad. - cubo, æquetur Z plano-solido, & E quad. cubus — B plano-plano in E , æquetur Z plano-solido. E autem innotescat esse D : D cubus in $A - D$ quad. in A quad. + D in A cubum — A quad. quad., æquabitur D quad. quad. — B plano-plano.

$11N - 1QC$, æquatur 10 . Igitur $1QC - 11N$, æquabitur 10 . & hic fit $1N2$. Quare $8N - 4Q + 2C - 1QC$, æquabitur 5 . & ista $1N$ est radix primum quesita, & fit 1 .

P R O B L E M A IV.

Si proponatur B in A quad. quad. — A quad. - cubo, æquari Z plano-solido. Oportet rursus anastrophem facere.

Ergo per congruam metathesin, & E quadrato-cubi communem adjunctionem A quad. cubus

cubus + E quad. - cubo, æquatur B in A quad. quad. — Z plano-solido + E quad. - cubo. Vtraque pars applicetur ad $A + E$: illic oritur E quad. quad. — A in E cubum + A quad. in E quad. — A cubo in $E + A$ quad. quad. Quod si B in A quad. quad. — B in E quad. quad., æquetur alteri parti.

Ea quoque commodam divisionem recipiet ab $A + E$, orietur enim, B in A cubum — B in A quad. in $E + B$ in E quad. in $A - B$ in E cubum. Adæquetur ergo, & ea propter ut æqualitas rite ordinetur, E quad. - cubus + B in E quad. quad. statuitur Z plano-solido æquale, & E innotescat esse D . tandem igitur, D quad. quad. — D cubo in $A + D$ quad. in A quad. — D in A cubo + A quad. quad., æquatur B in A cubum — B in A quad. in $D + B$ in D quad. in $A - B$ in D cubum, & omnia ordinando, B in D quad. in $A + D$ cubo in $A - B$ in D in A quad. — D quad. in A quad. + B in A cubum + D in A cubum — A quad. - quad., æquatur B in D cubum + D quad. quad.

Itraque facta est anastrophe, sicut imperabatur. Hinc ordinatur

T H E O R E M A IV.

Si B in A quad. quad. — A quad. - cubo, æquetur Z plano-solido, & E quad. cubus + B in E quad. quad., æquetur Z plano-solido. E autem innotescat esse D : $\overline{B}$ in D quad. + D cubo in $A - \overline{B}$ in $D - D$ quad. in A quad. — $\overline{B+B}$ in A cubum — A quad. quad., æquabitur B in D cubum + D quad. quadrato.

$11QC - 1QC$, æquatur 10000 . Igitur $11QC + 1QC$, æquabitur 10000 . & fit $1N5$. Quare $400N - 80Q + 16C - 1QC$, æquabitur 2000 . & ista $1N$, est radix primum quesita, & fit 10 .

Vsurpatur quoque anastrophe contraria interdum via, ut quum in æquatione ambigua, contingit unam radicem dari è duabus pluribusve, de quibus æquatio potest explicari: repetuntur anastrophes vestigia ad assequendum radicem correlatæ, varique fluunt inde & ordinantur Theoremata, qualia sunt in cubis.

T H E O R E M A V.

Si A cubus — B plano in A , æquetur Z solido, & rursus B plan. in $E - E$ cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D : A quad. — D in A , æquabitur B plano — D quadrato.

Quoniam enim A cubus — B plano in A , æquatur Z solido. Et rursus B planum in $D - D$ cubo, æquatur Z solido. Ergo A cubus — B plano in A , æquabitur B plano in $D - D$ cubo, & per metathesin A cubus + D cubo, æquabitur B plano in $A + B$ plano in D . Vtraque pars æquationis dividitur per $A + D$, fit A quad. + D quad. — D in A , æquale B plano.

Qua æquatione secundum artem concepta, A quad. — D in A , æquatur B plano — D quad. Vt est ordinatum.

Si $1C - 8N$, æquetur 7 . Igitur $8N - 1C$, æquabitur 7 . & quoniam $1N$ potest esse 1 . $1Q - 1N$, æquabitur 7 . unde radix primum quesita fit $\sqrt{\frac{2}{4} + \frac{1}{2}}$.

T H E O R E M A VI.

Si B in A quad. + A cubo, æquetur Z solido, & rursus B in E quad. — E cubo, æquetur Z solido. Innotescat autem E esse D : A quad. — $\overline{B}$ in A , æquabitur, B in $D - D$ quadrato.

Quoniam enim B in A quad. + A cubo, æquatur Z solido, & rursus B in D quad. — D cubo, æquatur Z solido.

Ergo B in A quad. + A cubo, æquabitur B in D quad. — D cubo, & per metathesin D cubus + A cubo, æquabitur $\overline{B}$ in D quad. — A quad. utraque pars æquationis dividitur per $D + A$, fit D quad. + A quad. — D in A , æquale B in $\overline{D - A}$. qua æquatione secundum artem concepta, A quad. + $\overline{B}$ in A , æquabitur B in $D - D$ quad. Vt est ordinatum.

Si $9Q + 1C$, æquetur 8 . Igitur $9Q - 1C$, æquabitur 8 . & quoniam $1N$ potest esse 1 . $1Q + 8N$, æquatur 8 . unde radix primum quesita fit $\sqrt{24 - 4}$.

Quibus

De Symmetrica Climactismo aduersus vitium asymmetriae.

Symmetrica Climactismus est species adscensus climactici: adscensum autem climacticum regulariter fere exposuimus, quum utraque propositæ æqualitatis pars attollitur climactice, quadratica quum quadraticæ, cubica quum cubice, & eo in infinitum ordine secundum gradus potestatum. & quum aliqui æqualitatis propositæ numeri sunt asymmetri, & ita disponuntur, ut quæ irrationali numero concepta est magnitudo, faciat unam æqualitatis partem, reliquæ reliquam, idque si res postulaverit iteratur, omnis tandem asymmetria evanescit, & æqualitas interea manet illibata, quum facta ab æqualibus sint æqualia: quod opus, id ipsum est quod vocatur symmetrica climactismus.

Profunt tamen alia quoque multa aduersus asymmetriam, ut pote ipsa interdum isomœria, variæque transmutandarum æqualitatum, ex ipsamet constitutione per Zetefin ediscendæ & ordinandæ formulæ.

De symmetrica climactismo exemplum.

PROponatur A cubus — B plano in A, æquari Z solido-solidi. Oportet eam æqualitate asymmetria expurgare.

Quoniam igitur asymmetria est in planitie, quadrentur omnia, igitur A cubo-cubus + B plano-plano in A quad. — B plano in A quad. quad. 2, æquatur Z solido-solido. Ergo factum est quod oportuit.

$1C - 2N$, æquetur $\sqrt{1200}$. Igitur $1C + 4N - 4Q$, æquabitur 1200. & fit 1 N 12. quadratum radicis de qua queritur.

Poterat autem reduci ad symmetriam per $\Pi\epsilon\acute{o}\tau\eta\nu\text{-}\epsilon\chi\alpha\tau\eta\nu$.

$1C - 2N$, æquetur $\sqrt{1200}$. Igitur $1C + 2Q$, æquatur 1200. & fit 1 N 10. unde radix proposita est $\sqrt{12}$.

Aliud.

Proponatur A cubus — $\sqrt{c}$. B solido-solidi in A, æquari Z solido. Oportet eam æqualitatem asymmetria expurgare.

Quoniam igitur asymmetria est in soliditate, per ea autem quæ proponuntur adhibita metathesi, & per A divisione facta: $\frac{A \text{ cubus} - Z \text{ solido}}{A}$, æquatur $\sqrt{C}$. B solido-solidi. Omnia ducantur cubice, $\frac{A \text{ cubo-cubo-cubus} - Z \text{ solido in A cubo-cubum} + Z \text{ solido-solidi in A cubum} - Z \text{ solido-solidi-solidi}}{A \text{ cubo}}$, æquatur B solid. solido. Et omnibus in A cubum ductis & rite ordinatis, A cubo-cubo-cubus — Z solido 3 in A cubo-cubum + Z solido-solido 3 — B solido-solido in A cubum, æquabitur Z solido-solido-solido. Ergo factum est quod oportuit.

$1C - \sqrt{C} 18$ in 1 N, æquatur 6. $1C - 18Q + 90N$, æquatur 216. & fit 1 N 12. cubus radicis de qua queritur.

CAPVT VI.

Quemadmodum equationes quadrato-quadraticæ deprimuntur ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana.

Seu de Climactica Paraplerosi.

ATque hi quinque modi ad præparandum æqualitates quomodocunque adfectas, ut illæ tandem explicentur numero secundum canonica Analyseos præcepta fere sufficiunt: nam etsi radices sint asymmetræ, exhibebuntur

buntur ea methodo veris proximæ, accuratas autem exhibere, est Geometræ potius quam Arithmetici: sæpe tamen in radicum asymmetriis, iuvabit Arithmeticum ea cubicarum æquationum constitutio, quæ tradita est de differentia vel aggregato mediarum, ex data differentia vel aggregato extremarum, præter rectangulum sub mediis vel extremis; vel etiam jam tradenda doctrina de depressione æquationum quadrato-quadraticarum ad quadraticas, per medium cubicarum à radice plana: poterat autem negotium absolvi ex quadrato-quadraticarum constitutione per plasma agnita, suscepta nova Zetesi, at non minus feliciter, ac fortassis etiam elegantius, per opus quod dicitur climactica paraplerosis, tribus quatuorve sequentibus exemplificanda Problematis.

Omnino climactica paraplerosi, non etiam anastrophe, reduci quadraticas, quadrato-quadraticas, cubo-cubicas, & exinde per binos gradus alternos climacticas æqualitates, jam ante animadversum est. Est autem species irregularis descensus, adsumpto nempe supplemento, quo pertinet verbi parapleroseos notatio.

PROBLEMA I.

ÆQuationem quadrato-quadrati adfecti sub latere, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

PROponatur A quad. quad. + B solido in A, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est. Ex iis igitur quæ proponuntur, A quad. quad., æquabitur Z plano-plano — B solido in A. Vtrique æqualitatis parti addatur A quad. in E quad. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$. Igitur A quad. quad. + A quad. in E quad. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$, æquabitur Z plano-plano — B solido in A + A quad. in E quad. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$. Omnia dividantur subquadraticæ, illic oriatur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idcirco enim de industria A quad. quadrato, adjecta fuerunt in supplementum duo illa plano-plana A quad. in E quad., & E quad. quadrati $\frac{1}{4}$, quæ alioqui deficiebant à canonica genesi quadrati, instituta à duabus radicibus planis: quod si altera æqualitatis pars posset quoque dividi subquadraticæ, quod oriretur foret æquale A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Effingendum igitur quadratum à radice plana, cui altera illa æqualitatis pars commode comparetur, ut ei tandem radici planæ adæquetur A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$. Sit igitur abs $\frac{B \text{ solido}}{E 2}$ — E in A. sic enim in comparatione evanescunt adfectiones sub A vel gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effectum igitur quad. erit $\frac{B \text{ solido-solidum}}{E \text{ quad. } 4} + E \text{ quad. in A quad.} - B \text{ solido in A}$, æquandum Z plano-plano — B solido in A + E quad. in A quad. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$.

Et deletis utrinque adfectionibus E quad. in A quad. — B solido in A. Omnibusque in E quad. 4. ductis, E cubo-cubus + Z plano-plano 4. in E quad., æquabitur B solido-solido. Innotescat autem E quad. esse D quad. Ergo $\frac{B \text{ solidum}}{D 2} - D$ in A, æquabitur A quad. + D quad. $\frac{1}{2}$, & ordinata secundum artem æqualitate A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D 2} - D \text{ quad. } \frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad. quad. — B solido in A, æquari Z plano-plano.

Radix plana effingendi quadrati statuetur $\frac{B \text{ solidum}}{E 2} + E$ in A, comparanda A quad. + E quad. $\frac{1}{2}$.

Idem in æqualitate negata in verse convertendo, & sub contraria adfectionis nota argumendo. A quad. quad. — B solido in A, æquari — Z plano-plano.

Quod erit æqualia æqualibus auferre: cedit autem E quad. semissis $\frac{B \text{ solido}}{E 2}$, quum alioqui præstet in negata directe.

Hinc poterant ordinari tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

Si A quad.-quad. + B folido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadr. cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B folido-folido. Innotescat autem E esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B \text{ folido}}{D^2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

Si A quadr.-quadr. — B folido in A, æquetur Z plano-plano, & E quadrati-cubus + Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B folido-folido. Innotescat autem E esse D: A quadr. — D in A, æquabitur $\frac{B \text{ folido}}{D^2}$ — D quad. $\frac{1}{2}$.

Constitutione autem tum hujus tum antecedentis æquationis bene agnita: sunt duo latera, à quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum laterum, facit B folidum, id est factum duplum ex rectangulo sub lateribus in differentiam, adjunctum differentie cubo.

Differentia vero ipsorum laterum est E seu D. & fit Z plano-planum, à quadrato differentie laterum plus rectangulo sub lateribus in ipsum rectangulum. & A est latus unum; hic majus; illic minus.

In serie vero quatuor continue proportionalium: fit D differentia extremarum: B folidum, differentia cuborum à singulis alterne sumptorum: Z plano-planum quod fit ex utraque extremarum in differentiam cuborum à reliquis alterne sumptorum: & fit A prima; hic major inter extremas; illic minor.

Sint proportionales continue 2. $\sqrt{C} 40. \sqrt{C} 200. 10. 1 Q Q + 832 N$, æquetur 1680. Igitur $1 Q + 8 N$, æquabitur 20. & fit $1 N 2$.

Et si $1 Q Q - 832 N$, æquetur 1680. Igitur $1 Q - 8 N$, æquabitur 20. & fit $1 N 10$.

Nota autem est 8 differentia inter 2 & 10. quoniam $1 C + 6720 N$, æquatur 69224. Unde fit $1 N 64$. quantum est quadratum abs 8.

THEOREMA III.

Si B folidum in A — A quadr.-quadr. æquatur Z plano-plano, & E quadrati-cubus — Z plano-plano 4 in E quad., æquetur B folido-folido. Innotescat autem E esse D: D in A — A quad., æquabitur D quad. $\frac{1}{2}$.

Constitutione autem æqualitatis bene agnita: est B folidum quod fit sub aggregato quadratorum in aggregatum laterum, seu aliter, cubus aggregati duorum laterum, multiplicatus factus duplo abs rectangulo sub lateribus, in aggregatum laterum: & Z plano-planum factum abs quadrato aggregati laterum minus rectangulo, in ipsum rectangulum: & fit E seu D aggregatum ipsorum laterum, A majus ipsorum minusve.

In serie autem quatuor continue proportionalium: est B folidum aggregatum cuborum à quatuor singulis: Z plano-planum quod fit sub utraque extremarum in aggregatum cuborum à reliquis: D aggregatum extremarum: & fit A prima, vel quarta.

Sint proportionales continue 2. $\sqrt{C} 40. \sqrt{C} 200. 10. 1248 N - 1 Q Q$, æquetur 2480. Igitur $12 N - 1 Q$, æquabitur 20. & fit $1 N 2$, vel 10. Nota autem est 12. aggregatum 2 & 10.

$1 C - 9920 N$, æquabitur 1557504 & fit $1 N 144$. quantum est quadratum abs 12.

PROBLEMA II.

Æqualitatem quadrato-quadrati affecti sub cubo, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Pro-

Proponatur A quad. quad. + B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Oportet facere quod imperatum est. Sane si quadratum effingatur abs A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$, erit illud A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plan. plan. $\frac{1}{4}$ — E plan. in A quad. — E plan. in B in A.

Utique igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effectu à statuta radice plana quadrato, concludetur ex illa æqualium æqualibus additione. A quad. quad. + B in A cubum 2 + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A, æquari Z plano-plano + B quad. in A quad. + E plano-plano $\frac{1}{4}$ — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Utraque pars dividatur subquadratica, illic revocata ad analysin genesi, orietur manifestum, A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Quod si altera æqualitatis pars posset quoque dividi subquadratica, quod oriretur foret æquale radicibus illis planis à prima parte ortivis.

Effigendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-plano una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adæquentur inter se: statuitur idcirco radix illa plana effigendi quadrati $\frac{E \text{ planum in B}}{\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano in A}}}$.

Sic enim in comparatione evanescent adfectiones sub A vel ejus gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est. Effectum igitur quadratum erit $\frac{E \text{ plano-plano in B q.}}{\sqrt{B \text{ q.} - E \text{ pl.} \frac{1}{4}}}$ + B quad. in A quad. — E plano in A quad. — E plano in B in A.

Adæquandum Z plano-plano una cum reliquis quæ illud comitantur & adficiunt expositis plano-planis, & deletis utrinque adfectionibus sub A, & A quadrato $\frac{E \text{ plano-plano in B q.}}{\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ pl.} \frac{1}{4}}}$ æquabitur Z plano-plano + E plano-plano $\frac{1}{4}$.

Et omnibus ductis in B quad. 4. — E plano 4. E plano-planum in B quad., æquabitur Z plano-plano in B quad. 4. + E plano-plano in B quad. — Z plano-plano in E planum 4. — E plano-plano-plano.

Et deletis utrinque E plano-plano in B quad., omnibusque rite ordinatis. E plani cubus + Z plano-plano 4 in E planum, æquabitur Z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum. Ergo A quad. + B in A — D plano $\frac{1}{2}$, æquabitur $\frac{D \text{ plano in B}}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano in A}}}$.

Et æqualitate secundum artem ordinata A quad. + $\frac{B + \sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}{D \text{ plano in B}}$ in A, æquabitur D plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}{D \text{ plano in B}}$.

Et si proponatur A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Radix plana effigendi quadrati statuetur $\frac{E \text{ planum in B}}{\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano in A}}}$ + $\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano in A}}$ in A, comparanda A quad. + B in A — E plano $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur B in A cubum 2 — A quad. quad., æquari Z plano-plano. Licebit argumentari. A quad. quad. — B in A cubum 2, æquari Z plano-plano. Quod erit auferre æqualia ab æqualibus. Et radix plana effigendi quadrati statuetur $\frac{E \text{ planum in B}}{\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano in A}}}$ — $\sqrt{B \text{ quad.} - E \text{ plano in A}}$ in A, comparanda B in A + E plano $\frac{1}{2}$ — A quad. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est. Hinc ordinabuntur tria reductionis Theoremata.

THEOREMA I.

Si A quad. quad. + B in A cubum 2, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4.

Innotescat autem E planum esse D planum. A quad. + $\frac{B + \sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}{D \text{ plano in B}}$ in A, æquabitur $\frac{D \text{ plano in B}}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano in A}}} + D \text{ plano} \frac{1}{2}$.

THEOREMA II.

Si A quad. quad. — B in A cubum 2, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur Z plano-plano in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

A quad. — $\frac{B + \sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano}}}{D \text{ plano in B}}$ in A, æquabitur $\frac{D \text{ plano in B}}{\sqrt{B \text{ quad.} - D \text{ plano in A}}} + D \text{ plano} \frac{1}{2}$.

R 3

Con-

Constitutione autem tum hujus tum antecedentis æqualitatis bene agnita: sunt duo latera, à quibus quadrato-quadratorum differentia, applicata ad aggregatum cuborum, facit B 2: quadratum vero differentie laterum multat ipsa B, ablatum ex ejusdem B quadrato, relinquit D planum, sive E planum: & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad differentiam quadruplam quadratorum à D & B. & A est latus unum; hic majus; illic minus.

In serie vero quatuor continue proportionalium: B 2 est differentia illarum omnium alterne sumptarum: Z plano-planum quod fit ab utraque extremarum in cubum differentie reliquarum trium alterne sumptarum: & fit E planum sive D planum differentia sub quadrupla, inter quadratum differentie omnium alterne sumptarum, & quadratum differentie extremarum multat tripla differentie mediarum.

Vnde $\sqrt{B \text{ quad. } 4 - D \text{ plano } 4}$ est differentia extremarum minus tripla differentia mediarum: & quum prima intelligitur minor inter extremas; illic fit A differentia trium primarum alterne sumptarum; hic trium postremarum.

Sunt proportionales continue. 1. 2. 4. 8. $1 Q Q + 5 C$, æquatur 216. Igitur $1 Q + 3 N$, æquabitur 18. & fit 1 N 3. Et si $1 Q Q - 5 C$, æquatur 216. Igitur $1 Q - 3 N$, æquabitur 18. & fit 1 N 6. Nota est autem 3, quoniam $1 C + 864 N$, æquatur 5400. & fit 1 N 6. differentia subquadrupla inter quadratum abs dato latere 5 & quadratum abs i. unde dignoscitur ipsa longitudo quæ adjecta longitudini 5, facit 6. duplum ipsius 3.

THEOREMA III.

Si Bin A cubum 2 — A quad. quad., æquetur Z plano-planum, & E plani-cubus — Z plano-planum 4 in E planum, æquetur Z plano-planum in B quad. 4. Innotescat autem E planum esse D planum.

$\frac{E + \sqrt{B \text{ quad. } 4 - D \text{ plano } 4}}{B \text{ quad. } 4 + D \text{ plano } 4}$ in A — A quad., æquabitur $\frac{D \text{ plano in B}}{B \text{ quad. } 4 + D \text{ plano } 4} + D \text{ plano } \frac{1}{2}$.

Constitutione autem æqualitatis bene agnita: sunt duo latera, à quibus differentia quadrato-quadratorum, applicata differentie cuborum, facit B 2: differentia vero inter quadratum aggregati laterum multati B, & ipsum B quadratum, relinquit D planum: & fit Z plano-planum ex applicatione cubi à D plano, ad aggregatum quadruplum quadratorum à B & D. & est A latus majus, minusve.

In serie quatuor continue proportionalium: B 2 est composita ex illis omnibus: Z plano-planum quod fit ab utraque extremarum, in cubum compositæ ex tribus reliquis.

Et fit E planum seu D planum differentia subquadrupla, inter quadratum aggregati extremarum adjuncti triplo aggregati mediarum, & quadratum aggregati omnium.

Vnde $\sqrt{B \text{ quad. } 4 + D \text{ plano } 4}$ est aggregatum extremarum, plus triplo aggregati mediarum: & fit A composita ex tribus primis, sive ex tribus postremis.

Sint proportionales continue 1. 2. 4. 8. $15 C - 1 Q Q$, æquatur 2744. Igitur $21 N - 1 Q$, æquabitur 98. & fit 1 N 7, vel 14. Nota est autem 21, quoniam $1 C - 10976 N$, æquatur 617400. Et fit 1 N 126. differentia subquadrupla inter 225 & 729. Vnde dignoscitur $\sqrt{729}$, id est longitudo 27, quæ adjecta longitudini 15, facit 42, duplum ipsius 21.

PROBLEMA III.

ÆQualitatem quadrato-quadrati affecti tam sub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam deprimere.

Proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. 2 + B solido in A, æquari Z plano-planum. Oportet facere quod imperatum est.

Sane si quadratum effingatur abs A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$: erit illud A quad. quad. + G plano plano + G plano in A quad. 2. + E quad. quad. $\frac{1}{4}$ + E quad. in A quad. + G plano in E quadratum.

Quoniam igitur ex iis quæ proposita sunt, adhibita metathesi, A quad. quad. + G plano in A quad. 2, æquatur Z plano-planum — B solido in A.

Vtri-

Vtriq; igitur æquationis parti addatur id quod deficit ab effectu à statuta radice plana quadrato, ergo hac æqualium æqualibus additione, rursus pars parti æqualis erit.

Jam utraque pars dividitor subquadratice, illic revocata ad analysin genesi, orietur manifesto A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Quod si altera quoque æqualitatis pars posset dividi subquadratice, quod oriretur, foret radicibus illis planis ex prima parte ortivis æquale.

Effingendum est igitur quadratum à radice plana, & illud alteri æqualitatis parti, id est Z plano-planum una cum suis adfectionibus comparandum & adæquandum, ut radices quoque comparentur & adæquentur inter se; & statuatur idcirco radix illa plana effingendi quadrati $\frac{B \text{ solidum}}{E 2}$ — E in A, sic enim in comparatione evanescunt adfectiones sub A & gradibus, & incidetur in æqualitatem de E, quo tendendum est.

Effectum igitur quadratum erit. $\frac{B \text{ solidum}}{E 2} + E \text{ quad. in A quad.} - B \text{ solido in A, æquale Z plano-planum} - B \text{ solido in A} + G \text{ plano-planum} + E \text{ quad. quad. } \frac{1}{4} + E \text{ quad. in A quad.} + G \text{ plano in E quad.}$

Et deletis utrinque adfectionibus sub A & A quad. $\frac{B \text{ solidum}}{E 2}$, æquabitur Z plano-planum + G plano-planum + E quad. quad. $\frac{1}{4}$ + G plano in E quad.

Et omnibus in E quad. 4. ductis & rite ordinatis, E quadrati-cubus + G plano 4 in E quad. quad. $\frac{1}{4}$ + Z plano-planum 4. + G plano-planum 4. in E quad., æquabitur B solido-solido. Innotescat autem E esse D: A quad. + D in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{D 2}$ — G plano + D quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. 2 — B solido in A, æquari Z plano-planum: radix effingendi quadrati statuetur. $\frac{B \text{ solidum}}{E 2}$ — E in A, comparanda A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur A quad. quad. — G plano in A quad. 2 — B solido in A, æquari Z plano-planum: radix plana effingendi quadrati statuetur. $\frac{B \text{ solidum}}{E 2}$ + E in A, comparanda A quad. — G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur G planum in A quad. 2 + B solido in A — A quad. quad., æquari Z plano-planum. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur quoque. $\frac{B \text{ solidum}}{E 2}$ + E in A, comparanda A quad. — G plano + E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur G plan. in A quad. 2 — B solido in A — A quad. quad., æquari Z plano-planum. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur E in A + $\frac{B \text{ solido}}{E 2}$, comparanda A quad. — G plano — E quad. $\frac{1}{2}$.

Et si proponatur denique B solidum in A — G plano in A quad. 2 — A quad. quad., æquari Z plano-planum. Inversis adfectionum notis: radix plana effingendi quadrati statuetur E in A + $\frac{B \text{ solido}}{E 2}$, comparanda A quad. + G plano + E quad. $\frac{1}{2}$. Fit itaque omni casu reductio quæ imperata est.

ALITER.

ÆQualitatem quadrato-quadrati affecti tam sub latere quam quadrato, per medium cubicæ radicem habentis planam, ad quadraticam reducere.

Proponatur A quad. quad. + G plano in A quad. + B solido in A, æquari Z plano-planum. Oportet facere quod imperatum est.

Quoniam per ea quæ proponuntur, facta metathesi, A quad. quad., æquatur Z plano-planum — G plano in A quad. — B solido in A.

Vtrobique addatur E planum in A quad. + E plano-planum $\frac{1}{4}$. Pars igitur parti rursus adæquabitur, & ab illa quidem quum dividitur subquadratice, oritur A quad. + E plano $\frac{1}{2}$, dividitor igitur quoque altera pars subquadratice, & idcirco effingatur quadratum abs commoda radice, & illud comparetur, & adæquetur altera illi pars, utpote statuitur radix.

$\frac{B \text{ solidum}}{E \text{ plano } 4 - G \text{ plano } 4}$ — $\sqrt{E \text{ plani} - G \text{ plano}}$ in A. Igitur $\frac{B \text{ solidum}}{E \text{ plano } 4 - G \text{ plano } 4}$ + E plano — G plano in A quad. — B solido in A, æquabitur Z plano-planum — G plano in A quad. — B solido in A + E plano in A quad. + E plano-planum $\frac{1}{4}$.

Itaque

$1 Q Q - 4 Q + 800 N$, æquatur 1600. fit 1 N 2. $1 C + 4 Q + 6400 N$, æquatur 614400. fit 1 N 60. $60 + 4$ facit quadratum abs 8. $1 Q + 8 N$, æquatur 20. fit 1 N 2.

THEOREMA IV.

Si A quad.-quad. — G plano in A quad. — B solido in A, æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido — Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum: $\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}$ in A, æquabitur $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$ — F plano $\frac{1}{2}$.

$1 Q Q - 4 Q - 800 N$, æquatur 1600. fit 1 N 10. $1 C + 4 Q + 6400 N$, æquatur 614400. fit 1 N 60. $60 + 4$ est quadratum abs 8. $1 Q - 8 N$, æquatur 20. fit 1 N 10.

THEOREMA V.

Si G planum in A quadr. — B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et innotescat E planum esse F planum: $\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}$ in A — quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$.

$44 Q + 720 N - 1 Q Q$, æquatur 1600. fit 1 N 10 vel 2. $1 C + 44 Q - 6400 N$, æquatur 800000. fit 1 N 100. $100 + 44$ est quadratum abs 12. $12 N - 1 Q$, æquatur 20. fit 1 N 10 vel 2.

THEOREMA VI.

Si G planum in A quadr. — B solido in A — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus + G plano in E plani-quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido + Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innotescat esse F planum: $\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ + $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} + G \text{ plano}}}$.

$114 Q - 120 N - 1 Q Q$, æquatur 200. fit 1 N 2 vel 10. $1 C + 114 Q - 800 N$, æquatur 105600. fit 1 N 30. $30 + 114$ facit quadratum abs 12. $12 N - 1 Q$, æquatur 20. fit 1 N 2 vel 10.

THEOREMA VII.

Si B solido in A — G plano in A quad. — A quad.-quad., æquetur Z plano-plano, & E plani-cubus — G plano in E plani-quadr. — Z plano-plano 4 in E planum, æquetur B solido-solido — Z plano-plano 4 in G planum. Et E planum innotescat esse F planum: $\sqrt{F \text{ plani} - G \text{ plano}}$ in A — A quad., æquabitur F plano $\frac{1}{2}$ — $\frac{B \text{ solido}}{\sqrt{F \text{ plani} - G \text{ plano}}}$.

$1440 N - 16 Q - 1 Q Q$, æquatur 2800. fit 1 N 2 vel 10. $1 C - 16 Q - 11200 N$, æquatur 1894400. fit 1 N 160. $160 - 16$ facit quadratum abs 12. $12 N - 1 Q$, æquatur 20. fit 1 N 2 vel 10.

Et quid attinet reliquas metatheses persequi, quum adfectiones sub cubo evanescant expurgatione per uncias quadrantes: Hæc itaque sunt fati superque.

CAPVT

CAPVT VII.

Quemadmodum æquationes cubicæ deprimuntur ad quadraticas à radice solida.

SEV

De Duplicata Hypostasi.

ÆQue modus transmutandi qui dicitur duplicata hypostasis, non minus elegans est & impendiosus, ad exhibendas radicum asymmetrias in cubis aliquot sub latere affectis, ac Zetesi novam instituendi cura, ex agnita singulari de qua initio præcedentis capituli monuimus, cuborum illorum constitutione.

Sequentia itaque iuvabit subjunxisse Problemata.

PROBLEMA I.

Cubum adfectum sub latere adfirmate, ad quadratum radicem habens solidam, idemque adfectum, reducere.

Proponatur A cubus + B plano 3 in A, æquari Z solido 2. Oportet facere quod propositum est. E quad. + A in E, æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus quorum minus est E, differentia à majore A. igitur $\frac{B \text{ planum} - E \text{ quad.}}{E}$ erit A.

Quare $\frac{B \text{ plano-plano-plano} - E \text{ quad. in B plano-plano-plano} + E \text{ quad. quad. in B plano-plano-plano} - E \text{ cubo-cubo} + B \text{ pl. pl. 3.} - B \text{ pl. in E quad.}}{E \text{ cubo.}}$ æquabitur Z solido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis. E cubi quad. + Z solido 2 in E cubum, æquabitur B plani-cubo.

Quæ æquatio est quadrati affirmate affecti, radicem habentis solidam. Facta itaque reductio est quæ imperabatur.

Confectarium.

Itaque si A cubus + B plano 3, æquetur Z solido 2, & $\sqrt{B \text{ plano-plano-plano} + Z \text{ solido-solido}} - Z \text{ solido}$, æquetur D cubo. ergo $\frac{B \text{ planum} - D \text{ quad.}}{D}$, fit A de qua quæritur.

Si $1 C + 81 N$, æquetur 702. quoniam $\sqrt{19683 + 123201}$, seu $\sqrt{142884}$, seu denique 378. multatus solido 351. est 27 cubus à latere 3. Ideo $\frac{27-9}{3}$ seu 6, est 1 N. de qua quæritur.

Aliter & secundo.

E quad. — A in E, æquetur B plano. Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum majus est E, excessus vero ejusdem supra minorem A. igitur $\frac{E \text{ quad.} - B \text{ plano}}{E}$, æquabitur A. Quare per ea quæ proponuntur, omnibus ex arte concinnatis. E cubi-quadratum — Z solido 2 in E cubum, æquabitur B plani-cubo. Quæ æquatio est quadrati negatæ affecti, radicem habentis solidam. Facta itaque est rursus reductio quæ imperabatur.

Confectarium secundum.

Itaque si A cubus + B plano 3 in A, æquetur Z solido 2, & $\sqrt{B \text{ plano-plano-plano} + Z \text{ solido-solido}} + Z \text{ solido}$, æquetur G cubo. ergo $\frac{G \text{ quad.} - B \text{ plano}}{G}$, æquabitur A.

Si $1 C + 81 N$, æquetur 702. quoniam $378 + 351$, est 729. cubus à latere 9. Ideo $\frac{81-27}{9}$ seu 6, est 1 N. de qua quæritur.

Confectarium

E duobus antedictis confectariis.

Denique sunt duo latera, unum idemque minus D, alterum idemque majus G, quorum differentia est A de qua quæritur.

Itaque $\sqrt[3]{C. \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani} + Z \text{ folido-folido}} + Z \text{ folido}} = \sqrt[3]{C. \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani} + Z \text{ folido-folido}} - Z \text{ folido}}$.

Est A quaesita.

Si $1C + 6N$, aequetur 2. $\sqrt[3]{C4} = \sqrt[3]{C2}$. est 1 N. de qua queritur.

PROBLEMA II.

Cubum adfectum sub latere negata, ad quadratum sub radice solida negatum de plano, reducere.

Oportet autem in æquatione proposita, cubum è triente coefficientis adfectionis, cedere solidi comparationis sub-quadruplo quadrato.

Proponatur A cubus — B plano 3 in A, æquari Z folido 2. Oportet facere quod propositum est. A in E — E quad., æquetur B plano.

Vnde B planum ex huiusmodi æquationis constitutione, intelligitur rectangulum sub duobus lateribus, quorum majus minusve est E, summa vero minoris ac majoris A. Igitur $\frac{B \text{ planum} + E \text{ quad.}}{E \text{ cubo.}}$ æquabitur A. Quare $\frac{B \text{ plano-plano-plani} + E \text{ q. in B pl. planum 3} + E \text{ q. quad. in B planum 3} + E \text{ cubo-cubo}}{E \text{ cubo.}}$ æquabitur Z folido 2.

Et omnibus per E cubum ductis & ex arte concinnatis. Z solidum 2 in E cubum — E cubi-quadrato, æquabitur B plani-cubo.

Quæ æquatio est quadrati inverse negata, radicem habentis solidam. Facta itaque est reductio quæ imperabatur.

Apparet autem ex æquationis illius ad quam reductio facta est proprietate, Z solidi quadratum præstare debere B plani-cubo: quo pertinet appositæ lex Problemæ.

Confectarium.

Itaque si A cubus — B plano 3 in A, æquetur Z folido 2.

$\sqrt[3]{C. Z \text{ folidi} + \sqrt[3]{Z \text{ folido-folidi}} - B \text{ plano-plano-plano}} + \sqrt[3]{C. Z \text{ folidi} - \sqrt[3]{Z \text{ folido-folidi}} - B \text{ plano-plano-plano}}$. Est A de qua queritur.

Si $1C - 81N$, æquetur 756. Quoniam $378 + 351$ est 729, cubus à latere 9. & $378 - 351$ est 27, cubus à latere 3. Ideo $9 + 3$ id est 12. est 1 N. de qua queritur.

CAPUT VIII.

De canonica æquationum transmutatione, ut coefficientes sub-graduales sint quæ præscribuntur.

Ad impendia quoque Logistica confert æquationes ita præparare, ut coefficientes æquationum vel comparationum homogenea sint quæ præscribuntur, quod libere licet ex canonica transmutandi doctrina. Statuitur coefficientis unitas, usus igitur impendii vel ex eo liquet, quod potestates adfectæ sub unitate & gradu quocunque, (si modo radix est numerus) non aliter resolvuntur ac si essent puræ. neque enim negotium conturbat habenda alioqui (sed quæ ex isthoc opere, salva sit) parabolæ quarum quæque unitas est, ratio.

Et si radix inventa non est numerus, ipsam radicem de qua queritur non esse numerum statim convincitur.

$1C + 1N$, æquetur 10. quoniam proximus cubus est 8, cujus radix est 2, quæ ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10. ideo radix quaesita est 2.

Æque $1C - 1N$, æquetur 24. quoniam proxime minor cubus est 8, cujus radix est 2 & adscita unitate 3: sub qua & unitate facto solido quum multatur cubus ex 3, relinquitur 24. ideo radix quaesita est 3.

Proponatur autem $1C + 1N$, æquari 9. quoniam proximus cubus est 8, cujus

cujus radix est 2 qua ducta in unitatem & adjuncta 8, facit 10, non etiam 9. ideo 1 N est radix irrationalis.

Æque $1C - 1N$, æquetur 25. quoniam proxime minor cubus est 8, cujus radix est 2 & adscita unitate 3: sub qua & unitate facto solido quum multatur cubus ex 3, relinquitur 24, non etiam 25. ideo 1 N est irrationalis.

Oportet autem ad huiusmodi instituendæ transmutationis opus, coefficientem quæ imperatur coefficienti æquationis propositæ esse congenere, & si quidem radix æquationis propositæ est ejusdem quoque generis, concedetur esse ut coefficientis propositæ æquationis ad coefficientem imperatam, ita radix de qua quærebatur ad novam statuendam radicem.

Sin coefficientis gradui radicis genere communicet, concedetur esse ut coefficientis propositæ æquationis ad coefficientem imperatam, ita gradus æque-altus radicis de qua quærebatur ad gradum æque altum novæ statuendæ radicis.

Et per resolutionem concessi analogismi, exhibebitur sub nova specie valor radicis quaesita, & sua proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova.

Quod, ut uno aut altero exemplo fiat apertius.

Proponatur A cubus + B in A quad., æquari Z folido. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut adfectio quidem maneat sub quadrato, ipsaque adfirmetur, sed coefficientis sit X, non etiam B. Esto ut B ad X, ita A ad E. ergo $\frac{B \text{ in } E}{X}$ erit A.

Quare secundum ea quæ proponuntur $\frac{B \text{ cubus in } E \text{ cubum} + B \text{ cubo in } E \text{ quad.}}{X \text{ cubo.} \quad X \text{ quad.}}$, æquabitur Z folido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum divis. E cubus + X in E quad., æquabitur $\frac{X \text{ cubo in } Z \text{ folido}}{B \text{ cubo.}}$. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur $1C + 10Q$, æquari 96000. $1C + 1Q$, æquabitur 12. & sit 1N 2. Vnde sit radix primum quaesita 40.

ALIVD.

Proponatur A cubus — B quad. in A, æquari Z folido. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut affectio quidem maneat sub latere, ipsaque negetur, sed coefficientis sit X quadratum, non etiam B quadratum. Esto ut B quad. ad X quad., ita A quad. ad E quad., & consequenter ut B ad X ita A ad E. ergo $\frac{B \text{ in } E}{X}$ erit A.

Quare secundum ea quæ proponuntur $\frac{B \text{ cubus in } E \text{ cubum} - B \text{ cubo in } E}{X \text{ cubo.} \quad X}$, æquabitur Z folido. Et omnibus per X cubum ductis, & B cubum divis. E cubus — X quad. in E, æquabitur $\frac{X \text{ cubo in } Z \text{ folido}}{B \text{ cubo.}}$. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur $1C - 144N$, æquari 10368. $1C - 1N$, æquabitur 6. & sit 1N 2. Vnde sit radix primum quaesita 24.

Neque vero opus aliter sit in præscriptis comparationum homogeneis, conceditur nimirum esse, ut magnitudo æqualis potestati quæ proponitur adfectæ ad magnitudinem præscriptam æque-altam & homogeneam, ita potestas radicis de qua quærebatur ad potestatem novæ statuendæ radicis: & per resolutionem concessi analogismi, exhibetur sub nova specie valor radicis quaesite, & proposita æqualitas dirigetur, & ordinabitur nova. Exempli causa:

Proponatur A cubus + B plano in A, æquari Z cubo. Placeat autem æquationem ita transmutare, ut potestas adfirmate adfecta sub latere & coefficiente plano, comparetur D cubo. conceditor esse ut Z ad D, ita A ad E. ergo $\frac{Z \text{ in } E}{D}$ erit A.

Quare $\frac{Z \text{ cubus in } E \text{ cubum} + B \text{ plano in } Z \text{ in } E}{D \text{ cubo.} \quad D}$, æquabitur Z cubo. Et omnibus in D cubum ductis, & per Z cubum divis. E cubus + B plano in D quad. in E, æquabitur D cubo. Ipsum igitur factum est quod oportuit.

Proponatur $1C + 860N$, æquari 1728. $1C + 215N$, æquabitur 216. & est 1 N 1. Vnde fit radix primum quæ sita 2.

CAPVT IX.

Anomala æquationum aliquot cubicarum ad quadraticas aut etiam simpliciores reductio.

PRæparandarum igitur æquationum solennes modi ita se habent. De irregularibus autem non statuuntur præcepta, quoniam anomalia illa non magis finita est quam artificis in indagando vis & solertia. ad excitandum tamen eam vim & solertiam, opportunum est singularia aliquot æquationum constitutiva & reductiva Theoremata adnotasse, insignem aliquam emphasin vel elegantiam præ se ferentia; qualia jam sequuntur.

THEOREMA I.

Si A cubus — B quad. 2 in A, æquetur B cubo. A quad. — B in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B cubo + B quad. 2 in A, & addendo utrique parti B cubum: A cubum + B cubo, æquari B cubo 2 + B quad. 2 in A. Omnia applicentur ad A + B; illic oritur, A quad. — B in A + B quad.; hic B quad. 2. & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. — B in A, æquabitur B quadrato.

Si $1C - 18N$, æquetur 27. igitur $1Q - 3N$, æquabitur 9.

THEOREMA II.

Si B quad. 2 in A — A cubo, æquetur B cubo. A quad. + B in A, æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin: A cubum, æquari B quad. 2 in A — B cubo, & auferendo utrique parti B cubum. A cubum — B cubo, æquari B quad. 2 in A — B cubo 2. Omnia applicentur ad A — B; illic oritur A quad. + B in A + B quad.; hic B quad. 2 & consequenter abjecto utrinque B quadrato. A quad. + B in A, æquabitur B quadrato.

Si $18N - 1C$, æquetur 27. igitur $1Q + 3N$, æquabitur 9.

THEOREMA III.

Si A cubus — B quad. 3 in A, æquetur B cubo 2. B dupla est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B dupla, est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B cubus 8 — B quad. in B 6, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

$1C - 12N$, æquetur 16. fit 1 N 4.

THEOREMA IV.

Si B quad. 3 in A — A cubo, æquetur B cubo 2. B est ipsa A de qua quæritur.

Quoniam enim B est ipsa A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur B quad. in B 3 — B cubo, æquabitur B cubo 2. quod quidem ita se habet.

$6N - 1C$, æquetur 32. fit 1 N 4/2.

THEOREMA V.

Si A cubus — B in A quad. + D plano in A, æquetur B in D planum. Ipsa B est A de qua quæritur.

Quo-

Quoniam enim B est A de qua quæritur: ergo ex iis quæ proponuntur B cubus — B in B quad. + D plano in B, æquabitur B in D planum. quod quidem manifesto ita se habet.

$1C - 4Q + 5N$, æquatur 20. factum ex 4 in 5. ergo 1 N est 4.

THEOREMA VI.

Si A cubus + B in A quad. — D quadr. in A, æquetur B in D quadratum. Ipsa D est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur, D cubus + B in D quad. — D quadr. in D, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem manifesto ita se habet.

$1C + 5Q - 4N$, æquatur 20. factum ex 5 in 4. ergo 1 N fit 4 vel 2.

THEOREMA VII.

Si B in A quad. + D quad. in A — A cubo, æquetur D quadrato in B. Ipsa B vel D, est A de qua quæritur.

Quoniam enim ipsa B est A de qua quæritur ergo ex iis quæ proponuntur B cubus + D quad. in B — B cubo, æquabitur B in D quadratum. Quod quidem ita manifesto se habet.

Rursus quoniam ipsa D est A de qua quæritur, ergo ex iis quæ proponuntur, B in D quad. + D cubo — D cubo, æquabitur D quadrato in B. Quod quidem ita quoque manifesto se habet.

$6Q + 4N - 1C$, æquatur 24. fit 1 N 6 vel 2.

THEOREMA VIII.

Si D in A quad. + B in D in A — A cubo, æquetur B cubo; $\overline{B+D}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur, manifestum fit per antithesin. B cubum + A cubo, æquari D in A quad. + D in B in A. Vtrique pars applicetur ad A + B, ergo A quad. — B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\overline{D+B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Si $10Q + 20N - 1C$, æquetur 8. quia latus cubicum ex 8 ductum in 10, facit 20. Igitur $12N - 1Q$, æquabitur 4. & fit 1 N 6 — 32, vel 6 + 32.

THEOREMA IX.

Si A cubus — D in A quad. + D in B in A, æquetur B cubo: $\overline{D-B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato.

Ex iis enim quæ proponuntur manifestum fit per antithesin, quum A intelligitur major quam B, A cubum — B cubo, æquari D in A quad. — D in A in B. Vtrique pars æqualitatis applicetur ad A — B. Igitur A quad. + B in A + B quad., æquabitur D in A.

Et per antithesin $\overline{D-B}$ in A — A quad., æquabitur B quadrato. Atqui quum B intelligitur major quam A, B cubus — A cubo, æquabitur D in A in B — D in A quad. Vtrique pars æqualitatis applicetur ad B — A, itaque B quad. + A quad. + B in A, æquabitur D in A. ut ante.

Si $1C - 10Q + 20N$, æquetur 8. quia 1/2 C. 8 ductum in 10, facit 20. Igitur $8N - 1Q$, æquabitur 4. & fit 1 N 4 — 12, vel 4 + 12.

THEOREMA X.

Si A cubus — B pl. 3 in A, æquetur 1/2 B plano plano-plani 2. $\sqrt{B \text{ plani } 3} + \sqrt{B \text{ plani } 1}$ fit A de qua quæritur.

Quo-

Quoniam enim $\sqrt[3]{B \text{ plani } 3 + \sqrt[3]{B \text{ plani } 1}}$ est ipsa A de qua quaeritur. Ideo ex iis quae proponuntur $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 27} + \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 81} + \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 27} + \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 1}$, $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 27} - \sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 9}$, $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 27}$, $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 2}$. Quod quidem ita se habet, subducendo in prima aequalitatis parte ab aequalibus aequalia.

$$1C - 6N, \text{ aequatur } 4. \text{ Igitur } \sqrt[3]{3} + 1. \text{ fit } 1N.$$

THEOREMA XI.

Si B plan. 3 in A — A cubo, aequetur $\sqrt[3]{B \text{ plano-plano-plani } 2}$. $\sqrt[3]{B \text{ plani } 3} - \sqrt[3]{B \text{ pl. } 2}$.
fit A de qua quaeritur.

Vt apparet, insequendo vestigia antecedentis demonstrationis.

$$6N - 1C, \text{ aequatur } 4. \text{ Igitur } \sqrt[3]{3} - 1. \text{ fit } 1N, \text{ eaque minor, altera est } 2.$$

CAPUT X.

Similium reductionum continuatio.

THEOREMA I.

Si A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, aequetur B cubo 2 — D plano in B. A quadr. + B in A 2, aequabitur B quadr. 2 — D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, aequatur B quadr. 2 — D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quadr. 2, aequabitur B quadr. in A 2 — D plano in A.

Et iisdem ductis in B. B in A quadr. + B quadr. in A 2, aequabitur B cubo 2 — D plano in B. Iungatur ducta aequalia aequalibus. A cubus + B in A quadr. 3 + B quadr. in A 2, aequabitur B quadr. in A 2 — D plano in A + B cubo 2 — D plano in B.

Et deleta utrinque adfectione B quadr. in A 2, & ad aequalitatis ordinationem, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 + D plano in A, aequabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$$1C + 30Q + 44N, \text{ aequatur } 1560. \text{ Igitur } 1Q + 20N, \text{ aequabitur } 156. \text{ \& fit } 1N6.$$

THEOREMA II.

Si A cubus + B in A quadr. 3 — D plano in A, aequetur B cubo 2 + D plano in B. A quadr. + B in A 2, aequabitur B quadr. 2 + D plano.

Quoniam enim A quadr. + B in A 2, aequatur B quadr. 2 + D plano. Ductis igitur omnibus in A. A cubus + B in A quadr. 2, aequabitur B quadr. in A 2 + D plano in A.

Et ductis iisdem in B. B in A quadr. + B quadr. in A 2, aequabitur B cubo 2 + D plano in B. Iungantur ducta aequalia aequalibus. A cubus + B in A quadr. 3 + B quadr. in A 2, aequabitur B quadr. in A 2 + D plano in A + B cubo 2 + D plano in B.

Et deleta utrinque adfectione B quadrati in A 2, & ad ordinationem aequalitatis, translata per antithesin D plani in A adfectione. A cubus + B in A quadr. 3 — D plano in A, aequabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$$1C + 30Q - 24N, \text{ aequatur } 2240. \text{ Igitur } 1Q + 20N, \text{ aequatur } 224. \text{ \& fit } 1N8.$$

THEOREMA III.

Si A cubus — B in A quadr. 3 + D plano in A, aequetur D plano in B — B cubo 2. Et fit B quadr. 3 majus D plano. B in A 2 — A quadr., aequabitur D plano — B quadr. 2.

Quoniam enim B in A 2 — A quadr., aequatur D plano — B quadr. 2. Ductis omnibus in B — A. B quadr. in A 2 — B in A quadr. — B in A quadr. 2 + A cubo 2, aequabitur B quadr. in A 2 — D plano in A + D plano in B — B cubo 2.

Et ordinata aequalitate A cubus — B in A quadr. 3 + D plano in A, aequabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

$$1C -$$

$$1C - 30Q + 236N, \text{ aequatur } 360. \text{ Igitur } 20N - 1Q, \text{ aequatur } 36. \text{ \& fit } 1N2 \text{ vel } 18.$$

Iisdem positis, ipsa A fit quoque B, sive B triplum quadratum praeter, sive cedat D plano. Quoniam enim proponitur A cubus — B in A quadr. 3 + D plano in A, aequari D plano in B — B cubo 2. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus — B cubo 3 + D plano in B, aequabitur D plano in B — B cubo 2. Quod quidem ita se habet.

$$1C - 30Q + 236N, \text{ aequatur } 360. \text{ \& ostensa est } 1N2 \text{ vel } 18. \text{ eadem quoque est } 10. \text{ } 1C - 30Q + 264N, \text{ aequatur } 640. \text{ fit } 1N4 \text{ vel } 16. \text{ Nam } 20N - 1Q, \text{ aequatur } 64. \text{ \& fit } 1N4 \text{ vel } 16.$$

THEOREMA IV.

Si B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, aequetur B cubo 2 + D plano in B. A quadr. — B in A 2, aequabitur B quadr. 2 + D plano.

Quoniam enim A quadr. — B in A 2, aequatur B quadr. 2 + D plano. Ductis omnibus in B — A. B in A quadr. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quadr. 2, aequabitur B cubo 2 + B in D planum — B quadr. in A 2 — D plano in A.

Et aequalitate ordinata, B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, aequabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$$30Q + 24N - 1C, \text{ aequatur } 2240. \text{ Igitur } 1Q - 20N, \text{ aequatur } 224. \text{ \& fit } 1N28.$$

Iisdem expositis, fit A quoque B. Quoniam enim proponitur B in A quadr. 3 + D plano in A — A cubo, aequari B cubo 2 + D plano in B. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus 3 + D plano in B — B cubo, aequabitur B cubo 2 + D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$$30Q + 24N - 1C, \text{ aequatur } 2240. \text{ fit } 1N10.$$

THEOREMA V.

Si B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, aequetur B cubo 2 — D plano in B. A quadr. — B in A 2, aequabitur B quadr. 2 — D plano.

Quoniam enim A quadr. — B in A 2, aequatur B quadr. 2 — D plano. Ductis omnibus in B — A. B in A quadr. — B quadr. in A 2 — A cubo + B in A quadr. 2, aequabitur B cubo 2 — D plano in B — B quadr. in A 2 + D plano in A.

Et aequalitate ordinata. B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, aequabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$$30Q - 156N - 1C, \text{ aequatur } 440. \text{ Igitur } 1Q - 20N, \text{ aequabitur } 44. \text{ \& fit } 1N22.$$

Iisdem positis, fit A quoque B.

Quoniam enim proponitur B in A quadr. 3 — D plano in A — A cubo, aequari B cubo 2 — D plano in B. Ipsa autem A fit quoque B, igitur B cubus 3 — D plano in B — B cubo, aequabitur B cubo 2 — D plano in B. Quod quidem ita se habet.

$$30Q - 156N - 1C, \text{ aequatur } 440. \text{ fit } 1N10.$$

THEOREMA VI.

Ad quadrato-quadraticam pertinens.

Si A quadr. quadr. — X in A cubum 2 + X cubo in A 4, aequetur X quadr. quadr. 2. X quadr. in A quadr. 2 — A quadr. quadr., aequabitur X quadr. quadr. 4 — X cubo 2 in $\sqrt[3]{X}$ quadr. 3.

Quoniam enim X quadr. in A quadr. 2 — A quadr. quadr., aequatur X quadr. quadr. 4 — X cubo 2 in $\sqrt[3]{X}$ quadr. 3; ergo per antithesin, & ad X cubum 2 communem adplicationem, $X \text{ quadr. quadr. } 4 + A \text{ quadr. quadr.} - X \text{ quadr. in A quadr. } 2$, aequabitur $\sqrt[3]{X}$ quadr. 3.

Et omnibus quadratis, & per X cubo-cubum 4 ductis, adhibitaq; congruenter metathesi, X cubo-cubus in A quadr. 16 + X quadr. in A cubo-cubum 4 — A quadr. quadr. quadr. quadr. — X quadr. quadr. in A quadr. quadr. 12, aequabitur X quadr. quadr. quadr. quadr. — quadr. 4. Quod quidem ita se habet: enimvero secundum primam aequationem. X cubus in A 4

T

— X in

—X in A cubum 2, æquatur X quad.-quadr. 2— A quad. quad. Cujus æqualitatis parte utraque quadrata, omnibusque rite ordinatis, in eam ipsam æqualitatem inciditur quadrato-cubica-cubicam, quæ exposita est.

Itaque A quadratum fit X quadratum plus minusve latere binomiæ residuæ, seu negatæ ✓ X quad.-quad. 12 — X quad. 3.

Sit X 1. A 1 N. $1 Q Q - 2 C + 4 N$, æquatur 2. Igitur $2 Q - 1 Q Q$, æquabitur $4 - \checkmark 12$. & 1 Q fit 1 plus minusve latere binomine negatæ ✓ 12 — 3.

CAPVT XI.

Singularium aliquot constitutionum, ad æqualitates multipliciter adfectas pertinentium, collectio.

THEOREMA I.

Si A quad. + B in A, æquetur B quadrato: est B dupla longitudo, secta in tria proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione semel sumpta.

THEOREMA II.

Si A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B cubo: est B dupla longitudo, secta in quatuor continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione duplicata.

THEOREMA III.

Si A quad.-quad. + B in A cubum + B quadr. in A quadr. + B cubo in A, æquetur B quad.-quadrato: est B dupla longitudo, secta in quinque continue proportionalia segmenta; quorum primum idemq; majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione triplicata.

THEOREMA IV.

Si A quad.-cubus + B in A quad.-quad. + B quadr. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad.-quad. in A, æquetur B quadrato-cubo: est B dupla longitudo, secta in sex continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quadruplicata.

THEOREMA V.

Si A cubo-cubus + B in A quadr.-cubum + B quadr. in A quadr.-quadr. + B cubo in A cubum + B quadr.-quadr. in A quadr. + B quad. cubo in A, æquetur B cubo-cubo: est B dupla longitudo, secta in septem continue proportionalia segmenta; quorum primum idemque majus, est B; secundum A. quo in opere, dicitur B secari media & extrema ratione quintuplicata.

CAPVT XII.

Earundem collectio altera.

THEOREMA I.

Si A quad. + B in A, æquetur B in Z: est B prima minor inter extremas in serie trium proportionalium; aggregatum vero reliquarum duarum est Z, & fit A secunda.

THEO-

THEOREMA II.

Si A cubus + B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: est B prima in serie quatuor continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum trium est Z, & fit A secunda.

THEOREMA III.

Si A quad. quad. + B in A cubum + B quad. in A quad. + B cubo in A, æquetur B cubo in Z: est B prima in serie quinque continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quatuor est Z, & fit A secunda.

THEOREMA IV.

Si A quad.-cubus + B in A quad. quad. + B quad. in A cubum + B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad. quad. in Z: est B prima in serie sex continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum quinque est Z, & fit A secunda.

THEOREMA V.

Si A cubo-cubus + B in A quad.-cubum + B quad. in A quad. quad. + B cubo in A cubum + B quad. quad. in A quad. + B quad.-cubo in A, æquetur B quadrato-cubo in Z: est B prima in serie septem continue proportionalium; aggregatum vero reliquarum sex est Z, & fit A secunda.

CAPVT XIII.

Earundem collectio tertia.

THEOREMA I.

Si B in A — A quad., æquetur B in Z: est B prima major inter extremas in serie trium proportionalium; differentia vero duarum reliquarum est Z, & fit A secunda. potest autem esse duplex, nam est etiam differentia inter primam & secundam.

Sed si A quad. — B in A, æquetur B in Z: est B prima minor inter extremas; differentia vero duarum reliquarum est Z, & fit A similiter secunda.

Sunt proportionales 4. 6. 9. $9N - 1Q$, æquatur 18: fit 1 N 6, atque etiam 3. Sed si $1Q - 4N$, æquatur 12. fit 1 N 6.

THEOREMA II.

Si A cubus — B in A quad. + B quad. in A, æquetur B quad. in Z: est B prima in serie quatuor continue proportionalium; differentia vero trium reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda.

Sunt proportionales continue 1. 2. 4. 8. $1C - 8Q + 64N$, æquatur 192. fit 1 N 4. Vel $1C - 1Q + 1N$, æquatur 6. fit 1 N 2.

THEOREMA III.

Si B cubus in A — B quad. in A quad. + B in A cubum — A quad. quad., æquetur B cubo in Z: est B prima major in serie quinque continue proportionalium; differentia vero quatuor reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda major inter medias. potest autem esse duplex.

Sed si A quad. quad. — B in A cubum + B quad. in A quad. — B cubo in A, æquetur B cubo in Z: est B prima minor inter extremas; differentia vero quatuor reliquarum sumptarum alterne est Z, & fit A secunda minor inter medias.

Sunt proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. $4096N - 256Q + 16C - 1QQ$, æquatur 20480. fit 1 N 8. Vel $1QQ - 1C + 1Q - 1N$, æquatur 10. fit 1 N 2.

T 2

THEO-

Si A quad. cubus — Bin A quad. quad. + B quad. in A cubum — B cubo in A quad. + B quad. quad. in A, æquetur B quad. quad. in Z: est B prima major in serie sex continue proportionalium; differentia vero quinque reliquarum alterne sumptarum est Z, & fit A secunda.

Sunt proportionales continue 1. 2. 4. 8. 16. 32. $1QC - 32QQ + 1024C - 32768Q + 1048576N$, æquatur 11534336. fit 1N 16. Vel $1QC - 1QQ + 1C - 1Q + 1N$, æquatur 22, & fit 1N 2.

Et hæc singula suam habent ex Zetesi demonstrationem: at quæ jam sequitur collectio, sua analytico examini subjicienda libere relinquit Theoremata, pertinet autem ad æqualitates de multiplicibus radicibus mire explicabiles.

CAPVT XIV.

Collectio quarta.

THEOREMA I.

Si $\frac{B}{A} + \frac{D}{A}$ in A — A quad., æquetur B in D: A explicabilis est de qualibet illarum duarum B vel D.

$3N - 1Q$, æquetur 2. fit 1N 1, vel 2.

THEOREMA II.

Si A cubus — B — D — G in A quad. + Bin D + Bin G + Din G in A, æquetur B in D in G: A explicabilis est de qualibet illarum trium B, D, vel G.

$1C - 6Q + 11N$, æquatur 6. fit 1N 1, 2, vel 3.

THEOREMA III.

Si Bin Din G + Bin Din H + Bin Gin H + Din Gin H in A — Bin D — Bin G — Bin H — Din G — Din H — G in H in A quad. + B + D + G + H in A cubum — A quad. quad., æquetur Bin D in G in H: A explicabilis est de qualibet illarum quatuor B, D, G, H.

$50N - 35Q + 10C - 1QQ$, æquatur 24. fit 1N 1, 2, 3, vel 4.

THEOREMA IV.

Si A quadrato-cubus — B — D — G — H — K in A quad. quad. + Bin D + Bin G + Bin H + Bin K + Din G + Din H + Din K + G in H + G in K + H in K in A cubum — Bin D in G — Bin D in H — Bin D in K — Bin G in H — Bin G in K — Bin H in K — Din G in H — Din G in K — Din H in K — G in H in K in A quad. + Bin D in G in H + Bin D in G in K + Bin D in H in K + Bin G in H in K + Din G in H in K in A, æquetur B in D in G in H in K: A explicabilis est de qualibet illarum quinque B, D, G, H, K.

$1QC - 15QQ + 85C - 225Q + 274N$, æquatur 120. fit 1N 1, 2, 3, 4, vel 5.

Atque hæc elegans & perpulchræ speculationis sylloge, tractatui alioquin effuso, finem aliquem & Coronida tandem imponito.

FINIS.

APPEN.

APPENDIX,

A B

ALEXANDRO ANDERSONO
OPERI SUBNEXA.

Vandoquidem Theoremate tertio Capitis sexti, Tractatus prioris de æquationum recognitione, cubicarum æquationum in versarum, in quibus homogenea adfectionis est sublatere, constitutionem, elegantius & (suo more) acutius, in peculiarem Zeteticorum ad angulares sectiones pertinentium, silvulam, rejecit Autor noster: quæ quidem an inter alia ejus scripta hic uspiam lateat, an adhuc

*Trans Indos Eurumque virens, mortalibus oras
Occupet ignotas,*

nobis nondum constitit; placuit (suadente subtilissimi judicii viro & mihi amicissimo Renato Bouclier Jurisconsulto, tum Mathematico peritissimo) hoc admitti *ἐπιμετρον*, ex iis quæ à me ad hanc rem demonstrata sunt: quamvis male feriat quidam homines, infrugi & insulsi, plagii me insimulare velint, quasi Vietæ Theoremata, & demonstrationes, pro meis venditassent: quum nihil in hoc genere præter nuda & demonstrationibus orba Theoremata, libro octavo variorum, & in responso ad Problema Adriani Romani à Vieta editis, mihi visum sit. quin & omnium illarum circulationum, & progressionum rectarum circuli circumferentiis in ratione Arithmetica subtenfarum, ut firmissima ita & præclarissima fundamenta, Theorematis 4, 5, & 7 mei Tractatus ad Sectiones angulares, demonstrata, ex quibus Theorematum à Vieta propositorum constat veritas, à me excogitata & primum edita sunt. Loquantur qui Vieta familiariter usi sunt, (qui magno meo dispendio mihi nunquam notus) quibusque adversariis suis inscripta schediasmata, communicare solitus. Sed talpas istos loquaces non moror, qui in re non adeo jam obscura, (nisi Bæoticis fortassis istiusmodi ingeniis) prorsus cæcutientes, susceptos à me ad publica promovenda studia labores, (ne mihi fortassis cedere videantur) alii adscribere malunt, quam à me profectos probando, ad meliora incitare. at viderint isti Bembices quantum à proposito sibi aberrarint scopo, dum meas lucubrationes, summo, & nunquam satis laudando viro Francisco Vietæ attribuunt, quam inde ampla & opima referam spolia:

Dum culpæ volunt, stulti, in contraria currunt.

Sed sic non vincitis: imbellis animi est ex alieni nominis injuria sibi laudes querere; quin potius quum alat æmulatio ingenia, & nunc invidia nunc admiratio incitationem accendat, agite mecum viri umbratiles, & si quod inde mihi laudis accedit, id vobis detractum putatis, vestris (si quid luce dignum potestis) laboribus, id damni refarcire conemini.

ἐν τῇ πέτρᾳ, πάλῳ ἀποφάνει ὡς πρὸς ἐξοχώτερον γένος.

T 3

THEO-

THEOREMA SYSTATICUM

Æqualitatum quarundam cubicarum adfectarum, in quibus potestati homogenea est sub latere.

Si fuerint duo triangula rectangula æqualis hypotenusæ, & angulus actus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum subtensum à perpendiculo secundi: cubus ex dupla basè secundi, minus solido sub triplo quadrato hypotenusæ in eandem basin duplam secundi, æquabitur solido sub quadrato hypotenusæ, in duplam basin primi.

Rursus: solidum sub quadrato triplo hypotenusæ, in basin simplam secundi, contractam protractamve longitudine ejus rectæ; quæ potest quadrato triplum perpendiculi ejusdem, minus ejusdem basis ita contractæ protractæve cubo, æquabitur eidem solido sub quadrato hypotenusæ communis, in basin duplam primi.

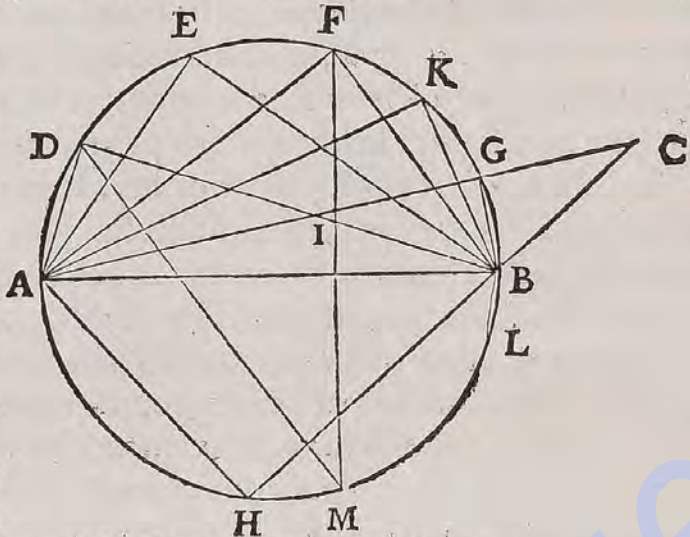
Sit circulus cujus diameter $A B$, eique inscribantur utcumque duo triangula rectangula $A F B$, $A G B$, quorum communis hypotenusa erit ipsa diameter: & sit angulus $F A B$, triplus anguli $G A B$. Primi igitur trianguli basis sit $F A$, perpendicularum $F B$. (ut in Analyticis constitutum est.) Secundi basis $G A$, perpendicularum $G B$. Dico primo; cubum ex dupla ipsius $G A$, minus solido sub triplo quadrato ipsius $B A$ in duplam ipsius $G A$, æquari solido sub quadrato $B A$ in duplam ipsius $F A$.

Quoniam enim peripheria F B tripla est ipsius G B peripheriæ. Si secetur peripheria G F bifariam in K, erunt segmenta B G, G K, K F æqualia. ducatur jam recta A K. Erit igitur ex demonstratis à nobis Theoremate 5^{to} ad Sectiones Angulares, ut semidiameter ad rectam A G, ita recta A G ad compositam ex A B, A K: ac proinde ut diameter A B ad duplam ipsius A G, ita A G dupla ad duplam compositam ex A B, A K. Igitur A G quadratum quater, æquabitur aggregato quadrati dupli à diametro, & rectæ

Iterum: est ut AB ad AG bis, ita AK bis ad duplā compositam ex AG, AF, ac proinde aggregatum rectangulorum AB in AG bis, AB in AF bis, æquabitur rectangulo quater sub AG, AK, & adhibita in priori æqualitate congrua antithesi, AG quadratum quater minus AB quadrato bis, æquabitur AB in AK bis. Quare adsumpta communi altitudine AK bis, erit AG quadratum quater, minus AB quadrato bis ad rectangulum quater sub AG, AK; id est ad rectangulum sub AG bis in AK bis; vel ex secundæ æqualitatis analogismo, ad aggregatum rectangulorum AB in AG bis, AB in AF bis, ut AB ad AG bis. est autem & AB quadratum ad AB in AG bis, ut AB ad AG bis: ergo si à similibus similia auferantur, nempe ab AG quadrato quater minus AB quadrato bis, ab AG quadrato, & ab aggregato AB in AG bis, AB in AF bis, ablato AB in AG bis, Relinquentur; illic quidē AG quadratum quater minus AB quadrato ter; hic vero AB in AF bis, quæ inter se erunt ut AB ad AG bis: quare AG cubus octies, sive cubus duplæ ipsius AG, minus AB quadrato ter in AG bis, æquabitur AB quadrato in AF bis. Quod erat primo loco demonstrandū.

Secundo: à puncto B educatur recta B I, *sive* segmentum B I inter B punctum, & rectam A G interceptum, æquale ipsius B G duplæ: occurrat autem ipsa B I producta circumferentiæ circuli in D puncto, & ducatur recta A D. Quoniam igitur in triangulo rectangulo G B I, latus B I recto subtensum angulo, duplum est lateris B G. erit angulus G B I duarum tertiarum unius recti, *sive* triens duorum rectorum, & latus G I poterit triplum lateris B G, *perpendiculari* scilicet trianguli A G B.

Dico igitur solidum sub A B quadrato ter in A I, minus cubo ipsius A I, æquari solido
sub A B quadrato in A F bis.



Est primum circumferentia G D, angulo G B D subtensa, triens totius circularis peripheriæ, & est quoque & G B triens peripheriæ B F: quare tota peripheria B D ter metietur totam peripheriam circulearem, & præterea segmentum B G segmentum B F ter metietur, ducantur autem subtensæ B D, D M, M F. Quoniam igitur B D, D M æquales sunt, & est A D circumferentia quæ relinquitur sublata B D circumferentia ex semicirculo, & M B ea quæ relinquitur sublata dupla ipsius B D ex integro circulo, est igitur M B circumferentia dupla ipsius A D; atqui, ipsi M B circumferentiæ, æqualis est circumferentia F D, (æquales siquidem sunt subtensæ B D, D M, ipsi D M, M F.) quare circumferentia F D, dupla erit ipsius D A. Secetur itaque circumferentia F D, bifariam in E: erunt igitur circumferentiæ A D, D E, E F æquales, & circumferentia A F ipsius A D tripla. subdantur jam rectæ A E, B E. Quoniam igitur triangula rectangula G I B, A D I similia sunt, erit ut B I ad B G, ita A I ad A D. est autem B I dupla ipsius B G, igitur & A I ipsius A D dupla erit. Est autem ex demonstratis à nobis Theoremate 5^o ad Angulares Sectiones, ut semidiameter ad ipsam A D, id est ut diameter A B ad ipsam A I, ita A D ad A B minus B E, quare A B quadratum minus A B in B E, æquabitur A I in A D, hoc est A I quadrati semissi: & adhibita congrua metathesi, A B quadratum minus A I quadrati semisse, æquabitur A B in B E. Iterum ex iisdem est, ut A B ad A I, ita B E ad A F minus A D, rectangulum igitur A B in A F minus A B in A D, æquabitur A I in B E, ergo eadem adsumpta altitudine B E, erit ut A B ad A I, ita A B quadratum minus A I quadrati semisse ad A I in B E, id est ex secundæ æqualitatis analogismo, ad A B in A F minus A B in A D: & omnibus duplatis, A B quadratum bis minus A I quadrato erit ad A B in A F bis minus A B in A D bis, ut A B ad A I.

Est quoque ut $A \cdot B$ ad $A \cdot I$, ita $A \cdot B$ quadratum ad $A \cdot B$ in $A \cdot I$, vel $A \cdot B$ in $A \cdot D$ bis: quare si similibus familia addantur, erit $A \cdot B$ quadratum terminus $A \cdot I$ quadrato ad $A \cdot B$ in $A \cdot F$ bis, ut $A \cdot B$ ad $A \cdot I$. Ac proinde $A \cdot B$ quadratum ter in $A \cdot I$ minus $A \cdot I$ cubo, æquabitur $A \cdot B$ quadrato in $A \cdot F$ bis. Quod erat secundo loco ostendendum.

Tertio: protrahatur ipsa $A G$ quantum satis in C , & fiat $B C$ dupla ipsius $B G$, quare
 quum rectangulum sit triangulum $B G C$, & latus $B C$ recto subtensum angulo, duplum
 ipsius $B G$ lateris alterius circa rectum, poterit $G C$ quadrato triplum lateris $B G$, perpen-
 diculi scilicet trianguli $A G B$.

Dico rursus, solidum triplum sub A B quadrato in A C, minus cubo ipsius A C, æquari solido sub A B quadrato & dupla ipsius A F.

Protrahatur enim CB donec iterum circumferentiam secet in H , & ducatur AH . Quoniam itaque angulus ABH exterior trianguli ABC , æquatur duobus interioribus oppositis CAB , ACB , est autem ACB tertia pars unius recti, siue semiperipheriæ, (quandoquidem in triangulo rectangulo GCB , latus CB oppositum recto, statuitur duplum lateris BG circa rectum.) & angulus BAC tertia pars est ipsius anguli BAF , seu peripheriæ BF , erit angulus ABH , siue peripheria AH tertia pars peripheriæ AF . & quoniam triangula CHA , CGB similia sunt, erit CA ad AH , ut CB ad BG , est autem CB dupla ipsius BG . quare CA ipsius AH dupla quoque erit. Secetur jam peripheria HF bifariam in L , & ducatur recta BL . erunt segmenta AH , HL , LF æqualia, igitur ex demonstrato à nobis sæpius citato Theoremate, erit ut semidiameter ad AH , id est A ad A , ita AH ipsius A semissis ad B minus BL . Quare AB quadratum minus AB in BL , æquabitur rectangulo AC in AH , id est AC quadrati semissi. Rursus ex eodem Theoremate, ut A ad A , ita B ad A minus AH , & rectangulum AB in A minus AB in AH , æquale erit rectangulo AC in BL . & adhibita congrua metatresi in priore æqualitate, AB quadratum minus AC quadrati semisse æquabitur AB in BL . Ergo adsumpta communia altitudine BL , erit AB quadratum minus AC quadrati semisse ad AC in BL . id est ex posterioris æqualitatis analogismo, ad AB in A minus AB in AH , ut AB ad AC . & omnibus duplatis, erit AB quadratum bis minus AC quadrato ad AB in A bis minus AB in AH bis, ut A ad A . est quoque AB quadratum ad AB in A , vel AB in AH bis, ut A ad A , quare similibus, si addantur similia, erit AB quadratum ter minus AC quadrato ad AB in A bis, ut A ad A . Solidum ergo sub AB quadrato ter in A , minus AC cubo, æquale erit solido sub AB quadrato in A bis. Quod erat tertio & ultimo loco ostendendum.

Atque hinc constat lex ab Autore ejusmodi æqualitatum constitutioni appositæ: est enim
A B diameter, inscriptarum maxima.

FRANCISCI VIETÆ
DE
NUMEROSA POTESTATVM
PVRARVM, atque ADFECTORVM
Ad Exegefin
RESOLUTIONE
TRACTATUS.



DE
NUMEROSA POTESTATVM
PVRARVM RESOLUTIONE.



NIHIL tam naturale est, secundum Philosophos omnes, quam unumquodque resolvi eo genere quo compositum est. Purum autem quadratum, purus cubus, pura denique in quocumque magnitudinum proportionaliter scandentium gradu potestas componitur manifesto, operante Arithmetico, à tot singularibus lateribus, quot radix ipsa universalis constat numeralibus figuris in genesi, pro singularium valore distribuendis, & exprimendis.

Sit radix una numerali contenta figura 7, à qua sit componenda potestas. Ergo 7 ducetur in se, sive in sui gradum, qualem genus potestatis efflagitaverit.

Constet autem radix duabus figuris veluti 12. creatur potestas à 10, & 2.

Et si constet radix tribus figuris ut pote 124. creatur potestas ab 100 20 & 4. Et si pluribus, pluribus.

Quare resolutio quoque potestatis in tot singularia latera instituitur, quot constat radix universalis figuris numeralibus in genesi, ipsaque pro singularium valore distribuenda, & exprimenda.

Nec tamen resolutio illa uno eodemque momento perficitur, quoniam via simplicissimæ compositionis refragatur, quæ circa duo tantum est. Sed itur per subdivisiones. Id est, primum resolutio totius suscipitur in duo latera majus & majori proximum. Deinde majus & majori proximum adgregantur, & æstimantur latus unum. Et quod sequitur, latus alterum, & eo deinceps ordine.

Artificium itaque omne in his quæ sequuntur præceptis fere consistit.

1.

Primum, extrema potestatis resolvendæ figura, quæ alioqui prima est pergendo à dextra ad lævam, sedes esto unitatum metientium potestatem lateris ex singularibus extremi & minimi, & adposito puncto subtrus adnotator.

2.

Succedens figura pergendo à dextra ad lævam sedes esto gradus ad potestatem paradoci primi, quod & sua N seu S, id est simplicis nota commode designator.

3.

Succedens figura paradico gradu secundo addicitor, & sua quoque Q nota designator, & ea deinceps serie, donec deveniatur ad potestatem.

V

4. Et

4.

Et ubi deventum est ad potestatem, punctum rursus adponitur symbolum unitatum metientium potestatem lateris penultimi, & rursus post punctum progrediendo in anteriora collocantur notæ suo parodicorum graduum ordine. Et ita fiat continue, donec perveniatur ad potestatem lateris ex singularibus primi & maximi.

5.

Itaque quot punctis singularium potestatum constat resolvendo numero potestas, tot figuris numeralibus radicem, de qua quæritur, constare pronuntiatio.

6.

Unitates metientes primam singularem potestatem, eandemque majorem danto primum latus, idemque majus, ex communi sensu vel tabula oculis ideo exposita, quoniam potestatum, quarum latera sunt numeralis unius figuræ, negligit ars resolutionem.

7.

Lateris primi singularis gradus parodici, secundum potestatis conditionem, tantuplantur, & sede sua collocantur singuli, & subjiciuntur resolvendæ magnitudini, postquam ab ea potestas singularis prima fuerit adempta. Et quod ex adplicatione oritur, latus secundum statuitur, adplicatione inquam non omnino accurata. Nam ad ipsum quoque latus adplicationem fieri subaudiendum est. Sed ita, ut homogenea, quæ fient ex singulari illo secundo latere, suisque parodicis gradibus in latus primum, laterisque primi gradus reciprocis, æquentur magnitudini resolvendæ, aut ei demum cedant.

8.

Et si æquent, opus absolutum pronuntiatio. Sin cedant, & supersit aliquod punctum potestati additum, duo jam elicita latera fungantur unius vice, & sunt tanquam primum & majus, & eadem omnino via, qua ante, pergatur ad sequentis, ut minoris & secundi, inventionem, & eo deinceps continuo ordine.

9.

Quod si dum cedunt non supersit aliquod additum potestati punctum, argumentum est magnitudinis resolvendæ latus esse irrationale. Collecto itaque lateri adjungitur fragmentum cujus numerator est numerus è magnitudine resoluta reliquus. Divisores iidem, qui essent si aliquod punctum potestati additum superesset resolvendum, & tale fragmentum singularium laterum summæ adjunctum, facit latus potestatis resolutæ majus vero. Et in quadratis si denominatori addatur unitas, facit latus minus vero. In divisoribus enim inest implicite latus, quod alioqui proxime esset eliciendum, ut pote producta per numerales circulos ea quæ resolvitur, potestate, & continuato opere. At illud constat necesse est intra denarii metam, alioquin rite non fuit operatum.

Quæ, ut specialius illustrentur, imprimis proponitur ad eductiones radicem una contentarum numerali figura

TABEL-

TABELLA.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q	1	4	9	16	25	36	49	64	81
C	1	8	27	64	125	216	343	512	729
QQ	1	16	81	256	625	1,296	2,401	4,096	6,561
QC	1	32	243	1,024	3,125	7,776	16,807	32,768	59,049
CC	1	64	729	4,096	15,625	46,656	117,649	262,144	531,441
QQC	1	128	2,187	16,384	78,125	279,936	823,543	2,097,152	4,782,969
QCC	1	256	6,561	65,536	390,625	1,679,616	5,764,801	16,777,216	43,046,721
CCC	1	512	19,683	262,144	1,953,125	10,077,696	40,353,607	134,217,728	387,420,489

Deinde de singulis potestatibus singula concipiuntur Problemata.

PROBLEMA I.

E Dato in numeris quadrato puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 Q, æquari 2916. Quæritur quanta magnitudo sit 1 N, radix-ve propositi puri quadrati. Propositum igitur numero quadratum intelligitur componi à tot singularibus lateribus, quot figuris latus universum, de quo quæritur, constabat in generali, seu efformatione quadrati. Ad quem figurarum numerum arguendum, propositi numero quadrati figura (dum à læva ad dextram pergatur) extrema signabitur puncto, & reliquæ (in anteriora pergendo) figuræ binæ, alternæ: quoniam uno gradu scanfili ad quadratum pervenitur. Cum itaque duo puncta sint, tot constare quadratum omne singularibus quadratis, latuse omne tot singularibus lateribus pronuntiabitur, cum eadem sit resolutionis via, quæ compositionis. Quando autem componitur quadratum à duobus lateribus singularibus: quadratum lateris primi, plus plano à duplo lateris primi in secundum, plus quadrato lateris secundi, æquatur composito quadrato. Ideo instituitur resolutio secundum syntheticum expositum Theorema. Itaque figura puncto primo ad lævam signata; dicitur sedes unitatum metientium quadratum lateris primi, ejusdemque majoris; & succedens sedes plani sub N. ac denique extrema sedes; unitatum metientium quadratum lateris secundi. Quod si plura superfuissent puncta, non ideo minus institueretur resolutio, quoniam quadratum intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ cum elicita forent fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tanquam primo latere & sequente ut secundo, eoque continuo ordine.

Primi igitur quadrati latus in proposito Theoremate elicitur ex 29. qui quidem numerus non est quadratus, sed cum major sit 25 numero proxime quadrato: dicitur latus primum esse 5, si cetera consentiant. quod eventus operis statim indicabit, & una quidem figura exprimitur, sed quam sequantur (id enim subaudiendum est) tot numerales circuli quot supererunt puncta quadratica. Quando vero 25 auferentur ex 29, relinquentur 4. Unde totus numerus residuus erit 4, 16. constans plano sub duplo lateris primi & latere secundo, plus quadrato secundi.

Latus igitur primi quadrati bis sumptum constitueretur tanquam divisor sedem habens sub figura plano sub N addita, prorupturus in anteriora si duplatio id exigat. Duplum 5 est 10, ad quod dum adplicatur 41, facit latitudinem 4. Quod si non fecisset latitudinem aliquam intra 10, argumentum fuisset latus primum elicitum 5 fuisse minus æquo, & opus de novo inchoandum, quadraticque proxime majoris latus eligendum, eaque deinceps methodo.

Porro cum ducetur 4 in 10, facit 40 duplum planum sub primo & secundo lateribus. Quadratum denique à secundo latere 4 est 16, & cum illud quadratum lateris secundi sub puncto ei addito collocabitur, planum vero sub sede plani, uti etiam consentaneum esse adparet; quandoquidem primum latus intellectu (ut adnotatum est) comitantur numerales circuli: Ea addita facient 4, 16. numerum æqualem residuo propositi quadrato. Itaque concludetur 54 latus esse quadrati 29, 16.

Quadrato-cubus lateris primi
 Plus latere secundo in quadrato-quadrato quintuplum lateris primi
 Plus lateris secundi quadrato in cubum decuplum lateris primi
 Plus lateris secundi cubo in quadrato decuplum lateris primi.
 Plus lateris secundi quadrato-quadrato in latus primum quintuplum
 Plus quadrato-cubo lateris secundi,

æquatur quadrato-cubo adgregati laterum. Instituetur resolutio secundum synthet-
 cum illud Theorema.

Itaque figura puncto, quod primum ad laevam occurrit signata, dicetur sedes unita-
 tum metientium quadrato-cubum lateris primi & majoris. Sequens numeralis figura,
 sedes plano-solidi sub quadrato-quadrato ejusdem lateris primi, quintuplandi. Suce-
 dens, plano-solidi sub cubo decuplandi. Succedens rursus, plano-solidi sub quadrato
 rursus decuplandi. Reliqua intermedia, plano-solidi sub ipso primo latere quintuplandi.
 Extrema tandem, sedes unitatum metientium quadrato-cubum lateris secundi. Quod si
 plura superfuissent puncta, non idcirco minus institueretur resolutio, quoniam quadra-
 to-cubus intelligeretur ab initio componi tantum à duobus illis lateribus, quæ cum elici-
 ta forent, fungerentur vice unius, & post intelligeretur componi ex illo adgregato, tan-
 quam primo latere, & sequente ut secundo, & eo in infinitum ordine.

Paradigma analyseos quadrato-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Quadrato-cubus resolvendus	79	6 2 6 2 4	Sedes sin-	0	0	Tot nume-
		Q C j	gularium	N. 2.	4	rales circu-
			quadrato-	Q. 4.	16	li. quot pū-
			cuborum	C. 8.	64	ta qua-
			et plano-	Q. 16.	256	drato-cu-
			solidorum	Q. 32.	1024	bica, late-
			sub gradi-			rave sin-
			bis.			gularia.
Plano-solidum ablatitium	32		Quadrato-cubus lateris primi.			
Reliquum resolvendi quadrato-cubi	47	6 2 6 2 4				

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi quadrato-cubi	47	6 2 6 2 4	
Divisores			
Quintuplum quadrato-qua-	8	0	
dratum lateris primi.			
Decuplus cubus ejusdem.	80		
Decuplum quadratum ejusdem.	40		
Quintuplum latus primum.	10		
Summa divisorum	8	8 4 10	
Plano-solida ablatitia			
à latere secundo in quintuplum quadra-	32	0	
to-quadratum primi.			
à quadrato lateris secundi in decuplum	12	80	
cubum primi.			
à cubo lateris secundi in decuplum qua-	2	560	
dratum primi.			
à quadrato-quadrato secundi in quintu-		2560	
plum latus primum.			
quadrato-cubus lateris secundi.		1024	
Summa plano-solidorum, æqualis resi-	47	6 2 6 2 4	
duo resolvendo quadrato-cubo.			

Itaque si 1 Q C, æquetur 79, 62624. fit 1 N 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur,
 compositionis via.

Quod

Quod si 1 Q C, æquetur 200,000, quoniam 200,000, non est quadrato-cubus numerus ac-
 curate, latus elicietur proximum vero, adscitis quinque numeralibus circulis in infinitum, & erit 11 ^{48,697}
 latus minus vero. Vel 11 ^{48,698} latus majus vero. Medium satis propinquum 11 ^{19,479}
_{100,100} _{40,000.}

PROBLEMA V.

E Dato in numeris cubo-cubo puro, latus analytice elicere.

Proponatur 1 C C, æquari 191,102,976. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propo-
 siti cubo-cubi puri.

Sub extrema numerali figura 6, ponatur punctum cubo-cubicum, designans unitates
 cubo-cubum extremum metientes. Et quia ab unitatibus ad cubo-cubum sunt quinque
 gradus N, Q, C, Q Q, Q C. quinque figuræ intermediæ relinquentur 7, 9, 2, 0, 1. & quæ
 occurrit rursus signabitur puncto. Est autem 1. Deinde Theorema geneseos expendetur,
 secundum quod

Cubo-cubus lateris primi

Plus latere secundo in quadrato-cubum primi SEXTVPLVM

Plus lateris secundi quadrato in quadrato-quadrato primi DECUVQVINTVPLVM

Plus lateris secundi cubo in cubum primi VIGECVPLVM

Plus lateris secundi quadrato-quadrato in quadrato primi DECUVQVINTVPLVM

Plus lateris secundi quadrato-cubo in latus primum SEXTVPLVM

Plus lateris secundi cubo-cubo,

æquatur cubo-cubo adgregati laterum. Et secundum Theorema illud instituetur re-
 solutio, ut in paradiamate.

Paradigma analyseos cubo-cubi puri.

I Eductio lateris singularis primi.

Cubo-cubus resolvendus	191	102976	Sedes sin-	0	0	Tot nu-
		Q C, Q C, Q C, Q N.	gulariū	N. 2.	4	merales
		CC j	cubo-cu-	Q. 4.	16	circuli,
			borū, et	C. 8.	64	quot pun-
			solido-so-	Q. 16.	256	ta cubo-
			lidorum	Q. 32.	1024	cubica, la-
			sub gra-	CC. 64.	4096	terave sin-
			diabibus.			gularia.
Solido-solidum ablatitium	64		Cubo-cubus lateris primi.			
Reliquum resolvendi cubo-cubi	127	102976				

II Eductio lateris singularis secundi.

Reliquum resolvendi cubo-cubi.	127	102976	
Divisores			
Sextuplus quadrato-cubus	19	2	
lateris primi.			
Decuquintuplum quadra-	2	40	
to-quadratum ejusdem.			
Vigecuplus cubus ejusdem.		160	
Decuquintuplum quadra-		60	
tum ejusdem.			
Sextuplum latus primum.		12	
Summa divisorum.	21	76612	

X

Solido-

Solido-solida ablatitia

Summa solido-solidorum, equalis
residuo resolvendo cubo-cubo.

Itaque si 1 CC, aequetur 191,102976. fit 1 N 24. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si 1 CC, aequetur 2,000,000. Quoniam 2,000,000 non est numerus cubo-cubus accurate, elicietur latus proximum vero, adscitis senis numeralibus circulis & erit $11 \frac{224,175}{1,000,000}$ latus minus vero. Vel $11 \frac{224,176}{1,000,000}$ latus majus vero. Medium autem bene propinquum $11 \frac{448,351}{2,000,000}$.

7 6 8

3 8 40

10 240

1 5360

11 2288

4096

127

102976

A latere secundo in sextuplum quadrato cubum lateris primi.

à quadrato secundi in decuquintuplum quadrato-quadratum primi.

à cubo secundi in vigecuplum cubum primi.

à quadrato-quadrato secundi in decuquintuplum quadratum primi.

à quadrato-cubo secundi in sextuplum latus primum.

cubo-cubus secundi.



DE

DE

NUMEROSA POTESTATVM
ADFECTIONUM RESOLUTIONE.

Numerosam resolutionem potestatum purarum imitatur proxime resolutio adfectionum potestatum, praesertim cum potestates adfectae decenter preparatae fuerint.

Tunc autem decenter preparari intelliguntur, cum parcissime fuerint adfectionibus obrutae, usque omnino adfirmatis, aut negatis omnino, ita tamen ut potestas adfirmata sit, non etiam ab homogenea vel homogeneis gradu insignitis avellatur, ac denique mixtum ita negatis & adfirmatis, ut non insit ambiguitas.

Adfectae enim hujusmodi potestates, ut tandem cornicum oculi contigantur, componuntur, & resolvuntur ad purarum instar, habita duntaxat datarum insuper magnitudinum, quae cum designato gradu faciunt adficiendam homogeneam, & subgraduales dicuntur, ea qua decet ratione.

Intelliguntur videlicet componi adfectae potestates à duobus quoque lateribus, immiscentibus se subgradualibus magnitudinibus, una vel pluribus, & in eadem resolvuntur contraria compositionis via, observato coefficientium subgradualium, sicut potestatis, & parodicorum graduum, congruente situ, ordine, lege, & progressu.

Rationemque compositionis, & de ea in artis etiam firmitudinem concipienda Theoremata, ut in potestatibus puris, edocet & praemonstrat inspectio & ἀνακεφαλαίωσις operis per Logisticen speciosam effecti, & traditum secundum eam multiplicationis praeceptum.

Et laterum ex resolutione ortorum adgregatum est radix potestatis propositae adfectae.

Plane impossibilitatem in resolutionibus non inducit πολυπλοκία: at difficultatem parit & anxietatem, sub elatioribus praesertim parodicis gradibus.

Sciendum autem est adfectione sub elatiore gradu quamcumque potestatem posse liberari.

Adfecta item quadrato-quadrata ad quadrata per medium cuborum à radice plana reduci.

Et potestates à radice plana, vel ulterius climactica ad potestates à radice simplici revocari.

At cum de homogenea sub gradu negatur potestas, radix est anceps.

Quae etiam amphibolia inest aliquando in potestatibus, quae adfectionibus partim negatis & partim adfirmatis obvolvuntur, quando coefficientes sub gradu elatiore homogeneas negatas, coefficientibus adfirmatas praepollent.

Omnis itaque dubitatio primum tollenda est, ne sit divinationi locus potius quam arti. Neque enim de ambiguis ars certa statuitur.

Cæterum, ut in puris, sic etiam in adfectis exigimus numeros proponi integros & symmetricos, non etiam fractos & asymmetricos.

X 2

Mi-

Minus autem resolutorio operi idoneæ ad magis idoneas arte ita revocantur, ut harum resolutione illarum resolutio obvia fiat ex nota inter albarum radices differentia vel ratione.

His igitur præmissis ad rem accedo, ac primum ad ANALYTICA potestatum adfectarum adfirmate.

PROBLEMA I.

E dato in numeris quadrato adfecto adjunctione plani sub latere & data coefficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1Q + 7N$, adæquari 60, 750. Quæritur quanta sit magnitudo $1N$, radixve propositi adfecti quadrati.

Id est. Quidam numerus ductus in se & in 7, facit 60, 750. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 60, 750 quadratum non purum sed adfectum sub latere & data longitudine 7.

Ac adfectum quidem omne quadratum ad purum reduci adnotatum est. Sed ars generalis generaliter proponenda est, ne incidatur in errorem veterum Analystarum.

Quadrati autem adfirmate adfecti ordinata genesis, genesis quadrati puri, hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coefficientem longitudinem; deinde latus quoque secundum ducatur in eandem.

Ex adfecto igitur quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrata singularia merentium per binas alternas, ut in analysi puri quadrati, distinguuntur figuras, punctis commodè à dextra ad lævam subtus collocatis.

Et quot numerantur sedes quadratorum punctave, tot laterum simpliciumve sedes, coefficientis longitudo constituentur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur, & in ultima laterum sede, quæ prima fit dum pergitur à læva ad dextram, coefficientis longitudo consistet. Quæ si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera singularia elicientur non aliter quam in analysi puri quadrati, nisi quod ipsa coefficientis in divisorum numerum adscribitur.

Et elicita singularia latera ducuntur in eandem, plano quod inde fit sub sede coefficientis desinente, & auferendo ex adfecto proposito quadrato.

Denique coefficientis in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradiamate.

Paradigma analyseos quadrati adfecti sub latere adfirmate.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	7	sublatialis.	
		Tot puncta lateralia, quor	o o o Tot numerales circuli, quor puncta
		quadratica.	N. 2. 4. quadratica, laterave singularia.
6	0 7	5 0	
•	N •	N •	Puncta quadratica.
Q j	Q y	Q i y	
			Quadratum lateris primi.
4		1 4	Planum à latere primo in coëfficiem.
Summa planorum ablatiorum	4	1 4	
Reliquum resolvendi quadrati adfecti	1	2 3	5 0

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens longitudo	7	
Reliquum resolvendi quadrati adfecti	1	9 3	5 0
Divisorum pars inferior	Duplum lateris primi.	4	
Summa divisorum		4 0	7
	1	6	A latere secundo in duplum primi.
		1 6	Quadratum lateris secundi.
		2	8 A latere secundo in coëfficiem.
Summa planorum auferenda	1	7 8	8
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		1 4	7 0

Jam duo elicita latera funguntur vice unius seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii tanquam secundi.

Divisorum pars superior	{	Coëfficiens		7	
		longitudo		.	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati				7 0	000 N 24. 3 2 576. 9
Divisorum pars inferior	{	Duplum lateris elicit		8	
Summa divisorum				8 7	
Plana ablatitia	{			4	A latere secundo in duplum primi.
				9	Quadratum lateris secundi.
				2 1	A latere secundo in coëfficiem.
Summa planorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi quadrati adfecti				7 0	

Itaque si $1Q + 7N$, aequetur 60, 750. fit $1N 243$. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficiem magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadratum, aut eo saltem loci, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam adfici quadratum quam adficere, quoniam minus sit adficiem plano.

Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est.

Et quot figuris retrocedet coëfficiens, tot delebuntur quoque subtus quadratorum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Ut in Quæstione.

Quidam numerus ductus in se, & in 954, facit 18, 487. In notis 954 $N + 1Q$, æquatur 18, 487. Quæritur quis sit numerus ille.

18, 487 est quadratum adjunctum plano sub latere & coëfficiem 954. Majus autem est planum quadrato, ut indicat situs coëfficiem eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus à

dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvetur. Sed & punctum quoque quadraticum, quod ad lēvam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur à divisione potius inchoandum, eo quod coëfficiens principalis dividat, quam ipsum latus quadrati. ut videre est in paradiamte.

Paradigma dum planum adfectionis majus est quadrato.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens longitudo	9	5 4	sublateralis.
			Tot puncta lateralia quot quadratica.
Quadratum adficiens resolvendum	I	8 4	8 7
		N	N
	Q	Q	Q

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio.

II Eductio lateris primi post devolutionem.

Coëfficiens longitudo	9 5	4	sublateralis
			Tot numerales circuli
	I	8 4	8 7
		N	N
		Q i	Q ij
Plana auferenda	9 5	4	A latere primo in coëfficientem longitudinem.
	I		Quadratum lateris primi.
Summa planorum ablatitiorum	9 6	4	
Reliquum resolvendi adficiens quadrati	8 8	4 7	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens longitudo	9	5 4
Reliquum resolvendi adficiens quadrati		8 8	4 7
Divisorum pars inferior	Duplum lateris primi		2
Summa divisorum.		9	7 4
Plana ablatitia		8 5	8 6
		I	8
			8 I
Summa planorum auferenda, aequalis reliquo resolvendi adficiens quadrati.		8 8	4 7

Itaque si 954 N + 1 Q, aequetur 18, 487. fit 1 N 19. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA II.

E Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub latere & dato coëfficiente plano, latus analytice elicere.

Propo-

Proponatur $1C + 30N$, æquari 14, 356, 197. Quæritur quanta sit 1 N, radixve propositi adfecti cubi.

Id est, quidam numerus ductus in sui quadratum & in 30, facit 14, 356, 197. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 14, 356, 197 cubus non purus, sed adfectus adjunctione solidi sub latere & dato plano 30.

Cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens planum. Deinde in idem quoque ducatur latus secundum.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo ut eruantur latera, sedes unitatum cubos singulares metientium per ternas alternas, ut in analysi cubi puri, distinguuntur figuras, punctis commodè à dextra ad lēvam subtrus adnotatis. Et quot numerantur sedes cuborum, punctave: tot laterum simplicium (cum coëfficiens planum sit sublateralis) constituentur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur. & in ultima simplicium sede, quæ prima fit dum tenditur à lēva ad dextram, coëfficiens planum consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ. Hisque ita constitutis, latera elicientur non aliter quam in analysi puri cubi, hoc addito, quod ipsum coëfficiens planum in divisorum numerum adscribitur. Et elicita singularia latera ducuntur in illud, solido quod inde fit sub sede coëfficientis ipsius desinente, & auferendo ex adfecto proposito cubo. Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum subtrus divisores quoque movebuntur reliqui, ut in paradiamte.

Paradigma analyseos cubi adfecti adjunctione solidi sub coëfficiente plano & latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	3	0	sublateralis
			Tot puncta laterum simplicium
Cubus adfectus resolvendus	I 4	3 5 6	1 9 7
		QN	QN
	Cj	Cij	Cij
Solida imprimis auferenda	8	6	0
Summa solidorum ablatitiorum	8	0 0 6	0
Reliquum resolvendi cubi adfecti.	6	3 5 0	1 9 7

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum		3 0
Reliquum resolvendi cubi adfecti		6	3 5 0
		I	2
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.		6
	Triplum latus primum		

Summa

Summa divisorum	1	260	30	
Solida ablatitia	4	8		à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.
		96		à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.
		64		Cubus lateris secundi.
		1	20	à latere secundo in coefficientis planum.
Summa solidorum auferenda	5	825	20	
Reliquum resolvendi cubi adfecti		524	997	

Iam duo elicita latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum.		30	
Reliquum resolvendi cubi adfecti		524	997	
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	172	8	
	Triplum latus primum.		72	
Summa divisorum		173	550	
Solida ablatitia		518	4	à latere secundo in quadratum triplum lateris primi.
		6	48	à quadrato lateris secundi in triplum lateris primi.
			27	Cubus lateris secundi.
			90	à latere secundo in coefficientis planum.
Summa solidorum auferenda, equalis residuo resolvendo cubo adfecto.		524	997	

Itaque si $1C + 30N$, aequetur 14,356,197. fit 1N243. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coefficientem subgradualē magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est non tam cubum adfici quam adficere, quoniam minor sit adficiente solido. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est, & quot figuris retrocedet illa, tot debebuntur quoque subtus cuborum loca & puncta, à quibus alioqui ducendum fuerit operis initium, ut in quæstione,

Quidam numerus ductus in sui quadratum, & in 95,400, facit 1,819,459. In notis 95,400 $N + 1C$, æquantur 1,819,459. Quæritur quis sit numerus ille.

1,819,459 est cubus adjunctus solido sub latere & 95,400 dato plano. Majus autem est solidum cubo ut indicat situs coefficientis eo loci, ut cum ipsa sit è divisoribus, à suo dividendo non possit tolli. Itaque in proxime succedentem locum devolvitur. sed & punctum quoque cubicum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur. à divisione potius inchoandum, quam radice educatione, cum coefficientis principalis dividat, quam ipsius lateris cubus, laterisve quadratum. Ut videre est in paradi-gmate.

Para-

Paradigma cum solidum adfectionis sub latere majus est cubo.

I Eductio lateris primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens planum	9	540	0	sublaterale.
Cubus adficiens resolvendus	1	819	459	Tot puncta simplicium laterum quot cubica, sedesve cuborum.
		QN	QN	puncta cubica.
	Cj	Cij	Cij	

Quoniam 9 major est unitate, fit devolutio.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens planum principalis dividens	954	00	00
Cubus adficiens resolvendus	1819	459	NI9
		QN	QI81
	Cj	Cij	C1729
Solida ablatitia	954	00	A latere primo in coefficientis planum.
	1		Cubus lateris primi.
Summa solidorum ablatitorum	955		
Cubi adfecti resolvendi reliquum	864	459	

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	{	Coëfficiens planum	95	400	
Cubi adfecti resolvendi reliquum			864	459	
Divisorum pars inferior	{	Triplum quadratum lateris primi.		3	
		Triplum latus primum.		3	
Summa divisorum			95	730	
Solida ablatitia	{		858	600	A latere secundo in coëfficiens planum.
			2	7	A latere secundo in triplum quadratum primi.
			2	43	A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.
				729	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum, equalis residuo resolvendo adficiente cubo.			864	459	

Itaque si 95,400 $N + 1C$, aequetur 1,819,459. fit 1N19. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Y

PRO-

E Dato in numeris cubo adfecto adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1C + 30Q$, æuari 86, 220, 288. Quæritur quanta magnitudo sit $1N$, radixve propositi adfecti cubi: id est quadratum cujusdam numeri ductum in latus & in 30, facit 86, 220, 288. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 86, 220, 288 cubus non purus, sed adfectus adjunctione solidi sub lateris quadrato & data coëfficiente longitudine 30. Cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesis cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi quadratum ducatur in coëfficientem longitudinem. Deinde latus secundum ducatur in duplum rectangulum sub latere primo & coëfficiente longitudine. Lateris denique ejusdem secundi quadratum in ipsam quoque coëfficientem longitudinem.

Ex adfecto igitur hujusmodi cubo, ut eruantur latera, sedes unitatum singulares cubos metientium constituentur solita arte, punctis subtus collocatis designandæ; & quot numerantur sedes cuborum, punctave, tot quadratorum sedes per binas videlicet alternas figuras (cum sit coëfficiens subquadratica) collocabuntur desuper. Et in ultima quadratorum sede, quæ alioqui prima fit dum renditur à læva ad dextram, ipsa consistet. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

His ita constitutis, latera non secus elicientur quam in analysi cubi puri, hoc addito, quod ipsa coëfficiens è divisorum numero est, ac insuper, post educationem lateris singularis primi, planum sub coëfficiente & duplo singularis lateris primi, eam sedem occupaturum, quæ in anteriora proxima est à puncto in quo coëfficiens consistit. Vocetur autem planum expletionis, congruensve scansorium. Et elicitorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipsam coëfficientem, ipsa vero latera in planum expletionis, solidis quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & auferendis cum solidis reliquis ex proposito adfecto cubo.

Coëfficiens denique in succedentia quadratorum loca, plano suæ expletionis semper præeunte, ordine subjicitur, cum subtus diuifores quoque movebuntur reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti adjunctione solidi sub coëfficiente longitudine & lateris quadrato.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	30		subquadratica.
	0		Tot sedes pun- ctave quadra- torum, quot cuborum.
Cubus adfectus resolvendus	86	220	288
	Q N	Q N	Q N
	Cj	Cij	Cij
Solida ablatitia	64	80	Cubus lateris primi.
	4		Solidum à quadrato lateris primi in coëfficientem longitudinem.
Summa solidorum ablati- riorum	68	80	
Reliquum resolvendi cubi adfecti	17	420	288

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Planum expletionis, à coëfficiente in du- plum lateris primi. Coëfficiens longitudo.	240	
		3	0

Cubi

Cubi adfecti reliquum resolvendi	17	420	288
Divisorum pars inferior	Triplum quadra- tum lateris primi. Triplum latus pri- mum.	4	8
			12
Summa divisorum		5	163
Solida ablatitia facta à divisoribus	inferioribus & præcipuis	14	4
		1	08
			27
	superioribus		720
			27
Summa solidorum auferenda		16	254
Reliquum resolvendi cubi adfecti		1	166
			288

A latere secundo in triplum qua-
dratum primi.
A quadrato lateris secundi in tri-
plum latus primum.
Cubus lateris secundi.

Solidum à latere secundo in pla-
num expletionis.
A quadrato lateris secundi in
coëfficientem longitudinem.

Iam duo elicita latera funguntur vice unus seu primi, & fit

III. Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior	Planum expletio- nis, à coëfficiente in duplum lateris primi. Coëfficiens longi- tudo	25	80	000
				N 43 2
				Q 1849 4
				C 8
Cubi adfecti resolvendi reliquum		1	166	288
Divisorum pars inferior	Triplum qua- dratum lateris primi. Triplum latus primum.		554	7
Summa divisorum			581	820
Solida ablatitia facta à divisoribus	inferioribus	1	109	4
			5	16
				8
	superioribus		51	60
				120
Summa solidorum auferenda, æqua- lis reliquo resolvendi cubi adfecti.		1	166	288

Y 2

Itaque

Itaque si $1C + 30Q$, æquetur 86, 220, 288. fit $1N 432$. Ex retrograda quæ omnino observata cernitur compositionis via.

Interdum accidit coefficientem sub gradu magnitudinem in anteriora produci ultra ipsum adfectum cubum, aut eo saltem loci, ut cum ipsa sit ÷ divisoribus, ab adfecto cubo auferri non possit. Quod argumentum est cubum non tam adfici, quam adficere, quoniam minor sit adficiente solido. Coefficientens itaque ad succedentia quadratorum loca, seu puncta quadratica desuper adnotata ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua magis consentaneum est, ut opus tunc inchoetur, lege homogeneorum bene observata. Et quot punctis retrocedet coefficientens subgradualis, tot delebuntur subtus puncta cubica, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Vt in quæstione,

Quadratum numeri cuiusdam ductum in latus & in 10,000, facit 57,732,824. In notis 10,000 $N + 1C$, æquatur 57,732,824. Quæritur quis sit numerus ille.

Numerus 57,732,824 est cubus adjunctus solido sub lateris quadrato & data longitudine 10,000. Majus autem est solidum cubo, ut indicat situs coefficientis longitudinis, qua quidem prorumpit in anteriora. Itaque devolvenda est in proxime succedens quadraticum punctum. Sed & punctum quoque cubicum, quod ad lævam primum occurrit, delebitur, & ad opus pergetur, à divisione magis inchoandum quam à radicis educatione, ita tamen ut cum solidum dividatur per longitudinem, quod inde oritur non intelligatur radix ipsa, sed radicis quadratum. Illud enim est legi homogeneorum attendisse. Vt videre est in paradiemate.

Paradigma cum solidum adfectionis sub quadrato majus est cubo.

I. Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coefficientens longitudo	100	00	.	.	subquadratica. Puncta quadratica.
Cubus adficiens resolvendus	5	773	824		
	.	QN.	QN.		
	Cj	Cj	Cij	Puncta cubica.	

Quoniam prorumpit coefficientens subquadratica longitudo extra figuras adficientis cubi, ideo fit devolutio in sequens quadraticum punctum, deleta quoque puncto cubico.

II Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coefficientens longitudo	1	000	0	.	.	0	0
Cubus adficiens resolvendus	5	773	824			N 2	4
		.	QN.			Q 4	Parabola, 16
		Cj	Cj			C 8	64
Solida ablatitia	4	000	0				
		8					
Summa solidorum ablatitorum	4	008	0				
Reliquum resolvendi adficientis cubi	1	765	824				

III Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior, eaque præcipua	Planum expletionis, à coefficiente in duplū lateris primi	400	00
	Coefficientens longitudo.	10	000

Cubi

Cubi adficientis resolvendi reliquum	1	765	824
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	1	2
	Triplum latus primum.		6
Summa divisorum		411	260
Solida ablatitia facta à divisoribus	superioribus	1	600
		160	000
	inferioribus	4	8
			96
			64
Summa solidorum auferenda, æqualis reliquo resolvendi adficientis cubi.	1	765	824

Itaque si 10,000 $Q + 1C$, æquetur 5,773,824. fit $1N 24$. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA IV.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto adjunctione plano-plani sub latere & dato coefficiente solido, latus analytice elicere.

Quamquam quadrato-quadrata adfecta possint per medium adfectorum cuborum à radice plana reduci ad quadrata adfecta, ut adnotatum est; tamen interdum ipsa quadrato-quadrati adfecti resolutio non minus impendiosa est. Nam raro contigit radicem planam cuborum esse rationalem. Sed & cubi dupliciter adficiuntur, cum quadrato-quadrata simpliciter adfecta sunt.

Proponatur igitur $1Q + 1,000N$, æquari 355,776. Quæritur quanta sit $1N$, radiceve propositi adfecti quadrato-quadrati.

Id est, quidam numerus ductus in sui cubum & in 1,000, facit 355,776. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 355,776 quadrato-quadratum non purum, sed adfectum adjunctione plano-plani sub latere quadrato-quadrati, & dato 1,000 solido. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesis quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus singulare quod primum elicetur, ducatur in coefficientens solidum. Deinde latus quoque secundum ducatur in illud ipsum.

Ex adfecto hujusmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, sedes unitatum quadrato-quadrata singularia merentium, per quaternas, ut in analysi quadrato-quadrati puri, distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus adnotatis. Et quot numerantur sedes quadrato-quadratorum, punctave, tot laterum simplicium sedes, cum coefficientens solidum sit sublaterale, constituuntur per singulas figuras desuper, positisque etiam punctis designabuntur, & in ultima eorum sede, quæ prima fit dum tenditur à læva ad dextram, ipsum coefficientens solidum consistat. Vnde si constet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis, latera elicientur non aliter quam in analysi quadrato-quadrati puri, hoc addito, quod ipsum coefficientens solidum in divisorum numerum adscribitur.

Et elicita singularia latera ducuntur in illud ipsum, plano-plano quod inde fit sub sede ejusdem coefficientis solidi desinente, & auferendæ ex adfecto proposito quadrato-quadrato.

Y;

Coef.

Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subijcitur, cum subtus divifores quoque movebuntur reliqui, ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati adfecti sub latere.

I. Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens solidum	1	0 0 0	sublaterale	0 0 0	Tot numerale
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum	3 5	5 7 7 6			
	Q Q j	Q Q j			
Plano-plana ablatitia	1 6		Quadrato-quadratum lateris primi.		
	2	0 0 0	A latere primo in coëfficiens solidum.		
Summa planoplanorum ablatitiorum.	1 8	0 0 0			
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati adfecti	1 7	5 7 7 6			

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum	Coëfficiens solidum	1 0 0 0		
pars superior				
Quadrato-quadrati adfecti resolvendi reliquum.	1 7	5 7 7 6		
Quadruplus cubus lateris primi.	3	2		
Divisorum				
pars inferior				
Sextuplum quadratum ejusdem.	2 4			
Quadruplum latus primum.	8			
Summa divisorum	3	5 4 8 0		
Plano-plana ablatitia	1 2	8	A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.	
	3	8 4	A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.	
	5 1 2		A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.	
	2 5 6		Quadrato-quadratum lateris secundi.	
	4 0 0 0		A latere secundo in coëfficiens solidum.	
Summa plano-planorum auferenda, equalis reliquo resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	1 7	5 7 7 6		

Itaque si $1 \text{ } Q Q + 1,000 \text{ } N$, æquetur 355, 776. fit $1 \text{ } N 24$. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit coëfficientem subgradualē magnitudinem in anteriora produci, ultra ipsum adfectum quadrato-quadratum, aut eo loci saltem, ut ab eo auferri non possit. Quod argumentum est quadrato-quadratum non tam adfici, quam adficere, quoniam minus sit adficiēte plano-plano. Coëfficiens itaque ad succedentes sedes ordine revocanda est, donec sit locus divisioni, à qua tunc opus inchoare magis consentaneum est. Et quot punctis retrocedet coëfficiens, tot debentur subtus quadrato-quadrato-rum loca, punctave, à quibus alioqui ducendum fuerat operis initium. Sed & si ultra adfe-

adfectam potestatem non producat coëfficiens subgradualis longitudo, ramen quod oritur ex divisione per coëfficientem minus est lateris quod primum elicitur potestate; homogēneum adfectionis majus est potestate, & divisor præcipuus est coëfficiens subgradualis.

Quidam numerus ductus in sui cubum & in 100, 000, facit 2, 731, 776.

In notis 100, 000 $N + 1 \text{ } Q Q$, æquantur 2, 731, 776. Quæritur quis sit numerus ille. 2, 731, 776 est quadrato-quadratum adjunctum plano-plano sub latere, & dato solido 100, 000. Majus autem est plano-planum quadrato-quadrato, quoniam eo loci situm est solidum, ut eo dividente oriatur 2. At quadrato-quadrati ultimi limes consistit in 273. ex quo latus eliciendum esset 4. Itaque in isto casu & similibus, à divisione quoque potius est inchoandum, cum principaliter dividat coëfficiens subgradualis magnitudo, quam ipsum latus quadrato-quadrati. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma cum plano-planum maius est quadrato-quadrato.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens solidum	1 0 0	0 0 0	sublaterale	0 0 0	Tot numerale
Quadrato-quadratum adficiens resolvendum.	2 7 3	1 7 7 6			
	Q Q j	Q Q j			
Plano ablatitia	2 0 0	0 0 0	A latere primo in coëfficiens solidum.		
	1 6		Quadrato-quadratum lateris primi.		
Summa plano-planorum ablatitiorum.	2 1 6	0 0 0			
Reliquum resolvendi adficiens quadrato-quadrati.	5 7	1 7 7 6			

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum	Coëfficiens solidum	1 0	0 0 0 0	
pars superior				
Quadrato-quadrati resolvendi reliquum.	5 7	1 7 7 6		
Quadruplus cubus lateris primi.	3	2		
Divisorum				
pars inferior				
Sextuplum quadratum ejusdem.	2 4			
Quadruplum latus primum.	8			
Summa divisorum	1 3	4 4 8 0		
Plano-plana ablatitia	4 0	0 0 0 0	A latere secundo in coëfficiens solidum.	
	1 2	8	A latere secundo in quadruplum cubum primi.	
	3	8 4	A quadrato secundi in sextuplum quadratum primi.	
	5 1 2		A cubo lateris secundi in quadruplum primi.	
	2 5 6		Quadrato-quadratum lateris secundi.	
Summa plano-planorum auferenda, equalis reliquo resolvendi adficiens quadrato-quadrati.	5 7	1 7 7 6		

Itaque si $100,000 \text{ } N + 1 \text{ } Q Q$, æquantur 2, 731, 776. fit $1 \text{ } N 24$. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

In notis $1\ Q\ Q + 200\ Q + 100\ N$, æquatur 449, 376. Et fit $1\ N$ unitatum quot?

Est 449, 376 quadrato-quadratum adfectum adjunctione duplicis plano-planis, unius sub latere ipsius quadrato-quadrati & dato solido 100, alterius sub quadrato ipsius lateris & dato plano 200. Quadrato-quadrati autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesi quadrato-quadrati puri hoc tantum addit, ut latus singulare quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens solidum; lateris vero ejusdem primi quadratum in coëfficiens planum. Deinde latus secundum ducatur in ipsum coëfficiens planum; latus quoque idem secundum ducatur in coëfficiens solidum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-quadrato ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-quadratorum distinguuntur solita arte punctis subtrus collocatis designandæ. Et quot numerantur sedes quadrato quadratorum, punctave, tot in primis sedes laterum simplicium, per singulas figuras constituuntur desuper. Tot deinde sedes quadratorum per binas videlicet alternas, & in ultima quidem laterum sede coëfficiens solidum, quod quidem sublaterale est, consistet. In ultima vero quadratorum sede coëfficiens planum, quod quidem est subquadraticum.

Latera non secus eliciuntur quam in analysi quadrato-quadratorum purorum, nisi quod ipsæ coëfficiences magnitudines è divisorum numero sunt. Ac insuper post educationem lateris singularis primi, solidum expletionis, quod fit videlicet à coëfficiente plano in duplum lateris singularis primi, sedem occupans in anteriora, proximam à puncto, in quo coëfficiens ipsum planum consistit.

Et elictorum laterum quadrata quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum. Longitudines vero in coëfficiens solidum, & insuper in solidum expletionis: plano-planis quæ inde fiunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus & auferendis, cum plano-planis reliquis, ex adfecto proposito quadrato-quadrato. Coëfficiens denique planum, ipsumque subquadraticum ad succedentia quadratorum loca, solido suo expletionis semper præeunte, & coëfficiens solidum, ipsumque sublaterale, ad succedentia simplicium ordine devehetur, cum inferiores quoque divisores movebuntur reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati adfecti tam sub latere quam quadrato.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum.	2	0	0	subquadraticum.
Coëfficiens solidum.	1	0	0	sublaterale
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.	4	4	9 3 7 6	Tot puncta quadratica, quot quadrato-quadratica.
			C Q N	Tot puncta simplicium laterum, quot quadrato-quadratica.
			Q Q j	Puncta quadrato-quadratica.
Plano-plana ablatitia	1	6		Quadrato-quadratum lateris primi.
		8	0 0	A quadrato lateris primi in coëfficiens planum.
			2 0 0	A latere primo in coëfficiens solidum.
Summa planorum ablatitiorum	2	4	2 0 0	
Reliquum quadrato-quadrati adfecti resolvendi.	2	0	7 3 7 6	

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Solidum expletionis à coëfficiente plano in duplum lateris primi.	8	0	0	
	Coëfficiens planum.	2	0	0	
	Coëfficiens solidum.	1	0	0	
Reliquum quadrato-quadrati adfecti resolvendi.		2	0	7 3 7 6	
Divisorum pars inferior	Quadruplus cubus lateris primi.	3	2		
	Sextuplum quadratum ejusdem.	2	4		
	Quadruplum latus primum.		8		
Summa omnium divisorum.		4	2	7 8 0	
Plano-plana facta à divisoribus	inferioribus	1	2	8	A latere secundo in quadruplum cubum primi.
		3	8	4	A lateris secundi quadrato in quadratum sextuplum primi.
		5	1	2	A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.
			2	5 6	Quadrato-quadratum lateris secundi.
	superioribus	3	2	0 0	A latere secundo in solidum expletionis.
		3	2	0 0	A quadrato lateris secundi in coëfficiens planum.
			4	0 0	A latere secundo in coëfficiens solidum.
Summa plano-planorum auferenda, equalis reliquo resolvendi quadrato-quadrati adfecti		2	0	7 3 7 6	

Itaque si $1\ Q\ Q + 200\ Q + 100\ N$, æquatur 449, 376. fit $1\ N$ 24. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Quod si contingat adfectionum plano-plana quadrato-quadrato ipso esse majora, coëfficiences magnitudines principalius dividunt, & eadem prorsus ratio observabitur, quæ in reliquis potestatibus ante est exposita, ut nihil opus sit verbosius eam tradere, & exemplis ostentare.

Cæterum ex his adparet quo consilio fuerit proposita analysi simplex puri quadrato-quadrati. Etsi enim solebat negligi ab Arithmeticis, quia illud tanquam quadratum resolvebant, & ex latere ut quadrato rursus latus eliciebant, at via ista resolutionis ad adfecta quadrato-quadrata inepta est. Sic in cubo-cubis & ulterioribus reliquis magnitudinibus per pares numeros in ordine climaticarum adscendentibus deveniendum semper est ad simplicissimam analysin, quando adfectæ sunt.

De quadrato-quadratis porro adfectis sub cubo præcepta tradere parum refert, quoniam ea adfectio potest tolli.

PROBLEMA VII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-solidi sub latere & dato coefficiente plano-plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-quadratum & in 500, facit 254, 832. Quaeritur quis sit numerus ille.

In notis $1 Q C + 500 N$, æquatur 254, 832 & fit 1 N unitatum quot?

Est 254, 832 quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-solidi sub latere quadrato-cubi, & dato plano-plano. Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesis quadrato-cubi puri hoc tantum addit, ut latus singulare, quod primum elicitur ducatur in coefficientens plano-planum: deinde latus quoque secundum ducatur in idem ipsum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo ut eruantur latera, sedes quadrato-cuborum, ut in analyfi quadrato-cubi puri, per quinas alternas distinguuntur figuras, punctis commode à dextra ad lævam subtus collocatis.

Et quot numerantur fedes quadrato-cuborum, punctave, tot laterum simplicium fedes conftituentur per fingulas figuras fuperne adfcitis etiam punctis, & in ultima simplicium fede coëfficiens plano-planum, quod quidem fublaterale eft, confiftet. Vnde fi conftet pluribus figuris quam una, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hæcque ita constitutis latera non aliter eliciuntur quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsum coefficientis plano-solidum est divisorum numero est, & elicit singularia latera ducuntur in illud, plano-solido, quod inde fit, sub sede ipsius coefficientis desinente, & auferendo ex adfecto proposito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique in succedentia loca ordine subjicitur, cum inferiores quoque divisores moventur reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub latere.

I Eductio lateris singularis primi.

[illegible]

II. Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum $\left\{ \begin{array}{l} \text{Coëfficiens plano-} \\ \text{pars superior} \end{array} \right. \text{planum.} \quad | \quad \begin{array}{ccc} 5 & 0 & 0 \\ & & . \end{array}$

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti re- solvendi	1	4	9	8	3	2	
Divisorum				5			
{ Quintuplum quadrato- quadratum lateris primi.				5			
{ Decuplus cubus ejusdem.		1	0				
{ Decuplum quadratum			1	0			
{ ejusdem.							
{ Quintuplum latus pri- mum.						5	
Summa divisorum omnium		6	1	5	5	0	
Plano-solida	1	0					A latere secundo in quintuplum quadrato-quadratum primi.
{ inferioribus		4	0				A quadrato lateris secundi in de- cuplum cubum primi.
{ Plano-solida			8	0			A cubo lateris secundi in decuplum quadratum primi.
{ ablatitia fa-				8	0		A quadrato-quadrato lateris se- cundi in quintuplū latus primū.
{ cta a diviso-					3	2	Quadrato-cubus lateris secundi.
{ ribus.				1	0	0	A latere secundo in coefficientes pla- no-planum.
{ superiore							
Summa plano-solidorum auferenda, equalis reliquo resolvendi quadra- to-cubi adfecti.	1	4	9	8	3	2	

Itaque si $1\text{ }QC + 500\text{ }N$, æquatur $254,832$. fit $1\text{ }N\ 12$. Ex retrograda, quæ omnino observata
cernitur, compositionis via.

Quod si contingat coëfficientem in anteriora produci ultra ipsum adfectum quadrato-cubum, aut eum situm tenere, ut non possit à quadrato-cubo auferri, devolvetur ea in sequentia sibi addicta puncta, & quot punctis retrocedet, tot delebuntur subtrus puncta quadrato-cubica. Neque res videtur novo indigere exemplo, si bene examinentur ea quæ in reliquis inferioribus superius sunt exposita. quoniam methodus generalis est ad potestates quascumque, quam ante adnotavimus, nosque etiam de industria, quo id magis conspicuum fiat, tradidimus præcepta eadem fere verborum textura & conceptione. Sic de quadrato-cubis adfectis adjunctione quadratorum non damus Problema. Coëfficiens enim, suo præeunte expletionis solido, non aliter se geret, quàm ostensum est in tertio & quinto Problematis.

PROBLEMA VIII.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto adjunctione plano-solidi sub
lateralis cubo & dato coefficiente plano, latus analytice elicere.

Cubus cujusdam numeri ductus in sui quadratum & in 5, facit 257, 472.

In notis I Q C + 5 C, æquatur 257, 472. Quæritur quis sit numerus ille.

257, 472 est quadrato-cubus adfectus adjunctione plano-solidi sub cubo lateris quadrato-cubi & dato plano.

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti ordinata genesis, genesis quadrato-cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singularis primi cubus ducatur in coëfficiens planum. Deinde lateris secundum ducatur in plano-planum sub coëfficiente plano & triplo quadrato lateris primi. Lateris vero ejusdem secundi quadratum in solidum sub coëfficiente plano & triplo lateris primi. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsum quoque coëfficiens planum.

Z. 3

Es

Ex adfecto igitur huiusmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-cuborum distinguuntur solita arte à punctis subius collocatis designandæ.

Et quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot cuborum sedes, per ternas videlicet alternas figuras, constituuntur desuper, adscitis etiam punctis, & in ultima cuborum sede coëfficiens planum, quod quidem subcubicum est, consistit. Vnde si constet pluribus figuris, prorumpent in anteriora reliquæ.

Hisque ita constitutis latera non secus eliciuntur quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsum coëfficiens planum è divisorum numero est, ac insuper, post educationem lateris singularis primi, solidum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo lateris ejusdem primi, ac denique plano-planum expletionis, quod fit videlicet sub ipso coëfficiente plano & triplo quadrato ejusdem lateris. Illud sedem occupans laterum simplicium, hoc quadratorum post ipsum coëfficiens planum inter puncta cubica desuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipsum coëfficiens planum, quadrata in solidum sub eo plano coëfficiente & lateris primi triplo, longitudines vero in plano-planum quod sub eodem plano coëfficiente fit & triplo primi quadrato: plano-solidis quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis arguit, desinentibus, & auferendis una cum plano-solidis reliquis ex adfecto proposito quadrato-cubo. Coëfficiens denique una cum suis scanforiis solido & plano-plano, iisque præeuntibus, ad succedentia cuborum loca ordine devehitur, quoties subius moventur quoque divisores reliqui. Ut videre est in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	5	Subcubicum.
Quadrato-cubus adfectus resolvendus	2	5 7 4 7 2
	Q Q C Q N	Puncta
	Q C j	Q C j
Plano-solidi ablatitia	1	1
	5	5
Summa plano-solidorum ablatitiorum	1	0 5
Reliquum resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	5 2 4 7 2

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	1 5
Plano-planum expletionis, à coëfficiente plano in triplum quadratum lateris primi.	1 5
Solidum expletionis, à coëfficiente plano in triplum lateris primum.	5
Coëfficiens planum.	5

Reliquum

Reliquum quadrato-cubi adfecti resolvendi.	1	5	2	4	7	2
Divisorum pars inferior & præcipua		5				
Quintuplum quadrato-quadrati lateris primi.		1	0			
Decuplus cubus ejusdem.			1	0		
Decuplum quadratum ejusdem.				5		
Quintuplum lateris primi.					5	
Summa divisorum		6	2	7	0	5
Plano-solidi ablatitia facta à divisoribus.	1	0				
Inferioribus		4	0			
		8	0			
		8	0			
		3	2			
		3	0			
		6	0			
		4	0			
Superioribus						
Summa plano-solidorum ablatitiorum, aequalis residuo resolvendi quadrato-cubi adfecti.	1	5	2	4	7	2

Itaque si $1QC + 5C$, æquatur 257, 472. fit $1N12$. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA IX.

E Dato in numeris cubo-cubo adfecto adjunctione solido-solidi sub latere & dato coëfficiente plano-solido, lateris analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-cubum & in 6000, facit 191, 246, 976. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis $1CC + 6000N$, æquatur 191, 246, 976 & fit $1N$ unitatum quot?

Est 191, 246, 976 cubo-cubus adfectus adjunctione solido-solidi sub suo latere & dato plano-solido 6000. Cubo-cubi autem huiusmodi adfecti ordinata genesis, genesi cubo-cubi puri hoc tantum addit, ut lateris singulare, quod primum elicitur, ducatur in coëfficiens plano-solidum. Deinde lateris secundum ducatur in idem ipsum.

Ex adfecto igitur huiusmodi cubo-cubo, ut eruantur latera, collocabuntur puncta subius, ut in analysi puri cubo-cubi, & supra tot laterum simplicium sedes numerabuntur eadem prorsus methodo, quæ exposita est in inferioribus potestatibus, ut videre est in paradigmate.

Para-

Paradigma analyseos cubo-cubi adfecti sub latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens plano-solidum	6 0 0 0	sublaterale.
		Tot puncta lateralia simplicia, quae cubo-cubica.
191	2 4 6 9 7 6	
	QCQCQN	Puncta cubo-cubica.
CCj		
Solido-solidi ablatitia	64	Cubo-cubus lateris primi.
	1 2 0 0 0	A latere primo in coëfficiens plano-solidum.
Summa solido-solidorum ablatitiorum	64	1 2 0 0 0
Reliquum resolvendi cubo-cubi adfecti.	127	1 2 6 9 7 6

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens plano-solidum.	6 0 0 0
Reliquum resolvendi cubo-cubi adfecti.	127	1 2 6 9 7 6
Sextuplus quadrato-cubus lateris primi.	19	2
Decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem.	2	4 0
Vigecuplus cubus ejusdem.		1 6 0
Decuquintuplum quadratum ejusdem.		6 0
Sextuplum latus primum.		1 2
Summa divisorum	21	7 7 2 1 2 0
inferioribus	7 6	8
	3 8	4 0
Solido-solidi ablatitia, facta à divisoribus	10	2 4 0
	1	5 3 6 0
		1 2 2 8 8
		4 0 9 6
superiore		2 4 0 0 0
Summa solido-solidorum auferenda, aequalis residuo resolvendi cubo-cubi adfecti.	127	1 2 6 9 7 6

Itaque

Itaque si $1 CC + 6000 N$, æquatur $191, 246, 976$. fit in 24 . Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

ANALYTICA potestatum adfectarum negare.

PROBLEMA X.

E Dato in numeris quadrato adfecto multa plani sub latere & data coëfficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1 Q - 7 N$, æquari $60, 750$. Quæritur quanta sit magnitudo $1 N$, radix-ve propositi adfecti quadrati.

Ex quadrato igitur $60, 750$ negare adfecto, ut eruantur latera, idem (arguente genesi) erit omnino processus, qui in analysi quadrati affirmate adfecti, nisi quod in divisionibus attenditur ipsius coëfficientis, & regularium in puro quadrato divisorum differentia, non etiam summa, ut in adfecto affirmate quadrato. Est autem excessus penes divisores inferiores.

Et cum elicita singularia latera ducentur in coëfficientem, planum quod inde fit, sub sede coëfficientis desinens, quod alioqui subducebatur, addetur proposito negare adfecto quadrato. Ut in paradiigmate.

Paradigma analyseos quadrati adfecti sub latere negare.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	7	sublateralis
Quadratum adfectum resolvendum	6 0 7	Tot lateralia puncta, quæ quadratica.
	N	N
	Qj	Qij
Plana prostapharetica	4	Quadratum lateris primi.
Ablatitium		
Addititium	1 4	A latere primo in coëfficientem.
Excessus planorum ablatitiorum.	3	8 6
Reliquum resolvendi quadrati.	2	2 1 5 0

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	Coëfficiens longitudo	7
Reliquum resolvendi quadrati.	2	2 1 5 0
Divisorum pars inferior.	Duplum lateris primi	4
Excessus divisorum inferiorum		3 9 3 0
Plana ablatitia	2	0
		2 5
		A latere secundo in duplum primi.
		Quadratum lateris secundi.
		A a Summa

Summa planorum ablatitiorum.	2	2 5	
Planum addititium.		3	5
Excessus planorum ablatitiorum.	2	2 1	5
Reliquum resolvendi quadrati adfecti			0

Quod quanquam nihilum sit, ac superest punctum quadraticum, ideo cum duo elicit latera funguntur vice unius & quaeretur reliquum, ipsum erit 0. Itaque si $1Q - 7N$, aequetur 60, 750. fit $1N 250$. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coefficientis longitudo pluribus abundet singulis figuris, quam quadratum negat adfectum binis. Quod argumentum est planum adiciens majus esse resolvendo adfecto negat quadrato. Vocetur sane acephalum quadratum. Itaque ut resolutioni sit locus, praeponebatur mutilo proposito quadrato ea numeralium circularum multitudo, ut illud tot puncta quadratica sibi praefigenda vendiceret, quot simplices figuras coefficientis longitudo. Et prima coefficientis longitudinis figura pergendo à læva ad dextram constitueretur latus singulare primum ipsius resolvendi quadrati negat adfecti, non immutata ceteroquin exposita antecedente methodo, ut in quaestione.

Quidam numerus ductus in se deminutum 240, facit 484. Quæritur quis sit numerus ille. Est 484 quadratum multatum plano sub latere & 240. Majus autem est planum 240 N resolvenda plana magnitudine 484 quoniam coefficientis longitudo 240, tribus constat figuris, plano autem 484 praefiguntur duo tantum quadratica puncta. Itaque plano 484, praeponentur duo numerales circuli, & tunc demum coefficienti sua sedes addicetur, cujus prima figura, si cetera consentiant, aut alioqui proxime major, adsumetur ad latus primum mutili quadrati.

Paradigma analyseos acephali quadrati.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo	2	4 0	sublateralis.
Quadratum resolvendum acephalum	0	0 4	8 4
		N	N
Plana prosthapheretica			
{ Ablatitium	4		
{ Addititium	4	8 0	
Excessus addititii		8 0	
Reliquum restituti mutili quadrati.		8 4	8 4

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars { Coëfficiens superior	2 4	0	
Reliquum restituti resolvendi mutili quadrati	8 4	8 4	
Divisorum pars { Duplum lateris inferior.	4		
Excessus divisorum inferiorum.	1 6		
Plana ablatitia {	1 6		
	1 6		

Summa

Summa planorum ablatitiorum.	1	7 6	
Planum addititium		9 6	
Excessus ablatitiorum.		8 0	
Reliquum resolvendi adfecti quadrati		4	8 4

Iam duo elicit latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris tertii ut secundi.

Divisorum pars { Coëfficiens superior	2	4 0	00 0
Reliquum resolvendi adfecti quadrati	4	8 4	N 24 2
Divisorum pars { Duplum lateris inferior	4	8	Q 576 4
Excessus divisorum inferiorum	2	4 0	
Plana ablatitia {	9	6	
Summa planorum ablatitiorum.	9	6 4	A latere secundo in duplum primi.
Planum addititium.	4	8 0	Quadratum lateris secundi.
Excessus addititii, aequalis reliquo resolvendo quadrato.	4	8 4	A latere secundo in coëfficientem.

Itaque si $1Q - 240N$, aequetur 484. Fit $1N 242$. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed et si negat adfectum quadratum, de cujus resolutione agitur, tot constet binis figuris, quot coëfficiens longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coëfficiens, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est ut eo casu ipsius longitudinis coëfficiens quadrato adaugeri subintelligatur propositum negat adfectum quadratum. Ac ex eo ita adaucto latus eliciatur, quod quidem erit vel consentaneum, aut consentaneo proxime minus.

Vt si proponatur $1Q - 60N$, aequari 1600. Ordinatis ad opus ut ars exigit figuris, nimirum

6 0
1 6 0 0

Quoniam quadratum ex 6 adjunctum 16, facit 52. Latere autem quadrati 52 proxime majus est 8, constituam latus 8. Quod quidem bene consentaneum operis continuatio arguet.

At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2 aut demum 3. Est itaque artificium illud parabolæ epanorthicum, quo in quadratis quoque adfectis adfirmare, si utantur Logistæ, quando praesertim coëfficientes in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. At tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia.

Proponatur $1Q + 8N$, aequari 128. Ordinatis ad opus ut ars post devolutionem exigit figuris, nimirum

8
1 2 8

Quoniam differentia inter planum 128, & 64 quadratum à coëfficiente 8, est 64, ideo sumetur radix 8.

A a 2

PRO-

PROBLEMA XI.

E Dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub latere & dato coëfficiens plano, latus analytice elicere.

Proponatur $C = 10N$, æquari 13, 584. Quæritur quanta sit magnitudo N , radixve propositi adfecti cubi.

Ex cubo igitur 13, 584 negatè adfecto sub latere, ut eliciantur latera, idem arguente Zetesi erit omnino processus, qui in analysi cubi affirmatè adfecti, nisi quod in divisionibus attendetur coëfficiens plani & regularium in cubo puro divisorum differentia, non etiam summa, ut in adfecto affirmatè cubo. Et cum elicitur singularia latera ducuntur in idem coëfficiens planum, solidum quod inde fit sub sede coëfficiens definitens (quod quidem in cubo affirmatè adfecto subducebatur) addetur proposito negatè adfecto cubo, vel auferetur à solidis ablatitiis. Ut in paradiamate.

Paradigma analyseos cubi adfecti multa solidi sub coëfficiens plano & latere.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	10	sublaterale.	00	Tot numerales circuli, quot puncta cubica laterave singularia.
Cubus adfectus resolvendus	13	584	00	N 2 4
		Q N	00	Q 4 16
	Cj	Cij	00	C 8 64
Solida prostapharetica				
Ablatitium	8			Cubus lateris primi.
Addititium		20		A latere primo in coëfficiens planum.
Excessus solidi ablatitii	7	80		
Cubi adfecti resolvendi reliquum	5	784		

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum.	10	
Cubi adfecti resolvendi reliquum.		5	784
Divisorum pars inferior			
Triplum quadratum lateris primi.		1	2
Triplum latus primum.			6
Differentia divisorum.		1	250
Solida ablatitia		4	8
			96
			64
Summa ablatitiorum.		5	824
Solidum addititium.			40
Excessus ablatitiorum, equalis reliquo resolvendi cubi adfecti.		5	784

Itaque

Itaque si $C = 10N$, æquetur 13, 584. fit $1N24$. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coëfficiens planum pluribus abundet binis figuris, quam cubus negatè adfectus sub latere ternis. Quod argumentum est solidum addiciens majus esse resolvendo adfecto negatè cubo. Vocetur sane cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, præponetur mutilo proposito cubo ea numeralium circulatorum multitudo, ut tot puncta cubica possint ei præfigi, quot quadratica plano coëfficiens. Et deducta è plano coëfficiens tanquam quadrato radix, si cætera consentiant, sin minus proxime major, constituetur latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negatè adfecti, non immutata cæteroquin exposita antecedente methodo, ut in quæstione.

Quidam numerus ductus in sui quadratum deminutum 116, 620, facit 352, 947. In notis $C = 116, 620N$, æquatur 352, 947. Quæritur quis sit numerus ille.

Est 352, 947 cubus multatus solido sub latere & plano 116, 620. Majus autem est solidum 116, 620 N solido resolvendo 352, 947, quoniam coëfficiens plano 116, 620 præfigi possunt puncta quadratica tria; solido autem 352, 947 cubica tantum duo. Itaque solido 352, 947 resolvendo præponetur numeralis circulus, & tunc demum coëfficiens sua sedes addicetur, opere ab extractione radices quadraticæ inchoato, quæ consentiat lateri cubi resolvendi. Ut videre est in paradiamate.

Paradigma analyseos cubi acephali sub latere adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	11	662	0	000
Cubus adfectus resolvendus, mutilus.	0	352	947	N 3 4
		Q N	Q N	Q 9 16
	Cj	Cij	Cij	C 27 64
Solida prostapharetica				
Addititium	34	986		A latere primo in coëfficiens planum
Ablatitium	27			Cubus lateris primi.
Excessus addititii	7	986		
Reliquum restituti resolvendi mutili cubi.	8	338	947	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum.	1	166	20
Reliquum resolvendi cubi adfecti.		8	338	947
Divisorum pars inferior				
Triplum quadratum lateris primi		2	7	
Triplum latus primum.			9	
Excessus divisorum inferiorum		1	623	80

Aa 3

Soli-

Solida ablatitia	10	8		A latere secundo in triplum quadratum primi. A quadrato lateris secundi in triplum latus primum. Cubus lateris secundi.
	1	44		
		64		
Summa ablatitiorum	12	304		
Solidum addititium	4	664	80	A latere secundo in coefficientis planum.
Excessus ablatitiorum	7	639	20	
Reliquum resolvendi adfecti cubi		699	747	

Jam duo elicitata latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior	{	Coëfficiens planum	1 1 6	6 2 0	{	00 0
						N 34 3
Reliquum resolvendi cubi adfecti			6 9 9	7 4 7	Q 1156 9	C 27
Divisorum pars inferior	{	Triplum quadratum lateris primi.	3 4 6	8		
			Triplum latus primum	1	0 2	
Excessus divisorum inferiorum.			2 3 1	2 0 0		
Solida ablatitia	{		1 0 4 0	4	A latere secundo in triplum quadratum primi.	
				9 1 8	A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.	
				2 7	Cubus lateris secundi.	
Summa ablatitiorum			1 0 4 9	6 0 7		
Solidum addititium			3 4 9	8 6 0	A latere secundo in coëfficiens planum.	
Excessus ablatitius, equalis reliquo resolvendo cubo adfecto.			6 9 9	7 4 7		

Itaque si $1C-116,620 N$, aequetur $352,947$. fit $1N 343$. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed et si negatus adfecte cubus de cujus resolutione agitur, tot constat ternis figuris, quot planum coefficientis binis, interdum tamen eo loci prorumpit, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludatur non raro in exquirenda radice. Quare magis est eo casu, ut ab ipso plano coefficiente, ut quadrato, eruatur sub congruente puncto radix, cujus cubus subintelligatur adjungi proposito cubo adfecto, atque adeo ex eo ita adaucto latus eliciatur. Erit enim illud vel consentaneum, vel consentaneo proxime minus.

Vt si proponatur $1C-6400 N$, aequari $153,000$, ordinatis ad opus, ut ars exigit, figuris, nimirum

64	00
153	000

Quoniam radix quadrata numeri 64 est 8, cubus autem ab ea est 512, qui additus ad 153, facit 665, latere autem cubi 665 proxime majus est 9, sumetur latus 9. Quod quidem consentaneum esse operis continuatio arguet. At ex divisione longitudo ortiva erat tantum 2, aut demum 3. Itaque artificium illud parabolae epanorthicum est, quo in cubis quoque adfect-

adfectis sub latere affirmate si utantur Logistae, quando praesertim coefficientia plana in anteriora prorumpent, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint. Ac tunc non adgregatum sumetur factorum, sed differentia. Proponatur $1C-64 N$, aequari 1024, ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem exigit, figuris, nimirum

1024

Quoniam radix plani 64, ut quadrati, est 8, a qua cubus 512 ablatas è 1024, relinquit 512, cujus cubica radix est 8: Ideo sumetur radix 8.

PROBLEMA XII.

E Dato in numeris cubo adfecto multa solidi sub quadrato & data coefficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1C-7Q$, aequari 14,580. Quæritur quanta sit magnitudo $1N$, radixve propositi adfecti cubi.

Ex cubo igitur 14,580 negatè adfecto sub quadrato ut eliciantur latera, idem arguente Zetesi erit omnino processus, qui in analysi cubi affirmate adfecti, nisi quod in divisionibus attenditur ipsius coefficientis longitudinis & regularium in cubo puro divisionum differentia, non etiam summa, ut in adfecto affirmate cubo. Et cum elicitata singularia latera ducuntur in idem coefficientis planum, ipsa vero latera in planum expletionis, solida quæ inde sunt sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentia, quæ quidem in cubo affirmate adfecto subducebantur, addentur proposito negatè adfecto cubo, vel auferentur solidis ablatitiis. Vt in paradigmate.

Paradigma analyseos cubi adfecti sub quadrato negatè.

I. Eductio lateris primi.

Coëfficiens longitudo	7	subquadratica.												
		Tot puncta quadratica quot cubica.												
	14	<table> <tr> <td>580</td> <td>00</td> <td>Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave singularia.</td> </tr> <tr> <td>QN</td> <td>N. 2. 7</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Cj</td> <td>Q. 4. 49</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>C. 8. 343</td> <td></td> </tr> </table>	580	00	Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave singularia.	QN	N. 2. 7		Cj	Q. 4. 49			C. 8. 343	
580	00	Tot numerales circuli, quot puncta cubica, laterave singularia.												
QN	N. 2. 7													
Cj	Q. 4. 49													
	C. 8. 343													
Solidaprostapheretica	8	Cubus lateris primi.												
	28	Alateris primi quadrato in coëfficientem.												
Excessus solidi ablatitii	52													
Reliquum resolvendi adfecti cubi	9380													

II Eductio lateris secundi.

Divisorum pars superior	{ Planum expletionis à coefficiente in duplum lateris primi. Coefficiens longitudo.	28
		7
Reliquum resolvendi adfecti cubi.		9380
Divisorum pars inferior	{ Triplum quadratum lateris primi. Triplum latus primum.	12
		6
Excessus divisorum inferiorum		973

Solida

Solida ablatitia	8	4	A latere secundo in triplum quadratum primi.
	2	9 4	A lateris secundi quadrato in triplum latus primum.
		3 4 3	Cubus lateris secundi.
Summa ablatitiorum.	1 1	6 8 3	
Solida addititia	1	9 6	A latere secundo in planum expletionis.
		3 4 3	A lateris secundi quadrato in coefficientem longitudinem.
Summa addititiorum.	2	3 0 3	
Excessus ablatitiorum, equalis reliquo resolvendo adfecto cubo.	9	3 8 0	

Itaque si $1C - 7Q$, aequetur 14,580. fit $1N 27$. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Interdum accidit ut coefficientis longitudo pluribus abundet simplicibus figuris, quam cubus negat adfectus sub quadrato, ternis. Quod argumentum est solidum adficiens majus esse resolvendo adfecto negat cubo. Vocetur autem cubus acephalus. Itaque ut resolutioni sit locus, praeponeatur mutilo cubo ea numeralium circulo multitudine, ut tot puncta cubica possint ei praefigi, quot simplices figurae longitudini coefficienti. Et prima coefficientis longitudinis figura, pergendo à læva ad dextram constituetur si cætera consentiant, sin minus figura proxime major, latus singulare primum ipsius resolvendi cubi negat adfecti sub quadrato, non immutata cæteroquin exposita antecedente methodo, ut in quaestione,

Proponatur $1C - 10Q$, æquari 288. Quæritur quanta sit $1N$, latiusve propositi adfecti cubi.

Est 288 cubus multatus solido sub quadrato & coefficiente longitudine 10. Majus est autem solidum 10 Q solido 288: quoniam coefficientis longitudo constat simplicibus figuris duabus, solidum vero 288, uno cubico puncto. Itaque solido 288 resolvendo praeponeatur numeralis circulus, & tunc demum sua coefficienti sedes addicetur, cujus prima figura, si cætera consentiant, sin minus, proxime major adsumetur ad latus primum mutili cubi. Vt in paradiamte.

Paradigma cum solidum majus est cubo.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	1	0	subquadratica.
Cubus resolvendus acephalus	0	2 8 8	
Solida prostapheretica	Ablatitium	1	Cubus lateris primi.
	Addititium	1	A lateris primi quadrato in coefficientem longitudinem.
	Excessus	0	
Reliquum restituti mutili cubi		2 8 8	

II. Edu-

II. Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Planum expletionis, à coefficiente longitudine in duplum lateris primi.	20
	Coëfficiens longitudo.	10
		288
Reliquum restituti mutili cubi.		
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	3
	Triplum latus primum.	3
Excessus divisorum inferiorum.		120
Solida ablatitia	6	A latere secundo in triplum quadratum lateris primi.
	12	A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
	8	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum ablatitiorum.		728
Solida addititia	40	A latere secundo in planum expletionis.
	40	A lateris secundi quadrato in coefficientem longitudinem.
Summa solidorum addititiorum.		440
Excessus ablatitiorum, equalis proposito resolvendo cubo adfecto.		288

Itaque si $1C - 10Q$, aequetur 288. fit $1N 12$. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Sed etsi negatus adfectus cubus, de cujus resolutione agitur, tot constet ternis figuris, quot coefficientis longitudo singulis, interdum tamen eo loci prorumpit coefficientis, ut nisi Analysta ejus rationem habuerit, deludetur non raro in exquirenda radice. Quare magis est, ut eo casu ipsius coefficientis longitudinis cubo adaugeri subintelligatur adfectus propositus cubus, atque adeo ex ita adaucto eliciatur latus. Aut enim illud erit consentaneum, aut consentaneo proxime minus. Itaque si latus ita sumptum duabus deprehendetur constare figuris, erit argumentum cubi acephali, & fiet, si placuerit, devolutio in antecedentia. Vt in paradiamte.

Paradigma rursus analyseos cubi acephali sub quadrato adfecti.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	7	subquadratica
Cubus adfectus resolvendus	720	

Quoniam solidum 720 adjunctum cubo ex 7, facit solidum 1063, cujus, ut cubi, latus est major 9, ideo fit devolutio in antecedentia, & cubus est acephalus.

204

Cœfficiens longitudo

Cubus acephalus resolvendus

	7	.	.	$\begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array}$
				$\left\{ \begin{array}{l} N \text{ I } 2 \\ Q \text{ I } 4 \\ C \text{ I } 8 \end{array} \right.$
	7	2	0	

Solida prostapharetica

Ablatitium I
Addititium 7

Cubus lateris primi.

A lateris primi quadrato in cœfficientem.

Excessus ablatitii.

3
4 2 0

Reliquum resolvendi cubi.

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum
pars superior

Planum expletionis, à cœfficiente longitudine in duplum lateris primi. I 4
Cœfficiens longitudo. 7

Reliquum resolvendi cubi.

4 2 0
.

Divisorum
pars inferior.

Triplum quadratum lateris primi. 3
Triplum latus primum. 3

Excessus divisorum inferiorum.

1 8 3
.

Solida ablatitia

6
1 2
8

A latere secundo in triplum quadratum primi.

A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.

Cubus lateris secundi.

Summa ablatitiorum

7 2 8
.

Solida addititia

2 8
2 8

A latere secundo in planum expletionis.

A lateris secundi quadrato in cœfficientem longitudinem.

Summa additiorum

3 0 8
.

Excessus ablatitiorum, equalis reliquo resolvendi cubi adfecti.

4 2 0
.

Itaque si I C—7 Q, aequetur 720. fit I N 12. Ex retrograda, quae omnino observata cernitur, compositionis via.

Quo etiam artificio parabolæpanorthico si utantur Logistæ in cubis adfectis adfirmate sub quadrato, quando præsertim coëfficientes longitudines in anteriora prorumpunt, consultius facient plerumque, ne divisiones frustra sint.

Proponatur $1 \text{ C} + 8 \text{ Q}$, æquari 1024. Ordinatis ad opus, ut ars post devolutionem
exigit, figuris, nimirum 8

1024

Quoniam cubus ex 8 est 512, qui ablatus ex 1024, relinquit 512 cujus radix cubica est 8:
Ideo sumetur radix 8.

ANALYTICA potestatum adfectarum negatæ mixtim & affirmatæ.

PROBLEMA XIII.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto, adjunctione quidem plano-plani sub latere & dato coëfficiente solido, multa vero plano-plani sub cubo, & data coëfficiente longitudine, *latus analytice* elicere.

Proponatur $1\text{ QQ} - 68\text{ C} + 202,752\text{ N}$, æquari $5,308,416$. Quæritur quanta sit 1 N , latiusve propositi adfecti negatæ sub cubo, & affirmatæ sub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur propofita 5, 308, 416, ut eliciantur latera, refolvendi quadrato-quadrati adfecti, idem arguente genefi erit omnino processus, qui effet in analyfi quadrato-quadrati puri, eo addito ut latus fingulare quod primum elicitur ducatur in coëfficiens folidum. Deinde in illud quoque coëfficiens ducatur latus fecundum. Idem latus fingulare fecundum ducatur in folidum expletionis, quod videlicet fit fub coëfficiente longitudine, & triplo lateris primi quadrato. Ejuſdem lateris quadratum in planum expletionis, quod videlicet fit fub coëfficiente longitudine & triplo latere primo. Ejuſdem denique lateris cubus ducatur in coëfficientem longitudinem. Ac facta quidem homogenea à coëfficiente ſolido ſint ablatitia, ut & facta regularia; ea vero quæ fiunt à coëfficiente longitudine, addititia.

Elicietur itaque *latus primum*, coefficientibus solita arte sitis & adnotatis. Divisores autem inferiores statuentur iidem, qui in analysi puri quadrato-quadrati. Superiores, iidem qui in exposita analysi quadrato-quadrati adfecti adfirmate sub latere, & analysi exposita quadrato-quadrati adfecti adfirmate sub cubo. Et sumpto divisorum ad facta ablatitia supra divisores ad facta addititia excessu, & instituta per eum divisione educetur *latus secundum*, ut in paradi-gmate.

*Paradigma analyseos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, sub latere
per affirmationem, & cubo per negationem.*

I Eductio lateris singularis primi.

— Coëfficiens longitudo	6 8	subcubica															
+ Coëfficiens solidum	2 0 2 7 5 2	sublaterale.															
Quadrato-quadratum adfectum re-	5 3 0 8 4 1 6	<table> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>N</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>9</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>27</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>QQ</td> <td>81</td> <td>16</td> </tr> </table>		0	0	N	3	2	Q	9	4	C	27	8	QQ	81	16
	0		0														
N	3		2														
Q	9		4														
C	27	8															
QQ	81	16															
solvendum.	C Q N .																
	Q Q i Q Q j																
	8 1	Quadrato-quadratum lateris primi.															
Plano-plana ablatitia	6 0 8 2 5 6	Alatere primo in coëfficiens solidum.															
Summa ablatitiorum.	6 8 9 2 5 6																
Plano-planum additium.	1 8 3 6	A lateris primi cubo in coëfficientem longi-															
Excessus ablatitiorum	5 0 5 6 5 6	tudinem.															
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-	2 5 1 8 5 6																
quadrati.																	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{ — Solidum expletionis à coefficiente longitudine in triplum quadratum late- ris primi — Planum expletionis à coefficiente in triplum la- tus primum. — Coefficientens longitudo.	18	36	
			612	
			68	
+ Coefficientens solidum.		20	2752	
Reliquum resolvendi adfecti qua- drato-quadrati.		25	1856	
Divisorum pars inferior	{ Quadruplus cubus lateris primi. Sextuplum quadratum ejusdem. Quadruplum latus primum.	10	8	
			54	
			12	
Summa divisorum adfectionis ad- firmata.		31	6272	
Summa divisorum adfectionis negata.		18	9788	
Excessus divisorum adfectionis adfirmata.		12	6484	
Plano-plana abla- titia à divisoribus.	{ Inferioribus Superiore	21	6	A latere secundo in quadruplum cu- bum primi.
		2	16	A quadrato lateris secundi in sextu- plum quadratum primi.
			96	A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.
			16	Quadrato-quadratum lateris secundi.
		40	5504	A latere secundo in coefficientens solidum.
Summa plano-plan ^o rum ablatitiorum.		64	4080	
Plano-plana addititia	{ Superiore Inferioribus	36	72	A latere secundo in solidum expletio- nis.
		2	448	A quadrato lateris secundi in planum expletionis.
			544	A cubo lateris secundi in coefficientem.
Summa plano-planorum addititiorum.		39	2224	
Excessus ablatitiorum, equalis residuo re- solvendi adfecti quadrato-quadrati.		25	1856	

Itaque si $1\text{ }QQ - 68\text{ }C + 202,752\text{ }N$, aequetur $5,308,416$. fit $1\text{ }N32$. Ex retrograda qua
omnino observata cernitur, compositionis via.

PRO-

PROBLEMA XIV.

E Dato in numeris quadrato-quadrato adfecto, multa quidem plano-
plani sub latere & dato coefficiente solido, adjunctione vero plano-
plani sub cubo & dato coefficiente longitudine, latus analytice elicere.

Proponatur $1\text{ }QQ + 10\text{ }C - 200\text{ }N$, æquari $1,369,856$. Quæritur quanta sit $1\text{ }N$, la-
tusve propositi adfecti adfirmate sub cubo, & negata sub latere quadrato-quadrati.

Ex magnitudine igitur proposita $1,369,856$, ut eliciatur latus resolvendi quadrato-
quadrati ita adfecti idem arguente genesi, erit omnino processus, qui in analysi quadrato-
quadrati adfecti negata sub cubo & adfirmate sub latere, idem ordo, eadem punctorum
fedes & coefficientium. Sed quæ facta homogenea à coefficiente solido erant ablatitia,
à coefficiente vero longitudine addititia; hic contra facta à coefficiente longitudine
erunt ablatitia, sicut & facta regularia. Facta vero à coefficiente solido addititia, ut in pa-
radigmate.

Paradigma analyseos quadrato-quadrati dupliciter adfecti, sub cubo
per adfirmationem, & latere per negationem.

I Eductio lateris singularis primi.

+ Coefficientens longitudo		1	0	subcubica.
— Coefficientens solidum			200	sublaterale.
Quadrato-quadratum adfectum resolvendum.		136	9856	$\begin{array}{r} 00 \\ N\ 32 \\ Q\ 94 \\ C\ 278 \\ QQ\ 816 \end{array}$
		QQj	QQj	
Plano-plana ablatitia		81	27	
Summa plano-planorum ablati- tiorum.		108	0	Quadrato-quadratum lateris primi. A lateris primi cubo in coefficientem longitudinem.
Plano-planum addititium.			600	A latere primo in coefficientens solidum.
Excessus ablatitiorum.		107	400	
Reliquum resolvendi adfecti quadrato- quadrati.		29	5856	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	{	+ Solidum expletionis, à coefficiente longitudine in triplum quadratum la- teris primi.	2	70
		+ Planum expletionis, à coefficiente longitudine in triplum latus primum.		90
		+ Coefficientens longitudo.		10
		— Coefficientens solidum.		

B b 3

Reliquum

Reliquum resolvendi adfecti quadrato-quadrati.	29	5856	
Divisorum pars inferior	{	Quadruplus cubus lateris primi.	10 8
		Sextuplum quadratum ejusdem.	5 4
		Quadruplum latus primum.	12
Summa divisorum adfectionis adfirmate.	14	1430	
Divisor adfectionis negata.		200	
Excessus divisorum adfectionis adfirmate.	14	1230	
Plano-plana ablatitia à divisoribus	{ Inferioribus	21 6	A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.
		2 16	A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.
		9 6	A lateris secundi cubo in quadruplum latus primum.
	{ Superioribus	16	Quadrato-quadratum lateris secundi.
		5 40	A latere secundo in solidum expletionis.
		3 60	A lateris secundi quadrato in planum expletionis.
		80	A lateris secundi cubo in coefficientem longitudinem.
Summa plano-planorum ablatitiorum.	29	6256	
Plano-planum addititium.		400	A latere secundo in coefficientem solidum.
Excessus ablatitiorum, equalis residuo resolvendo adfecto quadrato-quadrato.	29	5856	

Itaque si $1\text{ }QQ + 10\text{ }C - 200\text{ }N$, aequatur 1,369,856. fit $1\text{ }N32$. Ex retrograda, qua omnino observata cernitur, compositionis via.

PROBLEMA XV.

E Dato in numeris quadrato-cubo adfecto, adjunctione quidem plano-solidi sub latere & dato coefficiente plano-plano, multa vero plano-solidi sub lateris cubo & dato coefficiente plano, latus analytice elicere.

Quidam numerus ductus in sui quadrato-quadratum, & in 500, dempto facto sui cubi in 5, facit 7,905,504. Quæritur quis sit numerus ille.

In notis $QC - 5C + 500N$, æquatur 7,905,504. & fit $1\text{ }N$ unitatum quot?

Est 7,905,504 quadrato-cubus adfectus, adjunctione quidem plano-solidi sub suo latere, & dato plano-plano 500, multa vero plano-solidi sub cubo lateris ipsius quadrato-cubi, & plano 5

Quadrato-cubi autem hujusmodi adfecti genesis, genesi quadrato-cubi puri hoc insuper addit & subtrahit, ut latus singulare, quod primum elicitur, ducatur in plano-plano coefficientem adfirmare. Lateris vero ejusdem primi cubus ducatur in coefficientem plano-plano negare. Deinde latus secundum ducatur quoque in coefficientem plano-plano adfirmare. Idem vero latus secundum ducatur in plano-plano sub triplo quadrato lateris primi

primi, & coefficiente plano negare. Lateris vero ejusdem secundi quadratum in solidum sub triplo lateris primi, & coefficiente plano. Lateris denique ejusdem secundi cubus in ipsum coefficientem planum.

Ex adfecto igitur hujusmodi quadrato-cubo, ut eruantur latera, sedes singularium quadrato-cuborum constituentur solita methodo, à punctis subtus collocatis designandæ.

Er quot numerantur sedes quadrato-cuborum, punctave, tot inprimis sedes laterum simplicium per singulas figuras constituentur desuper. Tot deinde sedes cuborum, per ternas videlicet alternas, & in ultima quidem simplicium sede coefficientem plano-plano, quod quidem sublaterale est, consistet. In ultima vero cuborum coefficientem planum, quod quidem est subcubicum.

Latera non secus eliciuntur, quam in analysi quadrato-cubi puri, nisi quod ipsæ coefficientes divisoribus addunt, vel minuunt. Addit coefficientem sub latere adfirmate, aufert coefficientem sub cubo negare: sicuti etiam auferunt solidum sub plano coefficiente subcubico, & triplo lateris jam elicit. Et plano-plano sub eodem & triplo quadrato lateris prædicti. Illud sedem occupans solidum, hoc plano-planorum, post ipsum coefficientem planum, inter puncta cubica desuper adfixa.

Et eliciendorum laterum cubi quidem ducuntur in ipsum coefficientem planum. Quadrata in solidum sub coefficiente plano & triplo lateris jam elicit. Longitudines vero tam in plano-plano sub coefficiente eodem, & triplo lateris jam elicit quadrato, quam in ipsum coefficientem plano-plano; plano-solidis, quæ inde fiunt, sub congrua sede, qualem ratio multiplicationis exigit, desinentibus, & iis quidem quæ fiunt à coefficiente plano & suis scanforiis expletionum, solido videlicet, & plano-plano alioquin addititiis, comparandis cum reliquis plano-solidis ablatitiis, quæ videlicet fiunt tum abs coefficiente plano-plano, tum abs divisoribus reliquis in solita purorum quadrato-cuborum analysi, ac demum ablatitiorum excessu auferendo ex adfecto proposito quadrato-cubo.

Coëfficiens denique utraque magnitudo, una cum superioribus divisoribus reliquis, in succedentia loca suo ordine devehetur, cum inferiores quoque divisores movebuntur reliqui. Ut in paradigmate.

Paradigma analyseos quadrato-cubi adfecti sub latere adfirmate, & sub cubo negare.

I Eductio lateris singularis primi.

— Coëfficiens planum	5	subcubicum.																		
+ Coëfficiens plano-planum	500	sublaterale.																		
Quadrato-cubus adfectus resolvendus.	79	<table> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>N</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Q</td> <td>4</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>8</td> <td>64</td> </tr> <tr> <td>QQ</td> <td>16</td> <td>256</td> </tr> <tr> <td>QC</td> <td>32</td> <td>1024</td> </tr> </table>		0	0	N	2	4	Q	4	16	C	8	64	QQ	16	256	QC	32	1024
	0	0																		
N	2	4																		
Q	4	16																		
C	8	64																		
QQ	16	256																		
QC	32	1024																		
	<table> <tr> <td>QCj</td> <td>QCij</td> </tr> </table>	QCj	QCij																	
QCj	QCij																			
Plano-solida	<table> <tr> <td rowspan="2">{</td> <td>Ablatitia</td> <td>32</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>Addititium</td> <td>40</td> <td></td> </tr> </table>	{	Ablatitia	32	1000	Addititium	40		Quadrato-cubus lateris primi.											
			{	Ablatitia	32	1000														
Addititium	40																			
		A latere primo in plano-planum coëfficiens.																		
		A cubo lateris primi in coëfficiens planum.																		
Excessus ablatitiorum.	31	7000																		
Reliquum resolvendi adfecti quadrato-cubi.	47	35504																		

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	{	— Plano-planum exple- tionis, à coefficiente plano in triplum quadratum la- teris primi.	60		
		— Solidum expletionis, à coefficiente plano in tri- plum latus primum.	30		
		— Coefficientens planum.	5		
		+ Coefficientens plano-pla- num.	500		
Reliquum resolvendi adfecti qua- drato-cubi.			47	35504	
Divisorum pars inferior	{	Quintuplum quadrato- quadratum lateris primi.	8	0	
		Decuplus cubus ejusdem.	80		
		Decuplum quadratum ejusdem.	40		
		Quintuplum latus primum.	10		
Summa divisorum adfectionis affirmata.			8	8460	
Summa divisorum adfectionis negata.				6305	
Excessus divisorum adfectionis affirmata.			8	78295	
Plano-solida ablatitia, à divisoribus	{	Superioribus	32	0	A latere secundo in quintuplum qua- drato-quadratum primi.
			12	80	A lateris secundi quadrato in decu- plum cubum primi.
			2	560	A lateris secundi cubo in decuplum quadratum primi.
				2560	A quadrato-quadrato lateris secundi in quintuplum latus primum.
				1024	Quadrato-cubus lateris secundi.
				2000	A latere secundo in coefficientens plano- planum.
Summa plano-solidorum ablatitiorum.			47	64624	
Plano-solida addititia	{			240	A latere secundo in plano-planum ex- pletionis.
				480	A quadrato lateris secundi in solidum expletionis.
				320	A cubo lateris secundi in coefficientens planum.
Summa plano-solidorum addititiorum.				29120	
Excessus ablatitiorum, equalis resi- duo resolvendo adfecto quadrato- cubo.			47	35504	

Itaque si $1QC - 5C + 500N$, aequetur 7, 905, 504. fit $1N 24$. Ex retrograda, quæ omnino observata cernitur, compositionis via.

Ad

Ad analysin potestatum avulsarum,

P R A E C A V T I O.

In potestatibus avulsis, quas ambiguas esse monuimus, præfiniendi sunt ex arte limites, intra quos radices, de quibus quæritur, consistant. Atque idcirco potestatum illarum constitutio imprimis dignoscenda est. Et tum demum primum singulare latus majus, minusve occurret: vel ex divisione magnitudinis resolvendæ per coefficientem, si divisioni est locus: vel ex radicis congruæ à coefficiente pro suo magnitudinis genere educatione, ut feret præfiniendorum limitum coarctatio. Ac primus quidem casus omnino locum habet, cum de radice minore quæritur. Primus vel secundus, cum de majore.

Addita autem potestas lateris singularis primi resolvendæ propositæ magnitudini, restituit potestatem avulsam. Quæ quidem auferenda est ei, à qua avellitur, homogeneæ sub gradu. Vel contra, homogenea sub gradu auferenda est à potestate restituta. Ac postremo quidem casui locus est omnino, cum de radice minore quæritur. Primo vel secundo, cum de majore. At cum aliqua accideret dubitatio in electione radicis majoris, ex arte est, ut coefficientens reducat ad genus magnitudinis resolvendæ, & ex reducta auferatur magnitudo resolvenda, ac demum ex residua eliciatur radix illa major, cujus potestas avulsæ sit restitutoria.

Ad educationem vero lateris singularis secundi, differentia quidem divisorum attenditur, ut in potestatibus adfectis per negationem directam. Est autem excessus penes divisores superiores. At divisio ut plurimum climactice instituenda est.

Quid vero est climactice dividere? In resolutionibus potestatum, sive purarum sive adfectarum promiscue permiscetur ad divisorum inferiorum summam longitudines, plana, solida, plano-plana, plano-solida, & cujuscumque generis magnitudines. Vnde parabola (sic enim eam, quæ ex divisione oritur, magnitudinem Diophantus appellat) sæpe elusoria est. Sic immiscetur in divisoribus superioribus coefficientes longitudines, magnitudinibus expletionum, planis, solidis, & reliquis ulterioris generis scanloris.

Adplicandum esto solidum ad divisorum hujusmodi differentiam. Quoniam igitur divisores diversæ sunt adfectionis, accidet aliquando inter planum expletionis adfectionis addititiæ, & triplum quadratum lateris eliciti, adfectionis ablatitiæ nullam esse aut exiguam differentiam. Omnem aut præcipuam esse circa longitudines, ad quas ideo solidum adplicatum, facit parabolam planam, non longitudinem. Cum igitur parabola ex hujusmodi adplicatione duarum erit figurarum, censebitur plana, & ex ea tanquam quadrato radix educta proxime, si modo consenserint reliqua, latus erit secundum. Sic plano-plano adplicato ad differentiam, si contingat parabolam esse trium figurarum, censebitur solida & ex ea tanquam cubo radix educta proxime, si modo consenserint reliqua, erit latus secundum, & ea per quæcumque genera magnitudinum perpetua arte & methodo.

ANALYTICA potestatum avulsarum.

P R O B L E M A XVI.

E Dato in numeris plano sub latere & data coefficiente longitudine, adfecto multa quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur $370N - 1Q$, æquari $9,261$. Quæritur quanta magnitudo sit $1N$, radix-ve propositi quadrati avulsi.

Est $9,261$ planum sub latere & data coefficiente longitudine 370 , adfectum multa quadrati. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum majus est semisse coefficiente, alterum minus. Immo vero unum est minus radice quadrati $9,261$, alterum majus. Ac proinde cum adplicabitur duplum planum $9,261$ ad 370 , orietur latitudo major radice minore, minor autem radice majore. Atque adeo utraque radix ita occurret.

C c

Para-

Paradigma primum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	3 7	0	sublateralis.
		0	
		N 2 7	
		Q 4 49	
Planum sub latere, multatum lateris resolvendi quadrato.	9 2	6 1	
	Qj	Qj	
Planum restituens.	4		Quadratum lateris primi.
Planum restitutum.	9 6	6 1	
Planum principale minuens.	7 4	0	A latere primo in coëfficientem longitudinem,
Excessus plani restituti, reliquumve resolvendi avulsi quadrato.	2 2	6 1	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	Coëfficiens longitudo.	3	7 0	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.		2 2	6 1	
Divisorum pars inferior.	Duplum lateris primi.		4	
Excessus divisorum superiorum		3	3 0	
Plana addititia		2	8	A latere secundo in duplum primi.
			4 9	Quadratum lateris secundi.
Summa planorum addititiorum.		3	2 9	
Planum ablatitium.		2 5	9 0	A latere secundo in coëfficientem longitudinem.
Excessus plani ablatitii, equalis residuo resolvendo avulso quadrato.		2 2	6 1	

Itaque si 370 N—1 Q, aequetur 9,261. fit 1 N 27 latus unum è duobus, de quibus equalitas potest explicari, ipsumque minus ut indicat limitum præfinitio. Cum autem applicatur planum 9,261, ad longitudinem 27, oritur 343, vel ablata longitudo 27 ex 370, relinquit 343. Itaque latus majus erit 343.

Paradigma alterum analyseos quadrati avulsi, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Quoniam radix quæsitæ est major 185, & idcirco pluribus figuris, quam duabus, exprimenda, ideo planum sub latere majore multatum lateris quadrato acephalum esse arguitur, & prima coëfficientis figura constitueretur radix, consentientibus reliquis.

Coëfficiens

Coëfficiens longitudo	3	7 0	sublateralis.
		0	
		N 3 4	
		Q 9 16	
Planum sub latere multatum lateris resolvendo quadrato.	0	9 2	6 1
	Qj	Qj	Qj
Planum restituens	9		Quadratum lateris primi.
Planum restitutum	9	9 2	6 1
Planum principale minuendum.	1 1	1 0	A latere primo in coëfficientem longitudinem,
Excessus plani principalis, reliquumve resolvendi quadrati avulsi.	1	1 7	3 9

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior.	Coëfficiens longitudo	3 7	0	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.		1	1 7	3 9
Divisorum pars inferior.	Duplum lateris primi.		6	
Excessus divisorum inferiorum.			2 3	0
Plana ablatitia		2	4	A latere secundo in duplum primi
			1 6	Quadratum lateris secundi.
Summa planorum ablatitiorum.		2	5 6	
Planum addititium.		1	4 8	A latere secundo in coëfficientem longitudinem.
Excessus ablatitiorum.		1	0 8	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.			9	3 9

Jam duo latera funguntur vice unius, & fit

III Eductio lateris singularis tertii ut secundi.

Divisorum pars superior.	Coëfficiens longitudo.	3	7 0	
			0	
			N 34 3	
			Q 9	
Reliquum resolvendi quadrati avulsi.		9	3 9	
Divisorum pars inferior.	Duplum lateris primi.		6	8
Excessus divisorum inferiorum.			3	1 0
Plana ablatitia		2 0	4	A latere secundo in duplum primi.
			9	Quadratum lateris secundi
Summa planorum ablatitiorum.		2 0	4 9	
Planum addititium.		1 1	1 0	A latere secundo in coëfficientem.
Excessus addititiorum, equalis residuo resolvendo quadrato avulso.		9	3 9	

Itaque si 370 N—1 Q, aequetur 9,261. fit 1 N 343 latus unum è duobus, de quibus equalitas potest

C c 2

test explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem adplicabitur planum 9, 261 ad longitudinem 343, oritur 27. vel ablata longitudo 343 ex 370, relinquit 27. Itaque latus minus erit 27.

PROBLEMA XVII.

E Dato in numeris solido sub latere, & data coëfficiente plana magnitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur 13, 104 N — 1 C, æquari 155, 520, Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radice propofiti cubi avulsi.

Est 155, 520 solidum sub latere & dato coëfficiente plano 13, 104, adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unius quadratum minus est triente 13, 104, alterum majus. Ac proinde cum adplicabitur triplum solidi 155, 520 ad duplum plani 13, 104, orietur longitudo major radice minore, & minor radice majore. Atque adeo utraque radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos cubi avulsi à solido sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I. Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens planum	131	04	sublaterale.
Solidum sub latere multatum lateris resolvendo cubo.	155	520	
	Cj	Cij	
Solidum restituens.	1		
Solidum restitutum.	156	520	
Solidum principale minuens.	131	04	
Excessus solidi restituti, reliquumve resolvendi cubi avulsi.	25	480	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum.	131	104
Reliquum resolvendi cubi avulsi.		25	480
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	3	
	Triplum latus primum.	3	
Excessus divisorum superiorum.		12	774

Solida

Solida addititia	6	A latere secundo in triplum quadratum primi.
	12	A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
	8	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum additiorum.	728	
Solidum ablatitium.	26	208 A latere secundo in coëfficiens planum.
Excessus solidi ablatitii, æqualis residuo resolvendo cubo avulso.	25	480

Itaque si 13, 104 N — 1 C, æquetur 155, 520. sit 1 N 12 latus unum è duobus, de quibus æqualitas potest explicari, ipsumque minus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem adplicabitur solidum 155, 520 ad 12: Orietur planum 12, 960, compositum ex quadrato majoris & rectangulo sub majore & minore. Idem planum 12, 960 relinquetur, si abs plano 13, 104, auferatur 144 quadratum è 12. Itaque latus majus esto 1 N, ergo 1 Q + 12 N, æquabitur 12, 960. & fiet 1 N 108 latus majus.

Paradigma secundum cubi avulsi à solido sub latere, ad inveniendum radicem majorem.

I. Eductio lateris singularis primi.

Quoniam radix quæ sita est major latere plani 4, 368, trientis 13, 104, nisi autem coëfficiens in anteriora erumpat, orietur & duntaxat ex congrua divisione, argumentum est solidum sub latere multatum resolvendo lateris cubo esse acephalum. Et quoniam radix quadrata coëfficientis plani est 1, commode latus singulare primum constituetur 1.

Subtiliore calculo, quoniam 115 est proxime radix quadrata coëfficientis plani, à cuius cubo 1, 520, 875, cum subducatur ea quæ proponitur resolvenda magnitudo, superest 1, 365, 355, ideo radix solidi illius est trium figurarum, quarum prima est √C 1.

Coëfficiens planum	1310	4	sublaterale.
Solidum sub latere multatum lateris cubo, acephalum.	0	155	520
	Cj	Cij	Cij
Solidum restituens	1		
Solidum restitutum.	1	155	520
Solidum principale minuendum	1	310	4
Excessus solidi principalis, reliquumve resolvendi cubi.		154	880

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum	131	04
Reliquum resolvendi cubi avulsi.		154	880

Cc 3

Divi-

Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	3	
	Triplum latus primum.	3	
Excessus divisorum inferiorum, dividendo, parabola fit o.		198	960

Qui quoniam major est numero dividendo, parabola fit o.

III Eductio lateris singularis tertii, ut secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens planum.	13	104	$\begin{cases} N & 00 & 0 \\ Q & 100 & 64 \\ C & 1000 & 512 \end{cases}$
Reliquum resolvendi cubi avulsi		154	880	
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	30	0	
	Triplum latus primum.		30	
Excessus divisorum inferiorum.		17	196	
Solida ablatitia		240	0	A latere secundo in triplum quadratum primi.
		19	20	A quadrato lateris secundi in triplum latus primum.
			512	Cubus lateris secundi.
Summa solidorum ablatitiorum.		259	712	
Solidum addititium.		104	832	A latere secundo in coëfficiens planum.
Excessus ablatitiorum, equalis residuo resolvendo cubo.		154	880	

Itaque si $13, 104 N - 1 C$, æquetur $155, 520$. fit $1 N 108$.

PROBLEMA XVIII.

E Dato in numeris solido sub quadrato & data coëfficiente longitudine, adfecto multa cubi, latus analytice elicere.

Proponatur $57 Q - 1 C$, æquari $24, 300$. Quæritur quanta sit magnitudo $1 N$, radixve propositi cubi avulsi.

Est $24, 300$ solidum sub quadrato adfectum multa cubi. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari, quorum unum minus est besse 57 , alterum majus, atque adeo sicutrumvis occurret.

Para-

Paradigma primum analyseos cubi avulsi à solido sub quadrato, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	5	7	subquadratica.
Solidum suo multatum cubo.	24	300	$\begin{cases} N & 00 & 0 \\ Q & 9 & \\ C & 27 & \end{cases}$
Solidum restituens.	27		Cubus lateris primi.
Solidum restitutum.	51	300	
Solidum principale minuens.	51	3	A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.
Excessus restituti.	0		

Itaque si $57 Q - 1 C$, æquetur $24, 300$. fiet $1 N 30$ latus unum è duobus, de quibus æqualitas potest explicari, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus quadratum est 900 , ad quod dum adplicatur solidum $24, 300$, oritur latitudo 27 , quantam etiam relinquit 57 post ablatam 30 . Intelliguntur tres proportionales longitudines, quarum tertia sit 27 , composita autem è secunda & prima 30 , latus alterum de quo proposita anceps æqualitas potest explicari componetur ex secunda & tertia. Sit ergo latus alterum $1 N$. $1 Q - 27 N$, æquabitur 810 plano ex 27 in 30 . Et fiet $1 N 45$, latus majus.

Paradigma secundum analyseos cubi avulsi à solido sub quadrato, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	5	7	subquadratica
Solidum sub quadrato multatum lateris cubo.	24	300	$\begin{cases} N & 4 & 5 \\ Q & 16 & 25 \\ C & 64 & 125 \end{cases}$
Solidum restituens.	64		Cubus lateris primi.
Solidum restitutum.	88	300	
Solidum principale minuendum.	91	2	A lateris primi quadrato in coëfficientem longitudinem.
Excessus solidi principalis, reliquumve resolvendi cubi.	2	900	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Planum expletionis, à duplo lateris primi in coëfficientem.	4	56
	Coëfficiens longitudo.		57
Reliquum resolvendi cubi.		2	900
Divisorum pars inferior	Triplum quadratum lateris primi.	4	8
	Triplum latus primum.		12

Diff-

Differentia divisorum.		3 0 3	
Solida ablatitia	2 4	0	A latere secundo in triplum quadratum primi.
	3	0 0	A quadrato secundi in triplum latus primum.
		1 2 5	Cubus secundi.
Summa solidorum ablatitiorum.	2 7	1 2 5	
Solida addititia	2 2	8 0	A latere secundo in planum expletionis.
	1	4 2 5	A quadrato secundi in coefficientem.
Summa solidorum additiorum.	2 4	2 2 5	
Excessus ablatitiorum, equalis residuo resolvendo cubo.	2	9 0 0	

Itaque si $57Q - 1C$, aequetur 24,300. fit $1N$ 45 latus unum è duobus, de quibus aequalitas potest explicari, idemque majus, ut indicat limitum præfinitio. Hujus quadratum est 2,025, ad quod dum adplicatur solidum 24,300, oritur 12, quod etiam relinquit 57 post ablatam 45. Intelliguntur tres proportionales longitudines, quarum prima fit 12, composita ex secunda & tertia 45, latus alterum de quo proposita anceps aequalitas potest explicari, componetur ex prima & secunda. Sit ergo latus illud alterum $1N$. $1Q - 12N$, aequabitur 5,40 & fiet $1N$ 30, latus minus.

De ambiguitate cubi multipliciter adfecti.

Cubus adfectus sub quadrato negatè & latere adfirmatè ambiguus est, quando triplum quadratum è triente coefficientis longitudinis majus est coefficiente plano.

Proponatur $1C - 6Q + 11N$, æquari 6. Quoniam 12 triplum quadratum è triente 6, majus est coefficiente plano 11: ideo $1N$ de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 6, trinum sub iis rectangulum 11. Solidum sub iisdem factum continue 6. Quoniam autem solidum 6 adjunctum 16 cubo duplo è triente coefficientis longitudinis, æquale est solido 22, quod fit à triente coefficientis longitudinis in coefficientis planum: ideo tria latera quæ sita æquali distabunt inter se excessu. Excessus maximi supra 2 trientem coefficientis longitudinis, esto $1N$. $1Q$ æquabitur 1, excessui quo triplum quadratum è triente coefficientis longitudinis præstat plano coefficienti 11. Itaque tria latera erunt 3, 2, 1.

Rursus proponatur $1C - 12Q + 29N$, æquari 18. Quoniam 48 triplum quadratum è triente 12, majus est coefficiente plano 29: ideo $1N$ de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 12, trinum sub iis rectangulum 29. Solidum sub iisdem factum continue 18. Quoniam autem solidum 18, adjunctum 128 cubo duplo è triente 12, majus est solido 116, quod fit ab 4 triente coefficientis longitudinis in 29 coefficientis planum: ideo tria latera quæ sita inæquali distabunt inter se excessu, ac medium quidem & minimum illorum deficient à 4 triente coefficientis longitudinis. Excessus maximi supra 4, esto $1N$. Quoniam 48, majus est 29, per 19. Solidum autem 18, adjunctum 128, majus est solido 116, per 30. Ideo $1C - 19N$, æquabitur 30. Et fiet $1N$ 5. Itaque maximum latus erit 9, medium 2, minimum 1.

Rursus proponatur $1C - 18Q + 95N$, æquari 126. Quoniam 108 triplum quadratum è triente 18, majus est coefficiente plano 95: ideo $1N$ de tribus lateribus potest explicari, quorum summa 18, trinum sub iis rectangulum 95. Solidum sub iisdem factum continue 126. Quoniam autem solidum 126 adjunctum 432 cubo duplo è triente coefficientis longitudinis, minus est solido 570, quod fit à 6 triente coefficientis longitudinis in 95 coefficientis planum: ideo tria latera quæ sita inæquali distabunt excessu, & five maximum, five medium majus erit 6 triente coefficientis longitudinis. Excessus hic vel ille, esto $1N$. Quoniam 108, majus est 95, per 13. Solidum vero 126, adjunctum 432, minus est solido 570, per 12. Ideo $13N - 1C$, æquabitur 12. Et fiet $1N$ 1, vel 3. Itaque 3 erit excessus maximi supra 6. Et 1 excessus medii. Itaque tria latera sunt 9, 7, 2.

Et

Et si proponatur $1C - 9Q + 24N$, æquari 20. Tria latera sunt 2, 2, 5. duo videlicet è tribus sunt inter se æqualia. At cum triplum quadratum è triente coefficientis longitudinis, æquale est coefficienti plano, singula tria latera æqualia sunt. Vt si proponatur $1C - 6Q + 12N$, æquari 8. Tria latera sunt 2, 2, 2.

Cum triplum quadratum coefficientis longitudinis, cederet coefficienti plano, nulla erit in radice ambiguitas: sed resolveretur cubus cum sua duplici adfectione, vel adfectione saltem una, ex arte liberabitur.

Sane, cum solidum sub coefficiente longitudine & coefficiente plano, æquabitur resolvendæ magnitudini: non indigebit res sive expurgatione sive resolutione. Coefficientis enim longitudo ipsa erit radix de qua quæritur. Proponatur $1C - 6Q + 40N$, æquari 240. Quoniam 240, fit ex ductu 6 in 40, erit $1N$ 6. Quod adnotasse fuit opportunum.

PROBLEMA XIX.

E Dato in numeris plano-plano sub latere & data coefficiente solida magnitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analyrice elicere.

Proponatur 27,755 $N - 1Q$, æquari 217,944, Quæritur quanta sit magnitudo $1N$, radixve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 217,944 plano-planum sub latere & dato coefficiente solido 27,755. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari; quorum minoris cubus minor est 6,938 $\frac{3}{4}$ quadrante coefficientis solidi; majoris major. Ac proinde cum adplicabitur quadruplum plano-plani 217,944 ad solidum 27,755; orietur latitudo major radice minore; & minor radice majore. Atque adeo utraque occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi inanis ante devolutionem.

Coëfficiens solidum	27	7 5 5	sublaterale.
Plano-planum sub latere, multatum lateris quadrato-quadrato.	21	7 9 4 4	
		Q Q	Q Q

Quoniam radix minor de qua quæritur cedit lateri cubico solidi 6,938. Itaque prima figura non potest esse 2. Si vero sumatur 1 plano-planum principale, quod minuere non minui oportet, majus esset plano-plano restituto, ideo fit devolutio.

Eductio lateris singularis primi post devolutionem.

Coëfficiens solidum.	2	7 7 5 5	N 8
			Q 64
			C 512
Plano-planum sub latere multatum lateris quadrato-quadrato.	21	7 9 4 4	$Q Q$ 4096
Plano-planum restituens.		4 0 9 6	Quadrato-quadratum lateris primi.
Plano-planum restitutum.	22	2 0 4 0	
Plano-planum principale minuens, æquale plano-plano restituto.	22	2 0 4 0	A latere primo in coefficientis solidum.

Itaque si 27,755 $N - 1Q$, aequetur 217,944. fit $1N$ 8 latus unum, idemque minus, ut indicat limitum præfinitio. Cum autem ad 8 adplicatur plano-planum 217,944, oritur solidum 27,243, quale relinquit factus à radice 8 cubus ablati è solido 27,755. Intelliguntur quatuor continue proportionales cubi, quorum minor extremus fit 512. Adgregatum vero è reliquis tribus 27,243. Cubus autem major extremus $1C$. Ergo $1C + 8Q + 64N$, æquabitur 27,243. & fiet $1N$ 27 latus alterum, idemque majus propositi avulsi quadrato-quadrati.

D d

Para-

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub latere, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens solidum	27	755	sublaterale.
			$\begin{matrix} 0 & 0 \\ N & 2 & 7 \\ Q & 4 & 49 \\ C & 8 & 343 \\ QQ & 16 & 2401 \end{matrix}$
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	21	7944	
	QQj	QQj	
Plano-planum restituens.	16		Quadrato-quadratum lateris primi.
Plano-planum restitutum.	37	7944	
Plano-planum principale minuendum.	55	510	A latere primo in coëfficiens solidum.
Excessus plano-plani principalis, reliquum-ve resolvendi quadrato-quadrati.	17	7156	

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Coëfficiens solidum.	2	7755	
Reliquum resolvendi quadrato-quadrati.		17	7156	
Divisorum pars inferior	Quadruplus cubus lateris primi.	3	2	
	Sextuplum quadratum lateris primi.		24	
	Quadruplum latus primum.		8	
Summa divisorum inferiorum.		3	448	
Excessus divisorum inferiorum.			6725	
Plano-plana ablatitia		22	4	A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.
		11	76	A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.
		2	744	A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.
			2401	Quadrato-quadratum lateris secundi.
Summa plano-planorum ablatitiorum.		37	1441	
Plano-planum addititium.		19	4285	A latere secundo in coëfficiens solidum.
Excessus ablatitiorum, equalis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.		17	7156	

Itaque si 27, 755 N — 1 QQ, aequetur 217, 944. fit 1 N 27 latus unum, idemque majus, ut indicat limitum prescriptio. Cum autem ad 27 applicatur plano-planum 217, 944, oritur solidum 8, 072, quale etiam relinquit factus à radice 27 cubus 19, 683 ablati è solido 27, 755. Intelliguntur quatuor continue proportionales cubi, quorum major extremus sit 19, 683. Adgregatum vero è reliquis tribus 8, 072. Cubus autem minor extremus, esto 1 C. Ergo 1 C + 27 Q + 729 N, aequabitur 8, 072. Et fiet 1 N 8 latus alterum, idemque minus propositi avulsi quadrato-quadrati.

P R O -

PROBLEMA XX.

E Dato in numeris plano-plano sub cubo & data coëfficiente longitudine, adfecto multa quadrato-quadrati, latus analytice elicere.

Proponatur 65C—1 QQ, æquari 1,481,544. Quæritur quanta sit magnitudo 1 N, radix-ve propositi quadrato-quadrati avulsi.

Est 1,481,544. plano-planum sub cubo, & data coëfficiente longitudine 65. Quando autem potestas negatur de homogenea sub gradu, latus est anceps. Itaque ea quæ proponitur æqualitas de duobus lateribus potest explicari. Quorum unum minus est do-drante 65. Alterum majus. Ac proinde cum ad triplum longitudinis 65 adplicabitur quadruplum plano-plani 1,481,544, orietur solidum majus cubo radices minoris, minus vero cubo radices majoris. Atque adeo utraque radix ita occurret.

Paradigma primum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem minorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	65	subcubica.
		$\begin{matrix} 0 & 0 \\ N & 3 & 8 \\ Q & 9 & 64 \\ C & 27 & 512 \\ QQ & 81 & 4096 \end{matrix}$
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	148	1544
	QQj	QQj
Plano-planum restituens.	81	
Plano-planum restitutum.	229	1544
Plano-planum principale minuens.	175	5
Excessus plano-plani restituti, reliquum-ve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	53	6544

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Solidum expletionis, à coëfficiente in triplum quadratum lateris primi.	1755	
	Planum expletionis, à coëfficiente in triplum latus primum.	585	
	Coëfficiens longitudo.	65	
Reliquum resolvendi avulsi quadrato-quadrati.		53	6544
Divisorum pars inferior	Quadruplus cubus lateris primi.	108	
	Sextuplum quadratum lateris primi.	54	
	Quadruplum latus primum.	12	
Excessus divisorum superiorum.		6	7895

Dd 2

Plano-

Plano-plana addititia	8 6 4	A latere secundo in quadruplum cubum lateris primi.
	3 4 5 6	A quadrato lateris secundi in sextuplum quadratum primi.
	6 1 4 4	A cubo lateris secundi in quadruplum latus primum.
	4 0 9 6	Quadrato-quadratum lateris secundi.
Summa plano-planorum additiorum.	1 2 7 5 1 3 6	
Plano-plana ablatitia	1 4 0 4 0	A latere secundo in solidum expletionis.
	3 7 4 4 0	A quadrato lateris secundi in planum expletionis.
	3 3 2 8 0	A cubo lateris secundi in coefficientem longitudinem.
	1 8 1 1 6 8 0	
Summa plano-planorum ablatitiorum.	5 3 6 5 4 4	
Excessus ablatitiorum, aequalis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.		

Itaque si 65 C — 1 Q Q, aequetur 1, 481, 544. fit 1 N 38 latus unum, è duobus de quibus aequalitas potest explicari, ipsumque minus, ut indicat limitum praefinitio. Hujus cubus est 54,872, ad quem dum adplicatur plano-planum 1, 481, 544, oritur latitudo 27, quantam etiam relinquit longitudo 38, ablata è 65. Intelliguntur quatuor continue proportionales, ex quarum prima, secunda, & tertia componatur 38, quarta vero sit 27. Vnde summa omnium 65, quanta est coefficientis. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda, & tertia. Tertia esto 1 N. Igitur 1 C + 27 Q + 729 N, aequabitur 27, 702 solido facto à 38 data in 729 quadratum quarta. Itaque tertia erit 18, secunda 12. Atque adeo latus majus 57.

Paradigma secundum analyseos quadrato-quadrati avulsi à plano-plano sub cubo, ad inveniendum radicem majorem.

I Eductio lateris singularis primi.

Coëfficiens longitudo	65	subcubica.	
Plano-planum multatum resolvendo quadrato-quadrato.	1 4 8 1 5 4 4		
Plano-planum restituens.	6 2 5		
Plano-planum restitutum.	7 7 3 1 5 4 4		
Plano-planum principale minuendum.	8 1 2 5		
Excessus plano-plani principalis, reliquumve resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	3 9 3 4 5 6		

II Edu-

II Eductio lateris singularis secundi.

Divisorum pars superior	Solidum expletionis, à coefficiente in triplum quadratum lateris primi.	4 8 7 5
	Planum expletionis, à coefficiente in triplum latus primum.	9 7 5
	Coëfficiens longitudo.	6 5
	Reliquum resolvendi avulsi quadrato-quadrati.	3 9 3 4 5 6
Divisorum pars inferior	Quadruplus cubus lateris primi.	5 0 0
	Sextuplum quadratum lateris primi.	1 5 0
	Quadruplum latus primum.	2 0
	Summa divisorum inferiorum.	5 1 5 2 0
Summa divisorum superiorum.		4 9 7 3 1 5
Excessus divisorum inferiorum.		1 7 8 8 5
Plano-plana ablatitia		3 5 0
		7 3 5 0
		6 8 6 0
		2 4 0 1
Summa plano-planorum ablatitiorum.		4 3 0 6 0 0 1
Plano-plana addititia		3 4 1 2 5
		4 7 7 7 5
		2 2 2 9 5
		3 9 1 2 5 4 5
Summa plano-planorum additiorum.		3 9 1 2 5 4 5
Excessus ablatitiorum, aequalis residuo resolvendo avulso quadrato-quadrato.		3 9 3 4 5 6

Itaque si 65 C — 1 Q Q, aequetur 1, 481, 544. fit 1 N 57 latus unum, è duobus de quibus aequalitas potest explicari, ipsumque majus, ut indicat limitum praefinitio. Hujus cubus est 185,193 ad quem dum adplicatur plano-planum 1, 481, 544, oritur latitudo 8, quantam etiam relinquit longitudo 57 ablata è 65. Intelliguntur quatuor continue proportionales, ex quarum prima, secunda & tertia componatur 57, quarta vero sit 8. Vnde summa omnium 65 coefficientis. Latus igitur alterum componetur ex quarta, secunda & tertia. Tertia esto 1 N. Igitur 1 C + 8 Q + 64 N, aequabitur 3, 648, solido facto à 57 data in 64 quadratum quarta. Itaque tertia erit 12, secunda 18, atque adeo latus minus 38.

D d 3

C o n-

CONSECTARIUM GENERALE AD ANALYSIN PTESTATVM AFFECTARVM,

Et preceptorum quæ ad eam pertinent, relectio.

Ergo in analysi potestatum affectarum eadem omnino locum habent præcepta, quæ in analysi purarum. Quicquid præterea mysterii est, versatur præcipue in situ coefficientium subgradualium magnitudinum, ac earum quas diximus, expletionis, ab ipsis videlicet coefficientibus, & eliciundis singulariter lateribus, aut eorum parodicis ad potestatem gradibus, effectarum.

Præceptum primum.

De singularibus potestatibus per puncta designandis, & coefficientium ordine, & situ.

Prima igitur cura esto, ut quot puncta singularium potestatum adnotabuntur sub figuris, pergendo à dextra ad lævam, tot puncta conditionaria gradus, quem metitur coefficientis, adnotentur supra figuras, pergendo quoque à dextra ad lævam, & in ultima secunde coefficientis consistat.

Nempe si coefficientis est sublateralis, quot puncta singularium potestatum adnotabuntur, tot adnotentur puncta lateralia, nulla videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-quadratica est, tot puncta quadratica, una videlicet figura intermedia relicta.

Si sub-cubica, tot puncta cubica, duabus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-quadratica, tot puncta quadrato-quadratica, tribus videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-quadrato-cubica, tot puncta quadrato-cubica, quatuor videlicet figuris intermediis relictis.

Si sub-cubo-cubica, tot puncta cubo-cubica, quinque videlicet figuris intermediis relictis. Et ita in infinitum.

Præceptum secundum.

De educendo latere singulari primo, & efficiendis ab eodem homogeneis cum resolvenda magnitudine comparandis.

Secunda cura esto, ut latus singulare primum eruatur sub ultimo adnotato singularium potestatum puncto, quod quidem primum occurrit, dum è contrario à læva tenditur ad dextram. Et potestas lateris singularis ducti adnotetur congruenter, ita videlicet ut desinat sub sibi adducto puncto.

Idem latus singulare, vel ejus parodicus gradus, qualem coefficientis metitur, ducatur in coefficientem, vel coefficientes subgraduales, & facta hujusmodi homogenea adnotentur quoque congruenter, ita videlicet ut desinant in sedibus sibi adductis.

Et ita demum adnotata, tum potestas lateris singularis ducti, tum effectæ magnitudines potestati homogeneæ, comparentur cum proposita magnitudine resolvenda. Distinguendæ autem sunt *ἁπλως*.

Casus primus.

Enimvero, si adfectio est per affirmationem, tunc potestas lateris singularis ducti, & effectæ magnitudines ei homogeneæ auferentur è proposita magnitudine resolvenda. cum alioqui, quando resolvenda proponitur magnitudo pura, auferenda sit sola singularis potestas prima. Qua igitur methodo elicietur latus illud singulare primum, ne deludatur Analysta? Et in conspicuo est habendam esse tum magnitudinis propositæ resolvendæ, tunc coefficientium rationem. Sed posthabita coefficientis ratio Analystam non eludet, quando coefficientis semota est longe in posteriora à puncto potestati singulari primæ

primæ adducto. Quod enim latus congrueret, si quæ proponitur resolvenda magnitudo esset pura, idem adsumetur ad latus singulare primum.

Cum autem in anteriora prorumpit coefficientis, argumentum est, homogenea adfectionum majora esse lateris de quo quæritur potestate. Et erit consentaneum, opus à divisione inchoare. Itaque si divisor major est dividendo, fiet secessio, devolutiove coefficientis subgradualis in succedens sibi adductum punctum, idque toties donec locus sit divisioni.

Et quot secedet punctis coefficientis subgradualis, quæ nimis prorumpit in anteriora exiliens magnitudinis resolutioni expositæ terminos, tot secedent coefficientes quæque in sibi adducta loca. Ac denique tot delebuntur subus singularium potestatum puncta, sub quibus alioquin erat primi lateris instituenda ductio.

Ita autem à divisione resolvendæ potestatis per coefficientem magnitudinem opus inchoabitur, ut lex homogeneorum maneat illa. Nempe,

Si resolvenda magnitudo est cubus, aliud-ve solidum; coefficientis vero planum: ea quæ ex adplicatione, divisione-ve oritur magnitudo, radix esto.

At si coefficientis est longitudo, id quod oritur quadratum esto, & quadrati ortivi radix proxima veræ subnotator: quandoquidem, cum solidum adplicatur ad longitudinem, id quod oritur planum est.

Æque, si magnitudo resolvenda sit quadrato-cubus, aliud-ve plano-solidum; coefficientis vero planum: quod oritur cubus esto, & cubi etiam radix proxima veræ subnotator. quandoquidem, cum plano-solidum adplicatur ad planum, id quod oritur solidum est. Et ea constanti in omnibus potestatibus & coefficientibus, methodo.

At cum neque in posteriora secedit vel prorumpit in anteriora coefficientis subgradualis magnitudo, sed in eadem prope commissura existit, tunc homogenea sub gradu & ea coefficiente potestatem lateris singularis propemodum adæquat, & sive à radicis educatione opus inchoet Analysta, sive à divisione, sentiet non raro se deludi. Itaque magis est, ut in ea *ἀπορία* suum artificium prodat. Quod erit hujusmodi.

Expendet coefficientis radicem pro suo magnitudinis genere; ipsam videlicet coefficientem, si coefficientis longitudo est; vel latus quadrati si planum; vel latus cubi si solidum, & eo continuo ordine, & ab ea radice potestatem efficiet resolvendæ propositæ magnitudini homogeneam, & deinceps comparandam. Radix autem prima differentiarum inter ambas erit latus singulare primum educendum. Aut etiam reducet coefficientes, & eam, quæ resolvenda proponitur, magnitudinem ad idem magnitudinis genus, & reductarum sumera resolvenda differentiam, & radix prima differentiarum erit, ut ante, latus singulare primum educendum.

Casus secundus.

Quod si adfectio fuerit per negationem à potestate, potestas quidem singularis lateris auferetur propositæ magnitudini resolvendæ. At eidem addetur homogenea sub gradu & coefficiente.

Et si coefficientis sub gradu homogeneam negatam pluribus constet punctis conditionariis, quam resolvenda proposita magnitudo, prout unumquodque magnitudinis genus exposcit, designandis: talis magnitudo censetur mutila & ἀνέφελος. Itaque tot numeralibus circulis à dextra ad lævam attolletur, quot deesse videbuntur ad explendum punctorum conditionariorum coefficientis numerum. Radix autem coefficientis secundum suum magnitudinis genus expendetur, & statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto nempe coefficientis longitudo, resolvenda vero planum. Quot igitur binis figuris constabit planum, si tot simplicibus constet longitudo, dicentur ambæ magnitudinis punctis conditionariis æquari. Et coefficientis ipsius prima à læva ad dextram figura, statuetur latus singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Esto coefficientis planum, resolvenda vero solidum. Quot igitur ternis figuris constabit solidum, si tot binis constet planum, dicentur ambæ longitudines punctis conditionariis æquari. Et radix prima coefficientis ipsius tanquam quadrati sub puncto congruo æstimanda, latus erit singulare primum resolvendæ potestatis adfectæ.

Etea constanti in omnibus potestatibus & coefficientibus, methodo.

Si

Si vero non pluribus conditionariis punctis constet coëfficiens, sed tamen eo loci prompat, ut dubitationi possit esse locus quanta eligenda radix vel parabola: ideo ne divisio frustra sit, & de novo opus inchoare necesse habeat delusus Analysta. Tunc, ut arte magis omnia procedant, tam coëfficiens, quam resolvendæ magnitudines ad idem magnitudinis genus reducuntur. Et ex earum ita reductarum summa (quandoquidem per negationem adfectio est) radix elicitur consentanea, & retinebitur.

Casus tertius.

Quod adfectio fuerit per affirmationem mixtim & negationem à potestate: Effecta quidem sub coëfficientibus affirmatis homogenea, una cum potestate lateris educendi, erunt ablativa magnitudini resolvendæ: At contra effecta sub coëfficientibus negatis erunt additiva. Itaque ad educendum latus singulare primum, locus erit permixtim antecedentibus quoque præceptis.

Casus quartus.

At quando potestas ab homogenea sub gradu avellitur, avulsam eam restituit potestas lateris singularis primi, & restituta deminuitur ab homogenea de qua negatur, vel homogeneam minuit. Semper autem inchoandum est opus à divisione, cum de minore radice quæritur, & restituta potestas ab homogenea sub gradu deminuitur. Cum vero quæritur de majore, reducitur coëfficiens ad idem magnitudinis genus, & ex excessu elicitur radix potestatis avulsæ restitutoria, secundum ea quæ in epidigmati adnotata sunt.

Præceptum tertium.

De divisorum constitutione, ordine, & situ, post educationem lateris singularis primi.

Tertia cura esto, ut post educationem primi lateris singularis, & emendatam congrua subductione expositam resolutioni magnitudinem, dividentes scansoria in suo collocentur situ & ordine, tam superius quam inferius. Ac inferius quidem collocentur multiplices laterum elicitorum gradus parodici, ipsimet qui dividerent in analysi puræ potestatis, ut pote

In analysi quadrati, duplum lateris eliciti.

In analysi cubi, Prima, dividens scansoria magnitudo, triplum lateris eliciti. Secunda, triplum quadratum ejusdem.

In analysi quadrato-quadrati, Prima, quadruplum lateris eliciti. Secunda, sextuplum quadratum ejusdem. Tertia, quadruplus cubus ejusdem.

In analysi quadrato-cubi, Prima, quintuplum lateris eliciti. Secunda, decuplum quadratum ejusdem. Tertia, decuplus cubus ejusdem. Quarta, quintuplum quadrato-quadratum ejusdem.

In analysi cubo-cubi, Prima, sextuplum lateris eliciti. Secunda, decuquintuplum quadratum ejusdem. Tertia, vigecuplus cubus ejusdem. Quarta, decuquintuplum quadrato-quadratum ejusdem. Quinta, sextuplus quadrato-cubus ejusdem. Et ita deinceps.

Et occupent multiplices gradus illi, sedes sibi designatas inter puncta singularium potestatum, ut pote laterales, sedem laterum. Quadrata, sedem quadratorum. Cubi, sedem cuborum, &c.

Superius autem ipsæ coëfficiens magnitudines inter dividentes adscribantur, & idcirco moveantur identidem in succedentia puncta sibi addicta. Et præterea, secundum condiciones graduum, quos coëfficientes illæ metiuntur, multiplicentur: repleantur dividendis reliquis sedes intermedia, inter puncta ipsis subgradualibus addicta.

Nempe, si coëfficiens sub-quadratica est, Quoniam in resolutione quadrati dividens est duplum lateris eliciti; ducatur coëfficiens in duplum lateris eliciti, & effecta vocetur magnitudo expletionis; & è dividendis esto: & præito proxime coëfficientem è regione figuræ numeralis intermedia, quam designata quadratica puncta superius reliquerunt.

Si coëfficiens sub-cubica est, Quoniam in resolutione cubi dividens prima magnitudo, est triplum latus primum. Secunda, lateris primi triplum quadratum, ideo sunt quoque

que è dividendis magnitudines expletionum duæ, ipsam coëfficientem ordine præeuntes. Prima effecta abs coëfficiente in lateris eliciti triplum. Secunda, abs coëfficiente in lateris eliciti triplum quadratum. Ac prima quidem è regione figuræ intermedia, quæ prima est ad lævam ab ea in quam coëfficiens desinit, consilito. Secunda è regione secundæ.

Et si coëfficiens sub-quadrato-quadratica est, Sinto è dividendis ob eam, quæ jam satis inculcata est, rationem, magnitudines tres expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima coëfficienti proxima, effecta à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum. Secunda è coëfficiente in lateris eliciti sextuplum quadratum. Tertia à coëfficiente in lateris eliciti quadruplum cubum.

Et si coëfficiens sub-quadrato-cubica est, Sinto è dividendis magnitudines quatuor expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente illa in quintuplum lateris eliciti. Secunda, abs eadem in decuplum quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Tertia, abs eadem in decuplum cubum lateris eliciti. Quarta, abs eadem in quintuplum quadrato-quadratum lateris eliciti.

Et si coëfficiens sub-cubo-cubica est, Sinto è dividendis magnitudines quinque expletionum, coëfficientem ipsam ordine præeuntes. Prima & coëfficienti proxima, effecta abs coëfficiente & sextuplum lateris eliciti. Secunda abs eadem in quindecuplum quadratum ejusdem. Tertia, abs eadem in vigecuplum cubum ejusdem. Quarta, abs eadem in quindecuplum quadrato-quadratum lateris eliciti. Quinta, abs eadem in sextuplum quadrato-cubum lateris eliciti.

Et eo continuo ordine & progressu.

Præceptum quartum.

De educatione lateris singularis secundi.

Quarta cura esto, ut post congruentem situm dividendum, si quidem fuerint ejusdem adfectionis, adgregentur illæ, & per eorum adgregatum divisio instituat ad eliciendum latus secundum.

Si sint diversæ, ut pote, si quæ sit coëfficiens negata, ipsa, cum suis expletionum scansoria eandem retinentibus adfectionem, partem unam facito, reliquæ dividentes reliquam. & quotus erit excessus in magnitudinis, quæ resolvenda proponitur, reliquo, Tantum esto latus singulare secundum, siquidem parabola una numerali figura contenta est, quoniam excessus ad magnitudinis gradum, qui potestati proxime succedit, pertinet. At cum parabola duarum figurarum est, excessus ad succedentem gradum pertinet, ideoque non erit longitudo, sed planum. Vnde ei proximius numero quadratum, statuitur quadratum lateris singularis secundi. Et si parabola trium est figurarum, ipsa erit solidum, & ei proximior numero cubus, statuetur cubus lateris singularis secundi, & eo climactico in infinitum progressu, ut hæc ad caput analyseos potestatum avulsarum jam ante adnotata sunt.

Præceptum quintum.

De efficiendis à latere secundo homogeneis, & cum reliquo magnitudinis genere comparandis.

Quinta cura esto in coëfficiendis potestati homogeneis ex ductu eliciti lateris novi, vel ejus parodici graduum, in constitutas magnitudines dividentes.

Si de resolutione cubi agitur, latus secundum ducatur in multiplex quadratum primi, in aliaque dividenda plana, siue coëfficiens, siue scansorium expletionis; lateris vero secundi quadratum in multiplex latus primum, & in coëfficientem longitudinem.

Si de resolutione quadrato-quadrati, latus secundum ducatur in multiplex cubum primi, in aliaque dividenda solida; quadratum ejusdem in multiplex quadratum primi, in aliaque plana; cubus in multiplex latus primi, aliasque dividentes longitudes.

E c

Si

Si de resolutione quadrato-cubi, latus secundum ducatur in multiplex quadrato-quadratum primi, in aliaque diuidentia plano-plana; quadratum ejusdem in solida; cubus in plana; quadrato-quadratum in longitudines.

Si de resolutione cubo-cubi, latus secundum ducetur in multiplex quadrato-cubum primi, in aliaque diuidentia plano-solidi; quadratum ejusdem in plano-plana; cubus in solida; quadrato-quadratum in plana; quadrato-cubus in longitudines.

Et ita in infinitum.

Adgregabuntur autem facta hujusmodi homogenea, cum fuerint ejusdem adfectionis. Quod si diversa, quæ sient à coefficiente negante una, vel pluribus, & suis intermediis expletionum scanforiis, partem unam faciunt, Reliqua homogenea reliquam.

Et si summa homogenearum primo casu; vel differentia secundo; magnitudinis resolvendæ reliquo fuerit æqualis, opus erit absolutum. Sin minus, & supersit punctum potestati additum, duo jam elicitæ latera fungentur vice unius, & deinceps subeunda erit tertia cura, & reliquæ expositæ, donec ad finem opus perducatur.

Præceptum Sextum.

Ad eliciendum radices proximas veris, alioquin irrationales.

Si autem singularia latera omnia jam sint elicitæ, id est, nullum supersit punctum potestati additum; neque tamen primo casu summa homogeneorum; vel secundo differentia, sit ipsi reliquo magnitudinis resolutioni expositæ æqualis: argumentum erit latus esse irrationale. Quo itaque proximum eliciatur majus minus-ve, summæ elictorum laterum singularium adjungetur fragmentum, cujus numerator erit reliquum magnitudinis resolvendæ. Ad denominatorem vero sumentur divisores iidem, qui essent, si aliquod punctum potestati additum superesset denuo resolvendum. Quod & in analysi purarum potestatum potuit observari.

Vel, resolvendæ magnitudini adfectæ addentur, ut in puris, conditionarii secundum genera magnitudinum numerales circuli, id est bini in quadratis, terni in cubis, quaterni in quadrato-quadratis, & eo deinceps ordine. Quin coefficientibus magnitudinibus *ισομετρικῶς* addi intelligentur tot quoque numerales circuli, quot exposcet graduum ipsis homogeneorum condicio, singuli si longitudo, bini si planum, terni si solidum, & eo in infinitum progressu. Enimvero

Proponatur $1C + 6N$, æquari 8. Quoniam 6 est magnitudo plana: $1C + 600N$, æquabitur 8,000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et $1C + 6,00,00N$, æquabitur 8,000,000. & erit radix hæc ad primam centupla.

Et si proponatur $1C + 6Q$, æquari 8. Quoniam hic 6 est longitudo: $1C + 60Q$, æquabitur 8,000. & erit hæc radix ad illam decupla. Et rursus $1C + 600Q$, æquabitur 8,000,000. & erit hæc radix ad primam propositam centupla.

Et si proponatur $1QQ + 6C$, æquari 8. Quoniam 6 est longitudo: $1QQ + 60C$, æquabitur 8,0000. & hæc radix erit ad primam decupla. Vel $1QQ + 600C$, æquabitur 8,0000,0000. & hæc radix erit ad primam propositam centupla. Et ita de reliquis, per ea quæ de isomæria in tractatu de Emendatione Aequationum tradita sunt.

Quid vero si $1N$ est explicabilis sub nota asymmetriæ, quærat autem sub ea specie exhiberi? & id per artem non denegabitur, sicut ex iis quæ superius citato tractatu exposita sunt, manifestum sit. Hic autem esto

EXPLICITVS DE NUMEROSA POTESTATVM RESOLUTIONE TRACTATVS.

FRAN-



FRANCISCI VIETÆ EFFECTIONVM GEOMETRICARVM Canonica recensio.

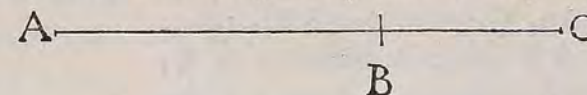


Effectiones Geometricas quibus aequationes omnes quæ quadratorum metam non excedunt, commode explicentur, ita canonicè recenseo.

PROPOSITIO I.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ addere.

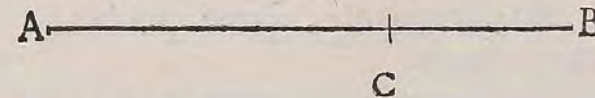
Opus additionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ AB, BC . Oportet alteram alteri addere. Continuetur AB longitudine BC . Dico factum esse quod oportuit. Compositam enim esse AC ex AB, BC .



PROPOSITIO II.

Datam rectam lineam datæ rectæ lineæ majori auferre.

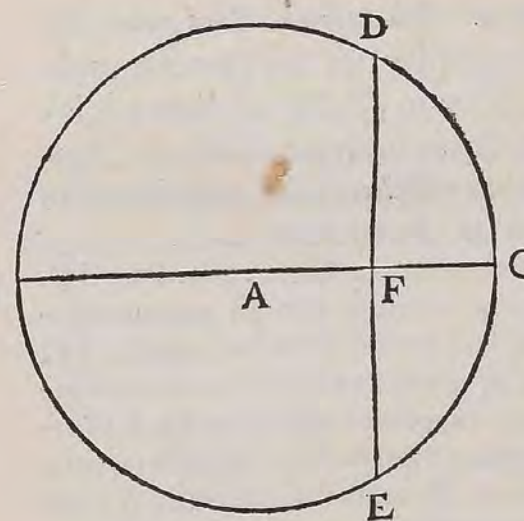
Opus subductionis. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales AB, BC . Oportet ex AB majore, minorem auferre. Ex AB abscindatur BC . Dico factum esse quod oportuit. Differentiam enim inter AB & BC , esse AC .



PROPOSITIO III.

Describere tres lineas rectas proportionales.

Sub A centro, intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter BAC . Sumantur autem in contrarias partes circumferentiæ CD, CE æquales; & connexa DE secet BC in F . Dico factum esse quod oportuit. Proportionales enim esse BF, FD, FC .



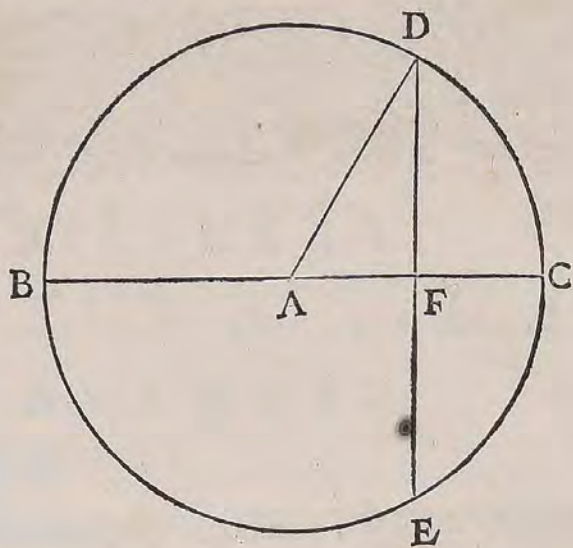
E c 2

PRO.

PROPOSITIO IV.

Describere triangulum rectangulum.

Repetita superiore constructione connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Triangulum enim esse AFD, ipsumque rectangulum, quoniam angulus AFD est rectus, ut demonstratur in Elementis.



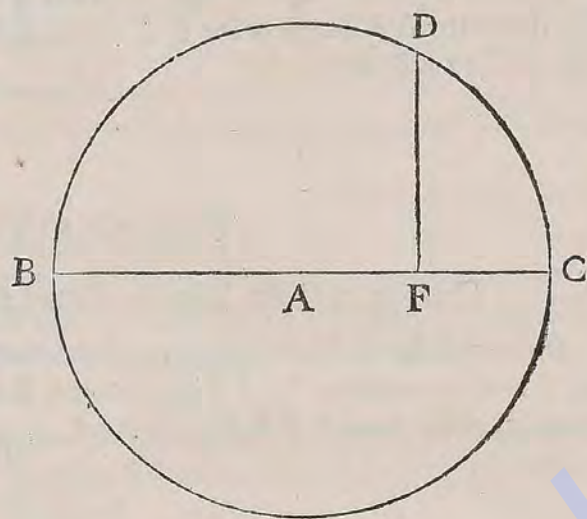
PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, invenire mediam inter eas proportionalem.

Opus multiplicationis. Illud enim est, Datis lateribus invenire planum, sive exhibere quadratum ipsi plano æquale. Traditum est autem quod fit ab extremis planum, æquale esse mediæ quadrato.

Sint datæ duæ rectæ lineæ BF, FC. Oportet invenire mediam inter eas proportionalem. Continuetur BF longitudine FC, & BC secetur bifariam in A: Et è centro A intervallo AB vel AC describatur circulus, & excitetur ad punctum F perpendicularis, abscindens circumferentiam in D. Dico factum esse quod oportuit. Mediam enim quæsitam esse DF, ut manifestum fit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Sic dato plano, datur quadratum æquale.

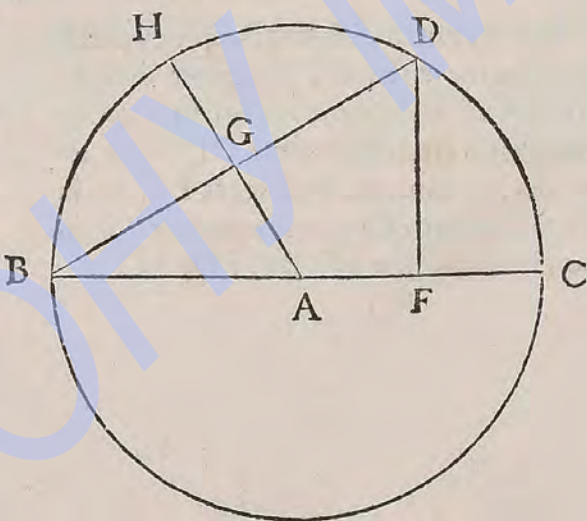


PROPOSITIO VI.

Datis duabus lineis rectis, invenire tertiam proportionalem.

Opus adplicationis. Illud enim est, Datum planum seu plano æquale quadratum, rectæ adplicare & latitudinem ortivam exhibere. Quadratum videlicet mediæ adplicatur ad primam, & oritur tertia.

Sint datæ duæ lineæ rectæ BF, FD. Oportet invenire tertiam proportionalem. Inclinentur ad rectos angulos BF, FD, & connectatur BD, quæ secetur bifariam ad rectos angulos à recta AH interceptante ipsam BD in G, ipsam vero BF in A. Et centro A, intervallo AB vel AD describatur circulus, ad cuius circumferentiam protrahatur BF in C. Di-



co fa-

eo factum esse quod oportuit. Ad datas enim BF, FD tertiam proportionalem quæsitam esse FC, ut manifestum fit ex descriptione canonica trium proportionalium.

Minus autem effectiiones canonice sunt.

- 1 Datis tribus lineis rectis, invenire quartam proportionalem.
- 2 Facere ut numerum ad numerum, ita lineam rectam ad rectam de qua quæritur, cæteris datis.
- 3 Facere ut quadratum ad quadratum, ita lineam rectam ad rectam de qua quæritur, cæteris datis.
- 4 Facere ut lineam rectam ad rectam, ita quadratum ad quadratum lateris de quo quæritur, cæteris datis.

Quæ tamen si quando juvant habentur ex Elementis. Sed neque frequentes effectiiones omnino regulares sunt, at commendandæ tamen propter frequentem earum usum & impendium.

PROPOSITIO VII.

Datis trianguli rectanguli duobus lateribus circa rectum, invenire latus tertium.

Opus additionis planorum. Docuit nempe Pythagoras, Quadrata à lateribus circa rectum, æquari quadrato lateris reliqui.

Quod etiam principia analytica arguunt ex ipsa descriptione trianguli. Traditum est enim ex analyticis, aggregatum duorum laterum, dum ducitur in differentiam laterum, facere differentiam quadratorum. Aggregatum autem ex AD seu BA & AF, est BF, Et differentia inter AD seu AC & AF, est FC. BF autem ducta in FC, facit quadratum ex DF. Itaque quadratum ex DF est differentia quadrati ex AD & quadrati ex AF. Et per artis translationem, quæ dicitur antithesis, quadratum ex AD est summa quadratorum ex AF & DF.

Sint data duo latera trianguli rectanguli ipsum angulum rectum ambientia AF, FD. Oportet invenire latus tertium, quod angulum rectum subtendit. Inclinentur igitur AF, FD ad angulos rectos & connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim de quo quæritur esse AD, subtendens DFA rectum angulum trianguli, factum à datis AF, FD.

PROPOSITIO VIII.

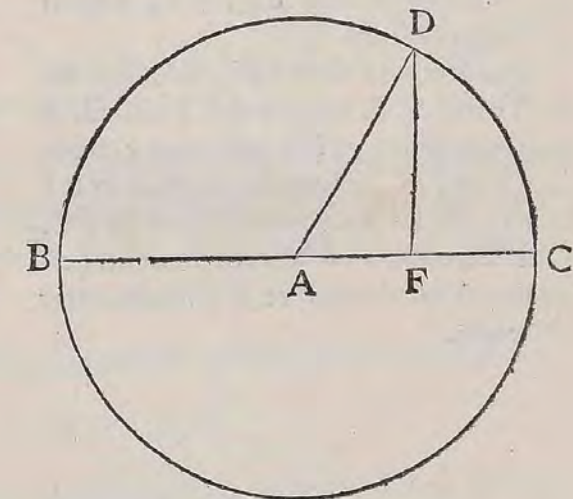
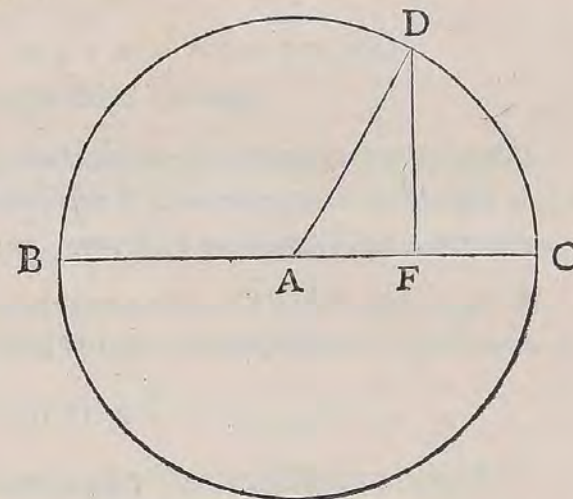
Dato latere subtendente angulum rectum trianguli, & uno è reliquis, invenire latus tertium.

Opus subtractionis planorum. Sint data duo latera trianguli rectanguli, unum AC, quod subtendit angulum rectum, alterum AF insistens circa rectum illum. Oportet invenire latus reliquum.

Centro A intervallo AC describatur circulus, Sed ex AC abscindatur AF, & ad punctum F excitetur perpendicularis in AC, eaque secet circumferentiam in D, & connectatur AD. Dico factum esse quod oportuit. Latus enim DF esse quæsitum, ambiens angulum rectum in triangulo AFD, cuius data fuerunt reliqua latera AF & AD, id est AC.

Ec 3,

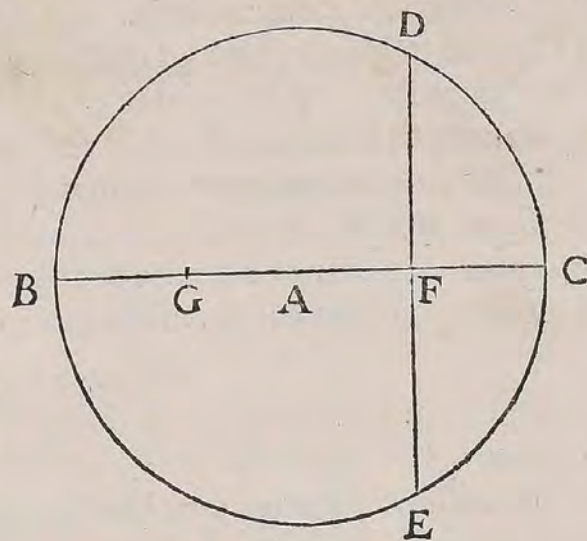
PRO-



PROPOSITIO IX.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum minoris extremæ adjunctum rectangulo sub differentia extremarum & ipsa minore extrema, æquatur mediæ quadrato.

Exponatur canonicum diagramma trium linearum rectarum proportionalium, & intelligitor FC minor extrema, cui æqualis ponatur BG, unde differentia inter BF majorem extremam & BG, id est FC minorem extremam, sit FG. Dico quadratum ex CF adjunctum rectangulo sub CF, FG, æquari quadrato ex DF. Nam quadratum ex CF aliter est factum ex CF in GB. Itaque duo hæc facta ex CF in GB, & CF in FG valent factum ex CF in FB. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas.



CONSECTARIUM AD MECHANICEN
quadrati adfecti adjunctione plani sub latere

Itaque cum proponetur A quadratum, plus B in A, æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum querentur extrema, quarum minor erit A, de qua queritur.

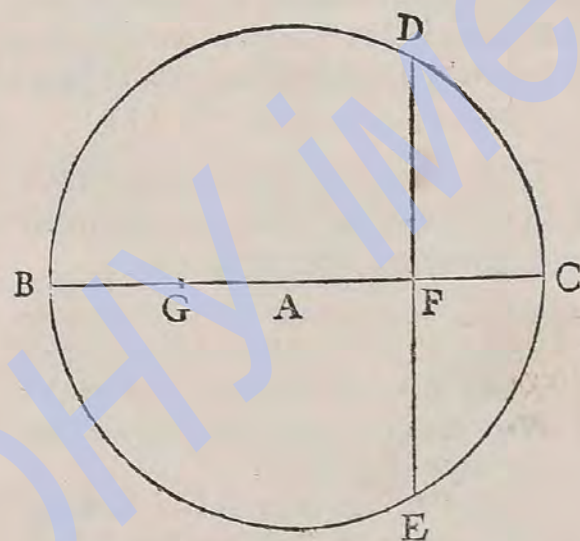
Uthic ex datis GF, FD constituentur proportionales BF, FD, FC. Et erit FC minor quæsitæ. Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthefin demonstrat.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: quadratum majoris extremæ, multatum rectangulo sub differentia extremarum, & ipsa majore extrema, æquatur mediæ quadrato.

Repetatur proxime antecedens constructio. Dico quadratum ex BF, minus rectangulo sub BF, GF, æquari quadrato ex DF.

Quadratum enim ex BF, valet factum ex BF in GF, & insuper ex BF in BG. A quadrato igitur ex BF auferatur factum ex BF in FG, relinquitur factum ex BF in BG, id est ex constructione in FC. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas.



CON-

CONSECTARIUM AD MECHANICEN QVADRATI
adfecti multa plani sub latere.

Itaque cum proponetur A quadratum, minus B in A æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B differentia earumdem. Et ex media & differentia extremarum querentur extrema, quarum major erit A, de qua queritur.

Vt hic ex datis GF, FD constituentur proportionales BF, FD, FC. Erit BF major quæsitæ. Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthefin demonstrat.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: rectangulum sub composita ex extremis & harum altera majore minoreve, multatum ejusdem alterius quadrato, æquatur mediæ quadrato.

Exponatur canonicum diagramma trium proportionalium. Dico rectangulum sub BC, FC, minus quadrato ex FC, æquari quadrato ex DF.

Et rursus rectangulum sub BC, BF, minus quadrato ex BF, æquari quadrato ex DF.

Quoniam enim BC est composita ex BF, FC, ideo factum ex BC in FC valet factum ex BF in FC, & FC in FC, hoc est quadratum ex FC. Cum itaque ex facto BC in FC auferetur quadratum ex FC, relinquetur factum ex BF in FC. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas. Atque id esto primum.

Æque quoniam BC composita est ex CF, FB, ideo factum ex BC in BF valet factum ex CF in BF, & BF in BF, hoc est quadratum ex BF. Cum itaque ex facto BC in BF auferetur quadratum ex BF, relinquetur factum ex CF in BF. Cui facto sub extremis consequenter æquale est quadratum ex DF media inter extremas. Vt secundo loco fuit demonstrandum.

CONSECTARIUM AD MECHANICEN PLANI
sub latere negati de quadrato.

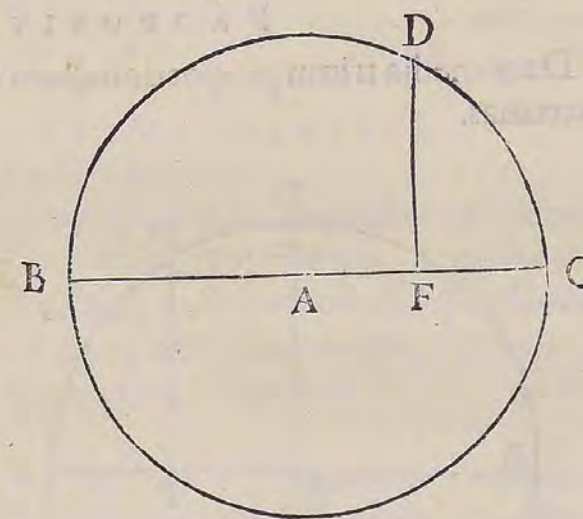
Itaque cum proponetur B in A, minus A quadrato æquari D quadrato: intelligetur D media inter extremas, B aggregatum earumdem. Et ex media & aggregato extremarum querentur extrema, quarum alterutra erit A, de qua queritur.

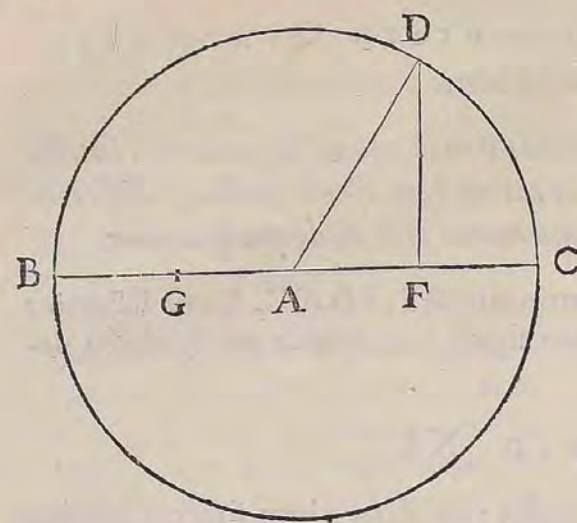
Vt ex Zeteticis poterat argui, & jam figura Geometrica per synthefin demonstrat.

PROPOSITIO XII.

Data media trium proportionalium & differentia extremarum, invenire extremas.

Mechanice

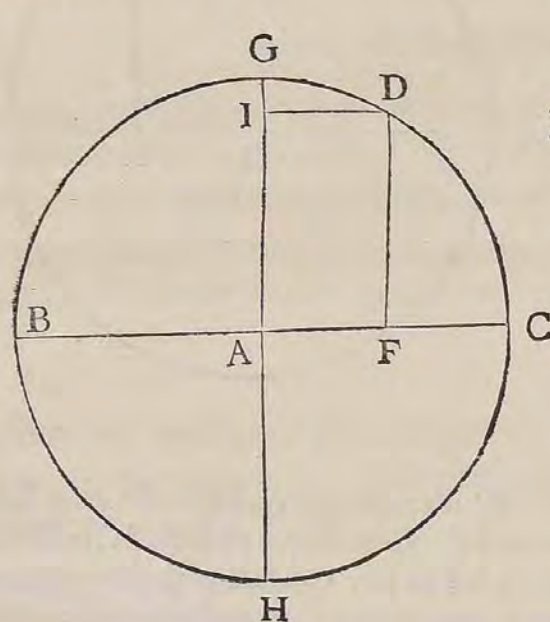




Itaque ab æqualibus AB, AC subducendo æquales AG, AF, remanent BG, FC æquales. Est autem GF differentia inter BF & BG, seu FC. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIII.

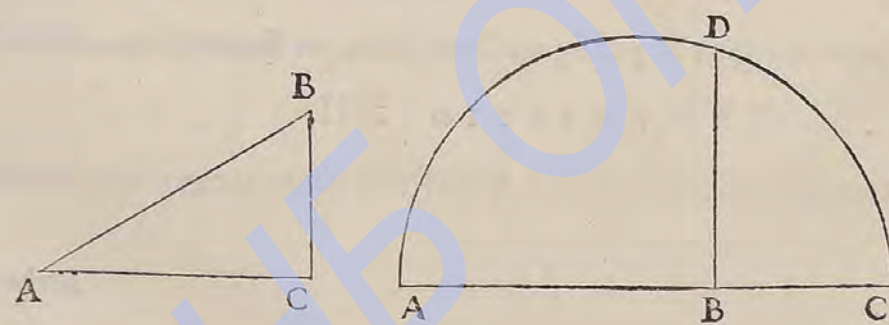
Data media trium proportionalium & adgregato extremarum, invenire extremas.



nim quæsitæ esse BF, FC, ex quibus composita est BC data. Et fit media inter eas proportionales DF seu IA, id est E data.

PROPOSITIO XIV.

Quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendicularum ejusdem, proportionale est inter quadratum perpendiculari & quadratum idem perpendiculari continuatum basis quadrato.



Sit triangulū rectangulū ABC, media vero inter AB hypotenusam & BC perpendicularum, sit BD. Dico quadratum ex BD proportionale

Mechanice quadrati adfecti sub latere.

Sit data FD media trium proportionalium, data quoque GF differentia extremarum. Oportet invenire extremas.

Inclinentur GF, FD ad angulos rectos, & secetur GF bifariam in A. Centro autem A intervallo AD, describatur circulus, ad cujus circumferentiam producantur AG, AF, in punctis B, C.

Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim inveniendas esse BF, FC, inter quas media proportionalis est FD. Et ipsæ BF, FC differunt per FG, quandoquidem AF & AG constructæ sunt æquales, & AC, AB constructæ quoque æquales.

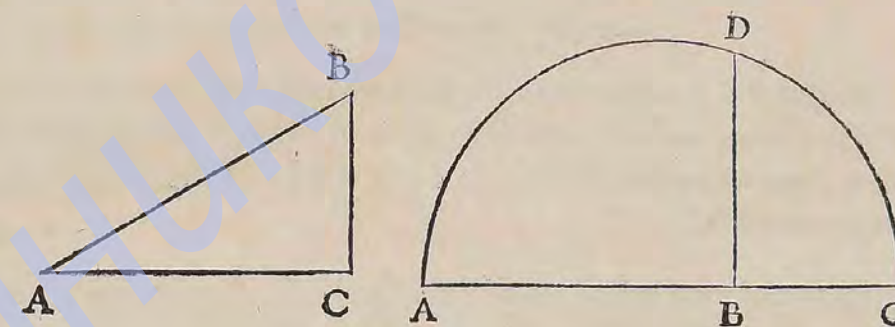
Mechanice plani sub latere negati de quadrato.

Sit data E media trium proportionalium, & BC adgregatum extremarum. Oportet invenire extremas. Secetur BC bifariam in A, & centro A intervallo AB vel AC describatur circulus. Sed & diametrum BAC secet ad angulos rectos altera diameter GAH, & ex AG abscindatur AI, æqualis ipsi E. Et per I ducatur recta ipsi BC parallela interceptans circumferentiam in D puncto, à quo cadat in BC perpendicularis DF ipsi IA æqualis, & parallela. Dico factum esse quod oportuit. Extremas enim

nale esse inter quadratum ex BC & idem quadratum ex BC plus quadrato ex AC. Quoniam enim proportionales sunt BA, DB, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab eis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AB, quadratum ex DB, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AB per interpretationem, est quadratum ex BC plus quadrato ex AC.

Idem quadratum à media proportionali inter hypotenusam trianguli rectanguli & perpendicularum, proportionale est inter quadratum hypotenusæ & quadratum idem hypotenusæ multatum basis quadrato.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatum est) quadratum ex AB, quadratum ex BD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, fit quadratum ex AB minus quadrato ex AC.



CONSECTARIUM AD MECHANICEN
quadrato-quadrati adfecti sub quadrato.

Itaque, Si A quadrato-quadratum, plus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato-quadrato. Intelligetur B basis trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & hypotenusam. Et ex media & base, quæretur A perpendicularum.

Vt hic ex datis AC, BD, quæretur BC. Cum ex resolutione expositi primo loco analogismi, quadrato-quadratum ex BC plus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex BC, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

Et si A quadrato-quadratum, minus B quadrato in A quadratum, æquetur D quadrato-quadrato. Rursus B intelligetur basis trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & hypotenusam. Et ex media & base, quæretur A hypotenusam.

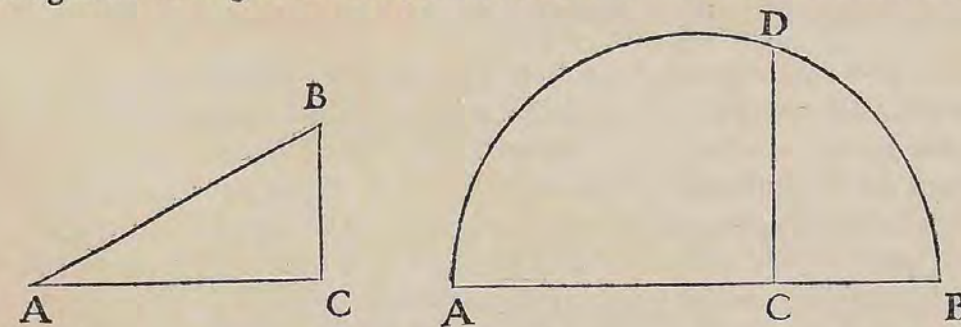
Vt hic ex datis AC, BD, quæretur AB. Cum ex resolutione expositi secundo loco analogismi, quadrato-quadratum ex AB minus plano-plano sub quadrato ex AC & quadrato ex AB, æquetur quadrato-quadrato ex BD.

PROPOSITIO XV.

Quadratum à media proportionali inter basin trianguli rectanguli & perpendicularum ejusdem, proportionale est inter quadratum basis, & quadratum hypotenusæ multatum ipso basis quadrato.

Vel etiam inter quadratum perpendiculari, & quadratum hypotenusæ multatum ipso perpendiculari quadrato.

Sit triangulum rectangulum ABC, media vero inter latera circa rectum AC, BC, sit



CD. Dico quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex AC & quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

F f

Quo-

Quoniam enim proportionales sunt AC, CD, BC. Ideo proportionalia quoque sunt quæ ab iis fiunt quadrata, videlicet quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex BC per interpretationem, est quadratum ex AB minus quadrato ex AC.

Vel etiam dico, quadratum ex CD proportionale esse inter quadratum ex BC & quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

Cum sint proportionalia (ut jam adnotatum est) quadratum ex AC, quadratum ex CD, & quadratum ex BC. Ipsum autem quadratum ex AC per interpretationem, sit quadratum ex AB minus quadrato ex BC.

CONSECTARIVM AD MECHANICEN

plano-planum sub quadrato negati de quadrato-quadrato.

Itaque si B quadratum in A quadratum, minus A quadrato-quadrato, æquetur D quadrato-quadrato. Intelligetur B hypotenusæ trianguli rectanguli, D media inter perpendicularum & basin. Et ex media & hypotenusa, queretur A basis vel perpendicularum.

Vt hic ex datis AB, DC, quæretur AC vel BC. Cum ex resolutione analogismi primo positi, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex AC minus quadrato-quadrato ex AC, æquetur quadrato-quadrato ex CD.

Vel etiam ex resolutione analogismi secundo loco expositi, plano-planum sub quadrato ex AB & quadrato ex BC minus quadrato-quadrato ex BC, æquetur quadrato-quadrato ex DC.

PROPOSITIO XVI.

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum secundæ & tertiæ, dantur secunda & tertia.

Enimvero sunt quoque proportionales,

I Tertia plus prima,

II Potens illas quadrato,

III Tertia. Qua in serie datur media & differentia extremarum. Data autem media & differentia extremarum, dantur extrema. Per propositionem XII hujus.

Exposita autem analogia, quam alioquin firmavit Zetesis, perspicua est ex æquatione in quam resolvitur. Faciunt enim extrema, quadratum tertiæ plus rectangulo ex prima in tertiam, id est plus quadrato secundæ; quæ duo quadrata æquant quadratum mediæ.

Et vero Propositio hæc inter canonicas adscribitur, quoniam parasceve est ad Mechanicæ quadrato-quadrati adfecti sub quadrato. Itaque magis est ut ipsum opus integrum præ oculis subjiciatur. Propositum igitur esto,

Data prima trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum secundæ & tertiæ, invenire proportionales.

Sit data prima trium proportionalium AB, quæ vero potest quadrata singularum reliquarum BC. Oportet invenire secundam & tertiam. Inclinentur ad angulos rectos AB, BC, & secetur AB bifariam in D, & centro D intervallo DC describatur circulus abscindens ipsam AB productam hinc inde in punctis E, F, & sit E punctum versus B, & F versus A: & fiat AE diameter alterius circuli, ad quam producat BG. Dico proportionales de quibus queritur, esse GB quidem secundam, BE vero tertiam. Proportionales enim esse AB, BG, BE imprimis constat vel ex canonico trium proportionalium diagrammate. Superest igitur ut subtenfa GE æquetur ipsi BC datæ. Id autem ita fit manifestum. Quoniam enim FD, DE sunt æquales ex constructione, nam utraque semidiameter est circuli primum

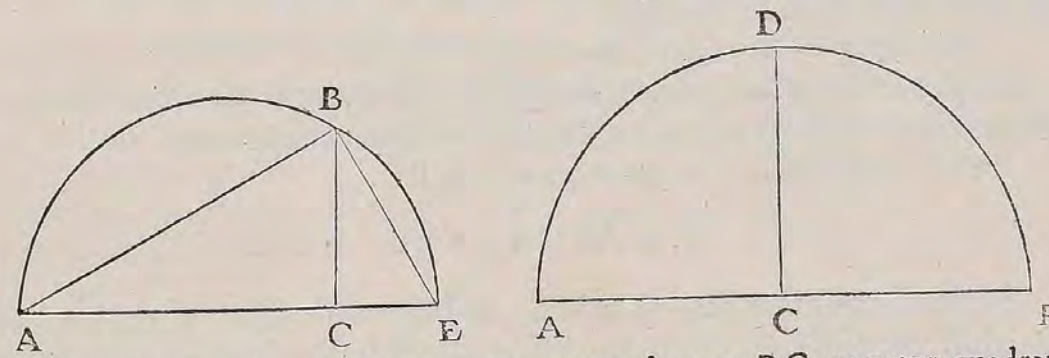
primum descripti, & æquales quoque ex constructione AD, DB. Ergo sunt quoque æquales FA, BE; & rursus æquales FB, AE, facta subductione & additione equalium ab æqualibus. Media autem proportionalis inter EB, BF, est BC ex prædicto canonico diagrammate. Media quoque inter EB & AE id est ipsam BF, est GE. Quare ipsa GE eadem est quæ BC. Quod ostendisse oportuit.

Ad datam igitur AB primam, & BC potentem quadrato duas reliquas, inventæ sunt tres proportionales AB, BG, BE. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO XVII.

Si quadratum mediæ inter perpendicularum trianguli rectanguli & hypotenusam applicetur ad basin: perpendicularum proportionale est inter basin & eam cujus quadratum æquale est differentiæ inter quadratum latitudinis oriundæ ex ea adplicatione & quadratum perpendiculari.

Sit trianguli rectanguli hypotenusæ quidem AB, basis AC, perpendicularum BC; mediæ vero proportionalis inter AB & BC, sit CD, cujus quadratum cum applicabitur ad AC, faciat latitudinem CE. Sed & quadratum ipsius BC applicetur ad AC, & fa-



ciat latitudinem CE. cujus quadratum una cum quadrato ex BC, æquetur quadrato ex BE. Dico BE esse æqualem ipsi CF. Itaque CE esse eam cujus quadratum æquale sit differentiæ inter quadratum ex CF seu BE, & quadratum ex BC. Et consequenter inter eam & AC proportionalem esse BC, ut decernit propositio.

Est enim ut AC ad CD, ita CD ad CF, ex constructione. Est quoque, ut AC ad BC, ita AB ad BE, ex triangulorum ACB, ABE similitudine. Quadratum autem ex CD æquale est ex hypothese rectangulo ex BC in AB. Quare eadem mediæ est inter AC & CF, & inter AC & BE. Itaque BE & CF sunt æquales, atque demonstrata est Propositio.

PROPOSITIO XVIII.

Data base trianguli rectanguli, & mediæ proportionali inter hypotenusam & perpendicularum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

I. Basis,

II. Perpendicularum,

FF 2

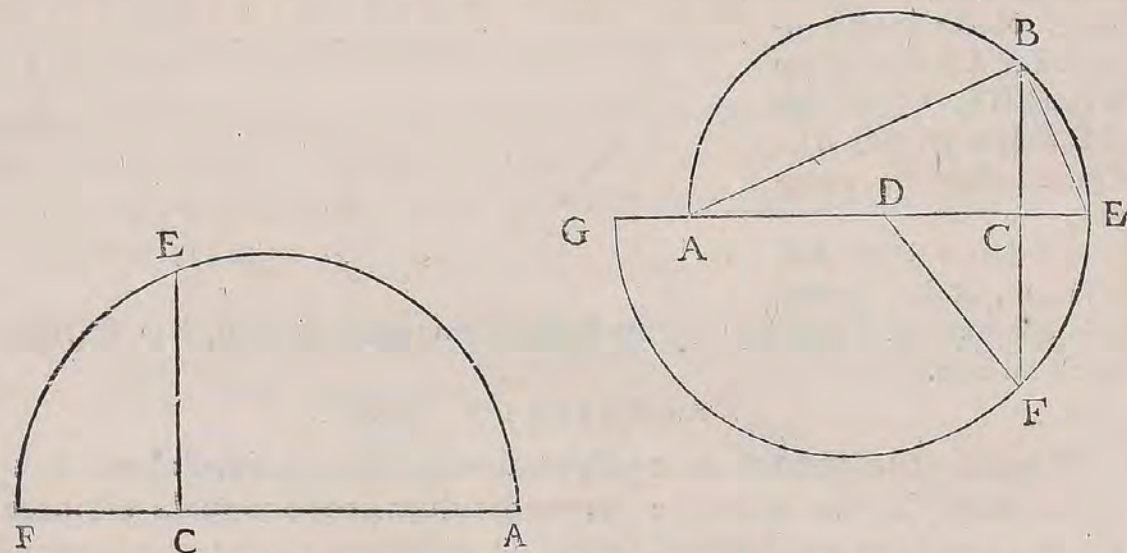
III. Latus

III. Latus quadrati, æqualis differentia inter quadratum perpendiculi & quadratum latitudinis, quam facit media quadratum adplicatum basi. Qua in serie datur prima & latus quadrati, æqualis adgregato quadratorum à duobus reliquis. Itaque dabuntur duæ reliquæ per propositionem XVI.

Est autem Mechanice quadrato-quadrati, adfecti sub quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Qua de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto,

Data base trianguli rectanguli, & media inter hypotenusam & perpendiculum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data AC basis trianguli rectanguli, & data quoque CE media inter hypotenusam & perpendiculum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datam AC adplicetur



quadratum ex CE, faciens latitudinem CF. Deinde inclinetur CF perpendiculariter ad AC, sectaque AC bifariam in D, describantur proportionales CE, CF, CG. Et fiat AE diameter circuli, & ejus circumferentia cadat perpendiculum BC. Dico ACB triangulum esse de quo queritur, cujus videlicet basis est ipsa AC data. Cum autem sit ut AC ad AB, ita BC ad BE, id est CF, ut opus indicat, & antecedens demonstravit. CE vero media sit inter AC & CF, consequens est mediam quoque esse CE inter AB & BC. Quare factum est quod oportuit.

Idem autem Problema potuit ita enunciari.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est differentia quadratorum ab extremis, invenire extremas.

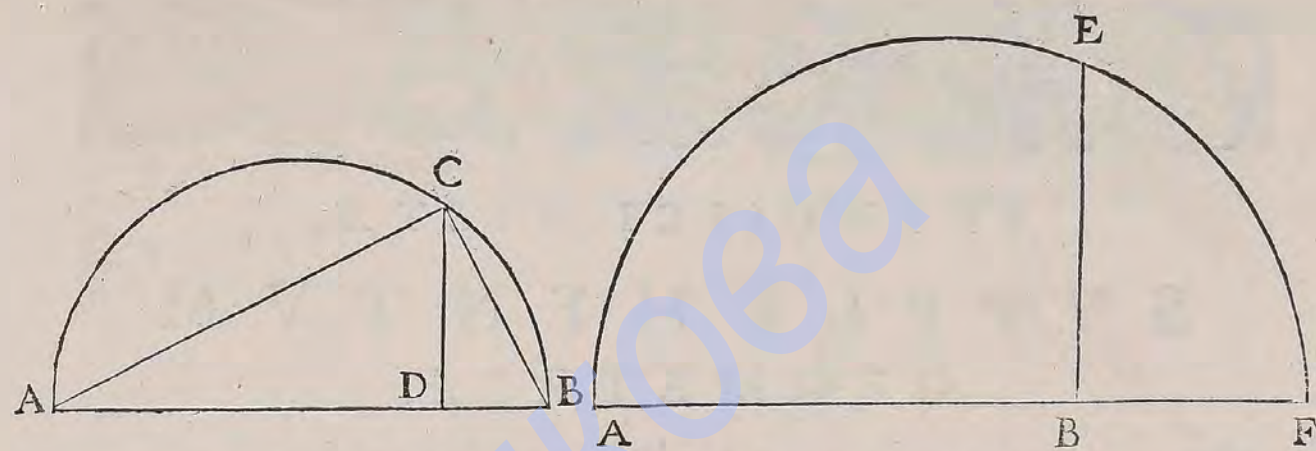
Vt hic data AC & CE, inveniuntur AB, BC.

PROPOSITIO XIX.

Si quadratum mediarum inter basin & perpendiculum trianguli rectanguli, adplicetur ad hypotenusam: Quæ oritur latitudo, erit proportionalis inter duo segmenta hypotenusæ; quorum primi quadratum adjectum quadrato latitudinis, æquat quadratum basis; secundi vero quadratum eidem quadrato latitudinis adjectum, æquat quadratum perpendiculi.

Sit trianguli rectanguli hypotenusam quidem AB, basis AC, perpendiculum BC, media inter basin & perpendiculum BE, cujus quadratum adplicatum ad AB, faciat latitudinem BF. Cadat autem CD perpendiculariter à puncto C in AB. Sunt igitur proportionales AD segmentum primum hypotenusæ, CDeducta, & DB segmentum hypotenusæ reliquum. Dico DC esse æqualem ipsi BF. Itaque BF esse proportionalem inter AD, cujus quadratum adjectum quadrato CD æquet quadratum AC basis, & DB, cujus quadratum eidem quadrato CD adjectum æquet quadratum CB perpendiculi, ut decernit Theorema.

Est enim ut AB ad BE, ita BE ad BF ex constructione. Est quoque ut AB ad CB, ita AC ad CD ex similitudine triangulorum ACB, ADC. Quadratum autem ex BE valet



valet rectangulum CB in AC. Ergo eadem media est inter AB & BF, quæ inter AB & CD. Ideoque BF & CD sunt æquales. Atque adeo rata est propositio.

PROPOSITIO XX.

Data hypotenusam trianguli rectanguli, & media proportionali inter basin & perpendiculum, datur triangulum.

Enimvero proportionales sunt ex antecedente propositione,

- I. Hypotenusæ segmentum unum,
- II. Latitudo quam facit media quadratum adplicatum ad hypotenusam,
- III. Hypotenusæ segmentum alterum.

Qua in serie datur media & adgregatum extremarum. Ac quadratum quidem latitudinis prædictæ, adjectum quadrato unius & segmentis hypotenusæ, efficit quadratum unius & lateribus circa rectum. Adjectum vero quadrato segmenti alterius, efficit quadratum quoque lateris reliqui.

Est autem Mechanice plano-plani sub quadrato negati de quadrato-quadrato. Itaque in canonicarum numerum adscribitur. Qua de causa opus ipsum integrum consentaneum est exhibere. Propositum igitur esto,

Data hypotenusam trianguli, & media proportionali inter latera circa rectum, exhibere ipsum triangulum.

Sit data AB hypotenusam trianguli, & data quoque AC media proportionali inter latera circa rectum. Oportet exhibere ipsum triangulum. Ad datas AB, AC inveniatur

tertia proportionalis AD, & fiat AB diameter circuli, in quam ad rectos angulos demittatur & circumferentia recta FE ipsi AD æqualis, & subtendantur AF, FB. Dico ipsa AF, FB esse latera circa rectum quaesita, atque adeo triangulum, de quo queritur esse AFB, cujus quidem hypotenusam est AB data. Similia namque triacula rectangula sunt AFE, AFB. Itaque est ut FE ad AF, ita FB ad AB. Sed ex constructione est FE id est AD ad AC, ita AC ad AB. Quare AC proportionalis est inter AF, FB.

Ad datam itaque AB hypotenusam, & AC mediam proportionalem inter latera circa rectum, exhibitum est ipsum triangulum AFB. Quod facere oportebat.

Idem autem Problema ita potuit concipi.

Data media trium proportionalium, & ea cujus quadratum æquale est adgregato quadratorum ab extremis, invenire extremas.

Vt hic data AC media, & AB potente extremas quadrato, inveniuntur ipsæ extremæ AF, FB.



FRANCISCI VIETÆ
S V P P L E M E N T V M
G E O M E T R I Æ.

P O S T V L A T V M.



D supplendum Geometrie defectum, concedatur

A quovis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere, interceptam ab iis præfinito possibili quocumque intersegmento.

Vt cum alioqui ad educendas lineas rectas præstituenda essent regulariter duo puncta, hic secundi puncti præstitutionem suppleat præfinita inter duas longitudo.

Hoc autem concessio, conceditur

A quovis puncto ad duas lineas rectas concurrentes & indefinite continuatas, aliam insuper lineam rectam ducere, ab iis interceptam longitudine quacumque.

Item. A quovis puncto in area circuli vel circumferentia signato, ad quamvis lineam rectam cum circulari concurrentem & indefinite continuatam, aliam insuper lineam rectam ducere, interceptam longitudine quacumque.

Et opus quidem illud videtur absolvisse Nicomedes sua conchoide prima, hoc sua conchoide secunda. Postulatum autem omnino admisit Archimedes. At idem proposuit parabolas & helicas describere, immo etiam helicas tangere.

Ac descriptione quidem helices, fit ut linea recta ad lineam rectam, ita angulus ad angulum. Itaque describitur intra vel circa circulum polygonum quodcumque. Sed non ideo scitur laterum quæ arcibus subtenduntur ad diametrum, vel inter se, ratio. Magnitudo autem tunc demum data intelligitur secundum analytica principia, cum ita exhibetur re, ut quemadmodum inter homogeneas adfecta sit, innotescat.

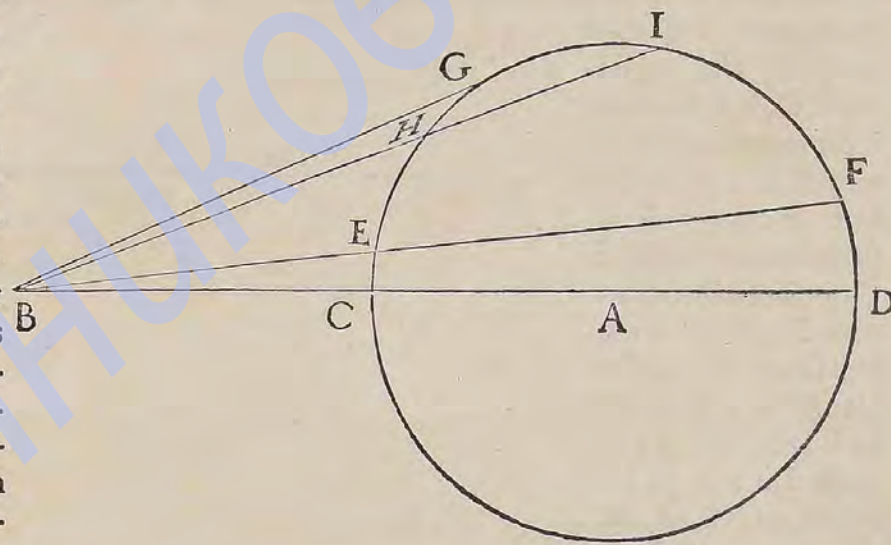
Quod autem tactu helices proposuit Archimedes, exhiberi lineam rectam circumferentia circuli aequalem, non satis constat. Exhibet sane lineam rectam majorem ambitu cuscusculumque polygoni circulo inscripti, minorem autem ambitu cuscusculumque polygoni circumscripti. an igitur circulari aequalem? Exhibetur angulus minor quocumque obtuso, major vero quocumque acuto. an igitur rectus? Si vere Archimedes, fallaciter conclusit Euclides. Sed hæc commodius disceptabuntur post tradita analytica angularium sectionum.

P R O P O S I T I O I.

Si duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulumeductæ ipsum secant, una per centrum, altera secus, pars autem exterior ejus quæ ducitur

citur per centrum minor sit proportionali inter alterius partem interiorem & partem exteriorem. Potest ab eodem puncto duci illa proportionalis, ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta eum quoque circulum secet.

Circulum sub A centro descriptum, secant duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto,eductæ. Vna BCD transiens per A centrum, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF. Sit autem BC minor media proportionali inter BE, EF. (Hoc autem accidet omnino, si quando EF est major ipsa BE: quoniam BC minima est incidentium circulo ab eodem B puncto, proportionalis autem media inter BE, EF major erit ipsa BE.) Dico abs B posse duci eam proportionalem ita ut incidat circulo, & ulterius porrecta ipsum quoque circulum secet. Circulum enim eundem tangat BG. Erit igitur BG major

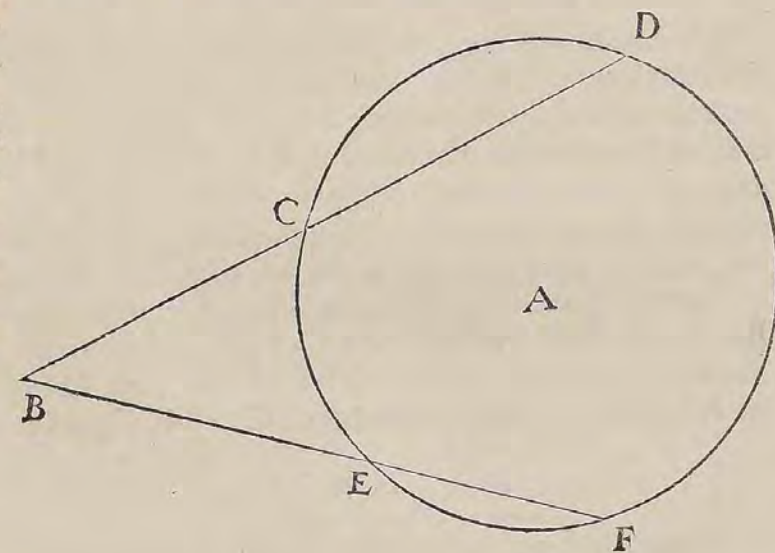


proportionali inter BE, EF. Nam est BG proportionalis inter BE & totam BF. Quare incidens educenda consistet inter puncta C, G. Constat sane in H. Porrecta igitur BH ulterius secabit eundem circulum, ut pote in I. Et constat propositum.

P R O P O S I T I O II.

Si duæ lineæ rectæ ab eodem puncto extra circulumeductæ ipsum secant, una per centrum, altera secus: est secans prima ad secantem secundam, sicut pars exterior secundæ ad partem exteriorem primæ.

Circulum sub A centro descriptum, secant duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto,eductæ. Vna BCD, altera BEF. Vnde partes exteriores secantium sint BC, BE. Dico esse BD ad BF, sicut BE ad BC. Ostensum est enim in elementis, id quod fit sub BD, BC, æquari ei quod fit sub BF, BE. Quare constat propositum.

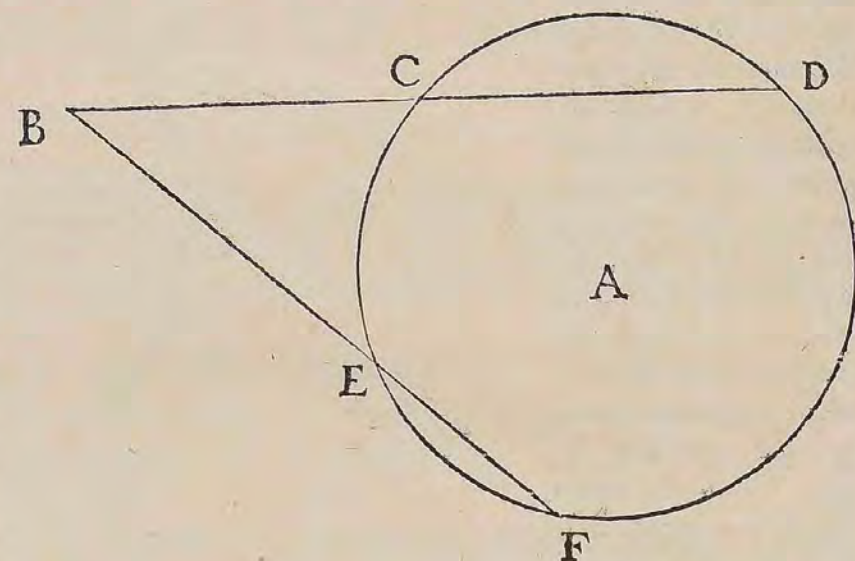


P R O -

PROPOSITIO III.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secant, pars autem exterior primæ sit proportionalis inter partem anteriorem secundæ & partem anteriorem ejusdem: erit quoque pars exterior secundæ proportionalis inter partem anteriorem primæ & partem anteriorem ejusdem.

Sub A centro descriptum circulum, secant duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Una in punctis C, D; altera in punctis E, F; unde partes exteriores secantium sint BC, BE; interiores CD, EF: sit autem BE proportionalis inter BC, CD. Dico BC fore quoque proportionalem inter BE, EF. Quoniam enim ab eodem B puncto circulum secant BCD, BEF: ideo est ut BE ad BC, ita BD ad BF. Ex hypothese autem est CD ad BE, ut BE ad BC. Quare est CD ad BE, sicut BD ad BF, & per subtractionem est CD ad BE, sicut BC ad EF. Consequenter ut CD ad BE, ita est BE ad BC, & ita BC ad EF: Itaque BC proportionalis est inter BE, BF. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO IV.

Si duæ lineæ rectæ à puncto extra circulum eductæ ipsum secant, quod autem sit sub partibus exterioribus eductarum, æquale sit ei quod sit sub interioribus: exteriores partes permutatim sumptæ, erunt continue proportionales inter partes interiores.

Sub A centro descriptum circulum, secant duæ lineæ rectæ ab eodem B puncto extra circulum sumpto, eductæ. Una quidem in punctis C, D; altera in punctis E, F: unde partes exteriores secantium sunt BC, BE; interiores CD, EF: quod autem sit sub BC, BE, æquale sit ei quod sit sub DC, EF. Dico inter DC, EF esse continue proportionales BC, BE, eas adsumendo permutatim; ut videlicet interiorem partem primæ secantis sequatur pars exterior secantis secundæ; vel interiorem secundæ pars exterior primæ: nempe esse ut DC ad BE, ita BE ad BC, & ita BC ad EF.

Quoniam enim id quod sit sub CD, EF, æquale est ex hypothese ei quod sit sub BC, BE: ideo est ut CD ad BE, ita BC ad EF; per synæresin, ut CD ad BE, ita BD ad BF. Sed ex ratione constructionis est BE ad BC, sicut BD ad BF. Ergo est ut CD ad BE, ita BE ad BC, & ita consequenter BC ad EF. Quod erat demonstrandum.

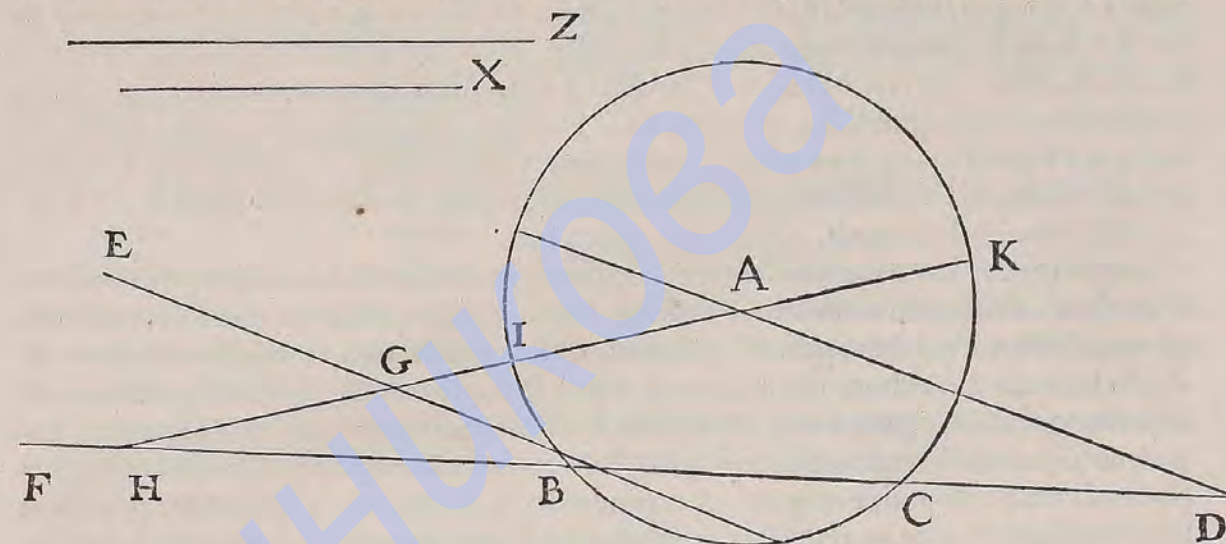
PROPOSITIO V.

Datis duabus lineis rectis, invenire inter easdem duas medias continue proportionales.

Sint datæ duæ lineæ rectæ Z, X. Oportet invenire inter Z & X duas medias continue proportionales. Sit Z major, X minor.

Cen-

Centro A intervallo AB, æquali dimidiæ Z describatur circulus: cui inscribatur BC ipsi X æqualis. Producat autem B C in D, facta BD dupla ipsius BC, & jungatur DA cui agatur parallela BE indefinita: producat etiam D B indefinite in F, & ab A puncto ducatur ad duas BE, BF recta K A I G H; secans ipsas quidem BE, BF in punctis

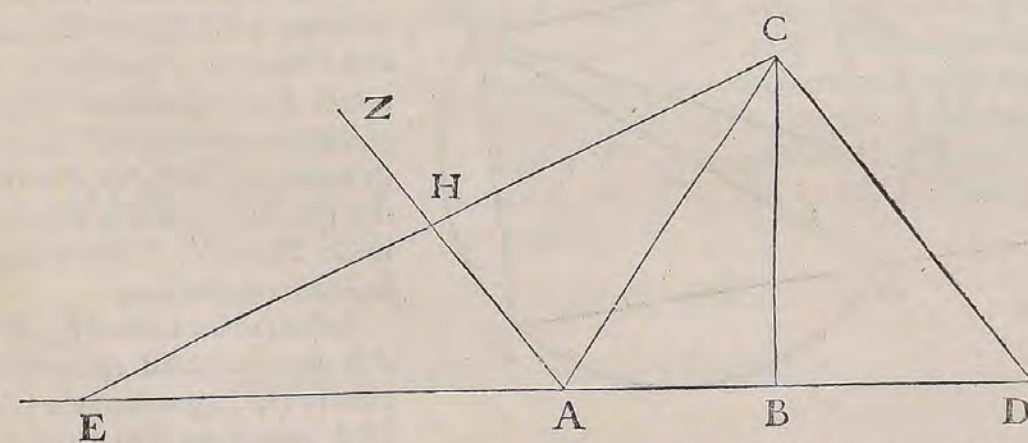


G, H, ita ut GH sit æqualis ipsi AB; circulum vero in punctis I, K, quorum proximius ipsi H sit I. Dico continue proportionales esse IK, HB, HI, BC. Quoniam enim constructæ sunt parallelæ DA, BG: ideo est ut HG ad HB, ita GA ad BD. Est autem HG ad IK, sicut BC ad BD, ut simpliciter videlicet ad duplum. Quare est ut IK ad HB, ita GA ad BC. Quoniam autem GH, AI sunt æquales, erunt quoque HI, GA æquales. Ergo est ut IK ad HB, ita HI ad BC. Ab H igitur puncto extra circulum sumpto eductæ sunt duæ rectæ ipsum secantes, & quod sit sub exterioribus earundem partibus videlicet HB, HI, æquale est ei quod sit sub interioribus, videlicet IK, BC. Quare partes exteriores permutatim sumptæ sunt continue proportionales inter partes interiores, nempe erunt continue proportionales IK, HB, HI, BC. Datis igitur duabus lineis rectis Z, X, id est IK, BC, inventæ sunt inter eas duæ mediæ continue proportionales HB, HI. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO VI.

Dato triangulo rectangulo, invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod sit sub differentia basium ipsorum & differentia hypotenusarum, æquale sit dato cuicumque recti-lineo.

Sit datum triangulum rectangulum ABC, cujus basis AB, hypotenusæ AC, altitudo BC. Oportet invenire aliud triangulum rectangulum majus, & æque altum; ut quod sit



sub differentia inter AB & basin quæsitæ, & differentia inter AC & hypotenusam quæsitæ, æquale sit dato cuicumque recti-lineo. Detur recti-lineum id quod sit sub AC & quacumque AD, & si non detur in ea specie ad eam revocetur; continuataque si opus est AB sumatur

G g

sumatur in ea AD, & connectatur DC, cui construaturs parallela AZ. Ex C autem ducatur recta, quæ ita DA continuatam secet in E, ipsam vero AZ in H, ut segmentum HE sit æquale ipsi CA. Dico triangulum CBE esse quale quæritur.

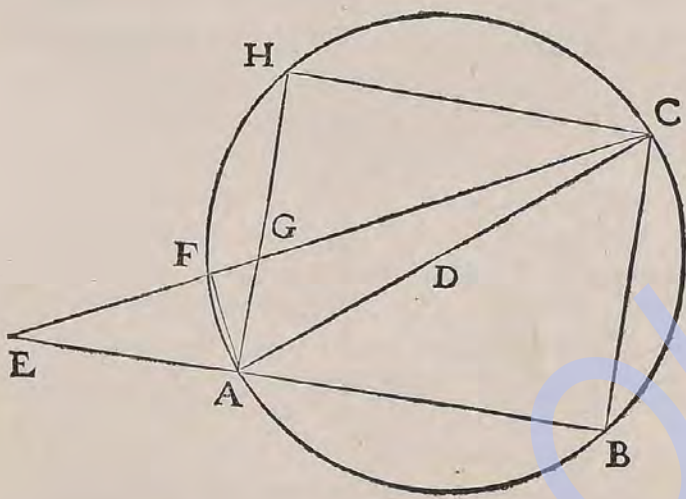
Est enim EA differentia qua basis EB basin AB excedit, & CH differentia qua hypotenusa CE hypotenusam CA, seu ei constructam æqualem HE, excedit. Quod autem fit sub EA, CH, æquale est ei quod fit sub AD, HE. Quoniam enim sunt constructæ parallelæ CD, HA: ideo est AD ad CH, ut AE ad HE. Altitudo porro illius trianguli CBE eadem est quæ trianguli CBA, videlicet BC. Dato igitur triangulo rectangulo ABC, inventum est aliud triangulum rectangulum majus & æque altum, ut quod fit sub AE differentia basium, & CH differentia hypotenusarum, æquale sit ei quod fit sub AD, HE dato recti-lineo, vel ei æquali. Quod faciendum fuit.

Atque hinc etiam manifesta fit inventio duarum mediarum continue proportionalium inter datas. Ostensum enim est in Poristicis. Quadratum quartæ majoris inter extremas tantum differre à quadrato primæ, quantum differt quadratum compositæ ex quarta & duplo secundæ à quadrato compositæ ex prima & duplo tertiæ. Itaque si constituentur duo triangula rectangula, unum cujus basis sit æqualis primæ minori inter extremas, hypotenusa quartæ. Alterum cujus basis sit æqualis compositæ ex prima & tertiæ duplo, hypotenusa vero compositæ ex quarta & secundæ duplo. Erunt ea triangula æque alta. Opus igitur mesographicum eo reducitur, ut constructo triangulo cujus basis æqualis sit primæ, hypotenusa quartæ, querendum sit aliud triangulum æqualis altitudinis, cujus basis æqualis sit compositæ ex prima & duplo tertiæ, hypotenusa vero æqualis compositæ ex quarta & duplo tertiæ. Quod quidem triangulum querendum licebit invenire per hanc propositionem, quoniam excessus hypotenusarum est dupla secunda, basium dupla tertia. Quodque fit sub iis excessibus, æquale est factò quadruplo sub prima & quarta. Itaque data ea omnia sunt, quæ lex propositionis requirit.

PROPOSITIO VII.

Data è tribus propofitis lineis rectis proportionalibus prima, & ea cujus quadratum æquale fit ei quo differt quadratum compofitæ ex fecunda & tertia à quadrato compofitæ ex fecunda & prima, invenire fecundam & tertiam proportionales.

Sit data è tribus propositis lineis rectis proportionalibus prima AB, & data quoque recta BC, cujus quadratum æquale sit ei quo differt quadratum compositæ ex secunda & tertia à quadrato compositæ ex secunda & prima. Oportet invenire secundam & tertiam proportionales.



Inclinentur ad rectos angulos AB, BC, & connectatur CA, qua secta bifariam in D, centro D intervallo DA vel DC describatur circulus, productaque BA indefinite, educatur à puncto C recta secans BA productam in E, circumferentiam vero in F, ita ut FE sit æqualis ipsi AB, ab A vero cadat ipsi BC parallela secans CE in G. Dico EA esse secundam, & EG tertiam quæsitam.

Subtendatur enim AF, & ipsa AG porrigatur ad circumferentiam in H, Ergo triangula GCH, FEA æqualium sunt laterum & angulorum. Sunt enim æquales anguli acuti AEF, HCG, recti autem AFE, GHC, latera vero CH, FE æqualia sunt. Itaque EA, CG quoque sunt æquales. Est autem ut BA ad AE, ita CG id est AE ad GE. Ergo sunt proportionales tres BA, AE seu CG, & GE. Ipsa autem

autem BE composita est ex BA, AE prima & secunda. Ipsa vero CE composita ex CG, GE secunda & tertia. Quadratum denique ex CE differt à quadrato ex BE per quadratum ex CB.

Data itaque A B prima trium proportionalium & recta B C, cujus quadratum æquale est ei quo differt quadratum ex E C composita ex secunda & tertia a quadrato ex E B composita ex prima & secunda, inventæ sunt E A, seu G C, & E G secundæ & tertiæ proportionales. Quod faciendum fuit.

Atque hinc licet compendiose

Describere quatuor lineas rectas continue proportionales, quarum extremae sint in ratione dupla.

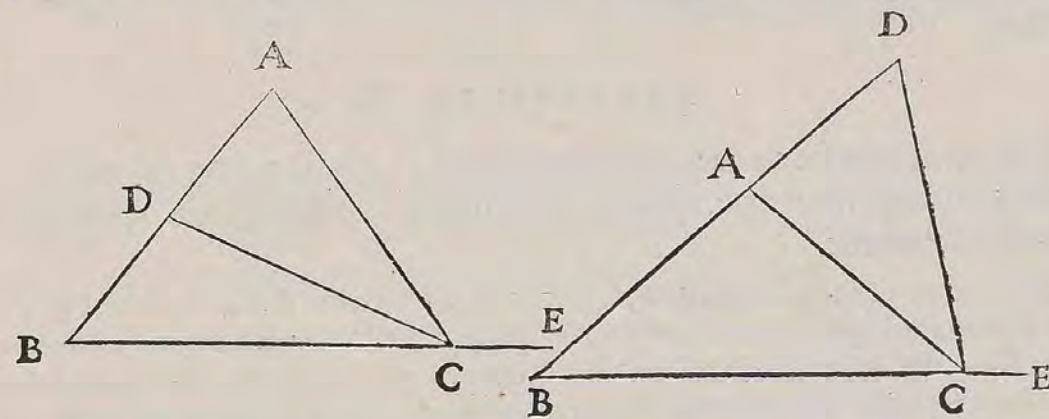
Ostenditur enim in Poristicis. Quod si fuerint tres lineæ rectæ proportionales; quadratum autem compositæ ex secunda & tertia differat à quadrato compositæ ex secunda & prima per triplum primæ quadratum: quæ dupla est ad primam, erit ea in serie quarta continue proportionalis.

Itaque adlump̃ta quacumque prima & ea quæ potest quadrato triplum ipsius primæ, inuenientur secunda & tertia. Qua in serie dupla ad primam erit quarta.

PROPOSITIO VIII.

Si fuerit triangulum æquicrurum , & à basis termino ducatur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis : angulus exterior factus à base & ea quæ ducitur è basis termino , triplus est utriusque angulorum qui sunt ad basin æquicruri.

Sit triangulum ABC habens AB, AC crura æqualia, & ab angulo ACB ducatur ad crus AB (idcirco si opus est continuandum) recta CD , ipsi cruri AB vel AC æqua-



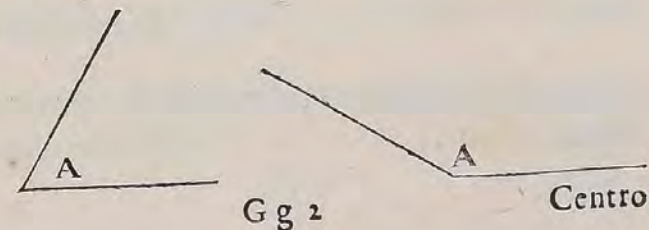
lis, & producat^{ur} B C in E. Dico angulum D C E esse triplum anguli A C B, seu A B C.

Quoniam enim æquicrura triacula sunt BAC, DCA , ideo angulus ACB angulo ABC est æqualis, & angulus ADC æqualis angulo DAC . Itaque qualium partium angulus ACB vel ABC est una, talibus duabus partibus excedunt duo recti angulum BAC , cujus exteriori æquatur angulus BDC . Talium igitur partium est duarum angulus BDC . Ex angulo autem DBC & angulo BDC compositus est angulus DCE . Quare angulus DCE est earundem partium trium. Est igitur angulus DCE triplis anguli ACB seu ABC . Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO IX.

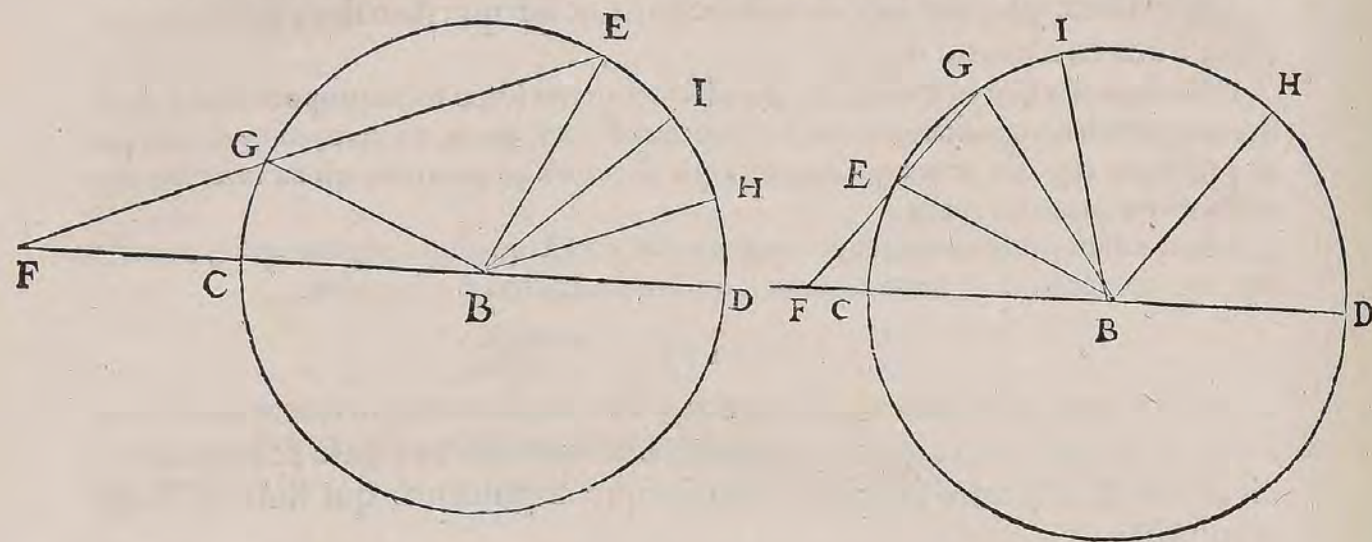
Datum angulum fecare trifariam.

Sit datus angulus A, quem oporteat
secare trifariam.



Centro B intervallo quocumque describatur circulus, & agatur diameter CBD. Sumatur autem circumferentia DE, definiens amplitudinem anguli dati: productaque DBC indefinite, educatur recta EFG secans diametrum continuatam in F, circumferentiam vero in G, ita ut FG æqualis sit BC vel BD semidiametro circuli. Dico angulum EFC esse trientem anguli EBD, id est anguli A dati; & ipsum arcum GC esse trientem illius amplitudinem.

Jungatur enim GB. Triangulum igitur æquicurum est FGB, à cuius basis termino B ducta est BE ipsi BG cruri æqualis. Quare angulus EBD triplus est anguli GFB



seu GFB. Ipsi autem anguli GFB amplitudinem definit arcus GC. Quocirca ab arcu DE abscindantur arcus DH, HI ipsi arcui CG æquales, & agantur rectæ BH, BI. Ergo angulus EBD, id est A datus, sectus est trifariam à rectis BH, BI. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO X.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Est enim ut prima ad secundam, ita secunda ad tertiam: & consequenter ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita adgregatum quadratorum secundæ & primæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ. Sed ut quadratum è prima ad quadratum è secunda, ita est prima ad tertiam. Ergo est ut prima ad tertiam, ita adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XI.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: est ut prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Est enim ut prima ad tertiam, ita quadratum è secunda ad quadratum è tertia, & per synæresin ut prima ad adgregatum primæ & tertiæ, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ.

Confectarium.

Itaque si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria solida ab iis effecta æqualia sunt.

Primum,

Primum, solidum sub prima & adgregato quadratorum secundæ & tertiæ.

Secundum, solidum sub tertia & adgregato quadratorum primæ & secundæ.

Tertium, solidum sub composita ex prima & tertia & quadrato secundæ.

Quoniam enim ostensum est esse primam ad tertiam, sicut adgregatum quadratorum primæ & secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ; primum autem quod propositum est solidum, est ipsum quod fit sub extremis analogiæ terminis; secundum vero quod fit sub mediis: ideo primum & secundum æqualia sunt.

Æque quoniam ostensum est esse ut primam ad compositam ex prima & tertia, ita quadratum secundæ ad adgregatum quadratorum secundæ & tertiæ: primum autem quod propositum est solidum rursus est ipsum quod fit sub extremis analogiæ terminis; tertium vero quod fit sub mediis: ideo primum & tertium æqualia sunt. Atque ideo quoque tertium æquale est secundo.

PROPOSITIO XII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: cubus compositæ è duabus extremis, minus solido quod fit sub eadem composita & adgregato quadratorum à tribus, æqualis est solido sub eadem composita & quadrato secundæ.

Quadratum enim compositæ è duabus extremis valet quadrata singula extremarum una cum duplo mediæ quadrato. Itaque quadratum compositæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus, æquale est quadrato mediæ seu secundæ. Quare est quadratum compositæ è duabus extremis minus adgregato quadratorum à tribus ad quadratum secundæ, ut composita illa ad eandem compositam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

PROPOSITIO XIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: solidum sub prima & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è prima, æquale est solido sub eadem prima & adgregato quadratorum secundæ & tertiæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato à prima est quadratum secundæ plus quadrato tertiæ. Quare est adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è prima ad quadratum secundæ & tertiæ, ut prima ad primam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: solidum sub tertia & adgregato quadratorum à tribus, minus cubo è tertia, æquale est solido sub eadem tertia & adgregato quadratorum primæ & secundæ.

Adgregatum enim quadratorum à tribus minus quadrato è tertia, valet quadratum secundæ plus quadrato primæ. Itaque est ut adgregatum quadratorum è tribus minus quadrato è tertia ad quadratum secundæ & primæ, ita tertia ad tertiam, æqualis videlicet ad æqualem. Cujus analogiæ resolutione constat propositum.

Confectarium.

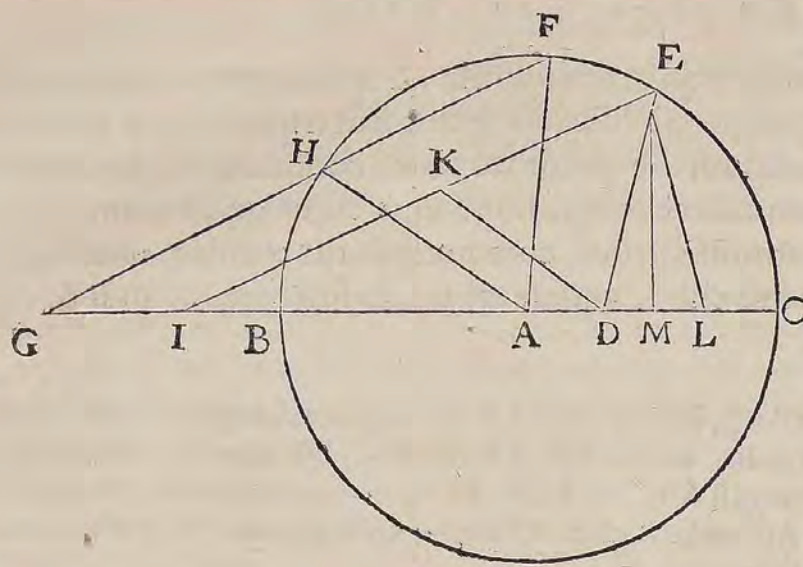
Itaque si fuerint tres lineæ rectæ proportionales, tria adfecta solida, quæ ab iis fiunt, sunt æqualia,

Primum, cubus compositæ ex prima & tertia, minus solido sub eadem composita & adgregato quadratorum è tribus.

Gg 3

Secun-

IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Iungatur enim AH, & ipsi parallela agatur DK, & in BC continuata ponatur EL, ipsi DE æqualis.



Quoniam igitur tri-
anguli GHA crura
 GH , HA æqualia sunt,
& à basis termino A
educta est AF ipsi GH
cruri æqualis. Angulus
 FAC fit triplus anguli
 HAG . Triangulis au-
tem GHA , HAF simi-
lia sunt triangula IKD ,
 KDE , & triangulum
æquicrurum est IKD .
Sed constructum æqui-
crurum quoque est
triangulum DEL , &
sunt crura DE , EL cru-
ribus IK , KD æqualia,
& angulus EDL seu
 ELD , anguli KID , seu
 KDI triplus.

Quare cubus ex ID, minus solido triplo sub ID & quadrato ex IK seu DE, æquale est solido sub DL & eodem quadrato ex DE.

Est autem AD triens semidiametri AB, & cum ex E cadet in diametrum perpendicu-
laris EM, fit DM sextans semidiametri. dodrantem vero quadrati ex AB, æquabit qua-
dratum ex EM; quod quidem quadratum ex EM adjunctum quadrato ex DM, valet
quadratum ex DE. Quadratum igitur ex DE, æquat dodrantem quadrati ex AB plus tri-
cesima sexta ejusdem. Et est quadratum ex AB ad quadratum ex DE, sicut novem ad se-
ptem. Itaque triplum quadratum ex DE, æquale est quadrato septupartiente tertias ex
* AB. Solidum vero sub DL & quadrato ex DE, æquabitur cubo septupartiente vicissimas
septimas ex AB.

Quare cubus ex ID, minus solido sub ID & quadrato septupartiente tertias ex AB, æquale est cubo septupartiente vicissimas septimas ex AB. Atque hoc esto primum illatum. Omnia autem ea solida sumantur vicies septies. Ergo cubus vicies septies ex ID, minus solido ter & sexagesimo sub ID & quadrato ex AB, æquatur cubo septies ex AB. Quæ æqualitate ad analogiam revocata, est ut quadratum ex ID novies, minus quadrato vicies semel ex AB ad quadratum septies ex AB, ita AB ad triplam ID. Et vero quadratum ex ID, valet quadratum ex IA, & quadratum ex AD, una cum eo quod fit sub AD, IA bis. Ipsa autem AD est triens AB. Quare quadratum novies ex ID, valet quadratum novies ex IA, plus eo quod fit sub IA, AB sexies, plus quadrato semel ex AB. Est igitur ut quadratum novies ex IA, plus eo quod fit sub IA, AB sexies, minus quadrato vicies ex AB ad quadratum septies ex AB, ita AB ad compositum ex AB, & tripla IA. Quæ resoluta analogia, cum quæ fient solida divisionem quæque à vicenario septenario numero accipient, cubus ex IA, plus solido sub AB & quadrato ex IA, minus solido duplo sub IA & quadrato ex AB, æquatur cubo ex AB. Atque hoc esto secundum illatum.

Eadem autem æqualitas rursus ad analogiam revocetur, erit igitur ut IA minus AB ad AB, ita quadratum AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit sub IA, AB, & per diæresin ut IA minus AB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IA plus eo bis quod fit sub IA in AB plus quadrato ex AB, & interpretando ut IB ad IA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex IC. Quod tandem erat demonstrandum.

Ex primo illato fit, $AB\ 100,000,000$. fit $ID, 124,697,960^{\frac{v}{\gamma\mu\alpha}}$.

Scholium.

* Et est quadratum ex AB ad quadratum ex DE, sicut 9 ad 7. Eousque modo verba sunt plana
Itaque DE quad. 3, aequale est AB quad. $\frac{7}{3}$: nam tertia pars utriusque termini proportionis 9

253

G E O M E T R I Æ.

ad 7 sumitur. Solidum vero sub DL & DE quadrato, æquatur AB cubo $\frac{7}{27}$: nam AB quad. $\frac{7}{3}$ in AB (quæ tripla est DL,) facit solidum triplum factò ex DE quad. 3. in DL, hoc est, AB quad. $\frac{7}{9}$ in AB, solidum fit triplum solido ex DE quad. in DL. tertia igitur illius pars supple AB cubus $\frac{1}{27}$, æqualis erit solido ex DE quad. in DL. Quare ID cubus — ID in AB quad. $\frac{7}{3}$, æquatur AB cubo $\frac{7}{27}$. Est enim AB quad. $\frac{7}{3}$ id quod DE quad. 3; & ex 16 hujus sunt duo triângula æquicrura, ipsaque alterum alteri cruribus æqualia; angulusque ad basin secundi triplus est anguli ad basin primi. ideo sequitur ID cubum — ID in AB quad. $\frac{7}{3}$, æquari AB cubo $\frac{7}{27}$ Atque hoc esto primum illatum.

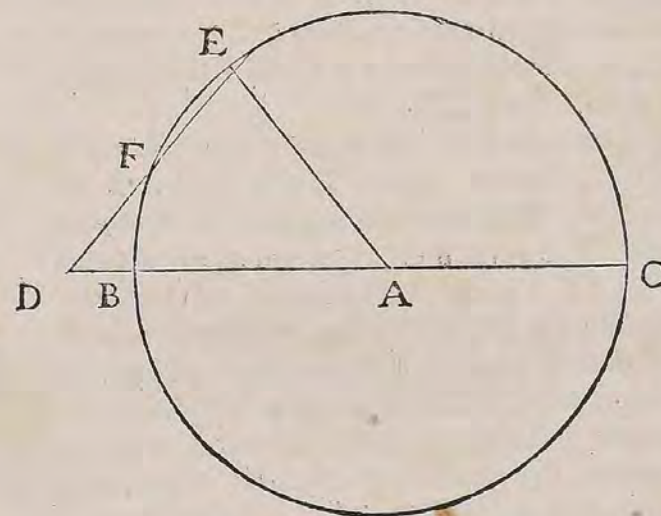
Omnia ea solida sumantur 27^{ries}. Erit ID cubus 27 — ID in AB quad. 63, equalis ABCubo 7. Revocata ad analogiam equatione, erit ut ID quad. 9 — AB quad. 21 ad AB quad. 7, ita AB ad ID 3: (nam ex resolutione hujus analogie secundum artem, conficitur illa aequalitas.) Sed ID quad. valet ex 4^{ta} 2^{di} Elem. IA quad. + AD quad. + IA in AD 2. Ipsa autem AD triens est ipsius AB, igitur ID quad. 9, valet IA quad. 9 + IA in AB 6 + AB quadrato. Ideo erit, ut IA quad. 9 + IA in AB 6 — AB quad. 20 ad AB quad. 7, ita AB ad ID 3, hoc est, ad compositam ex AB & tripla IA. Qua resoluta analogia, erit IA cubus 27 + IA quad. in AB 18 — IA in AB quad. 60 + AB in IA quad. 9 + AB quad. in IA 6 — AB cubo 20, equalis AB cubo 7. Ultimus AB cubus negatur transie in contrariam adfectionem; facta reductione partium similium & homogeneorum. IA cubus 27 + IA quad. in AB 27 — AB quad. in IA 54, aequabitur AB cubo 27. Et divisione accepta a 27. IA cubus + IA quad. in AB — IA in BA quad. 2, aequabitur AB cubo. Atque hoc esto secundum illatum.

Eadem equalitas rursus ad analogiam revocetur. erit igitur ut $IA - AB$ ad AB , ita AB quad. ad IA quad. + IA in AB 2. Nam resolvendo fit equalitas sub IA cubo + IA quad. in AB 2 — AB in IA quad. — AB quad. in IA 2, & AB cubo. hoc est, per subductionem homogeneorum inser IA cubum + IA quad. in AB — IA in AB quad. 2, & AB cubum. Et per diarefin illius analogie erit, ut $IA - AB$ ad IA , ita AB quad. ad IA quad. + IA in AB 2 + AB quad. & interpretando, ut IB ad IA , ita AB quadratum ad IC quadratum. Quod tandem erat demonstrandum.

PROPOSITIO XX.

Constituere triangulum æquicrurum, ut differentia inter basin & alterum è cruribus sit ad basin, sicut quadratum cruris ad quadratum composi-
tæ ex crure & base.

Exponatur circulus sub A centro, diametro quacumque B C descriptus, & continetur C A B diameter in D, ita ut D B sit ad D A, sicut quadratum ex A B ad quadratum ex D C, & ex D ponatur in circumferentia recta D E ipsi A B vel A C æqualis, & jungatur A E. Dico triangulum D E A esse quale quæritur. Crura enim E D, E A æqualia sunt. Est autem D B differentia inter basin D A & crus A C seu A B. Ipsa vero D C composita est ex D A base & A C, id est A E crure. Constitutum igitur triangulum est D E A æquicrurum, ut D B differentia inter basin & ^{crus} A E vel E D sit ad D A basin, sicut quadratum E A vel E D ad quadratum compositum ex base D A, & crure E A. Quod erat faciendum.



PROPOSITIO XXI.

Si fuerit triangulum æquicrum, sit autem differentia inter basin & alterum è cruribus ad basin, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base: quæ à termino basis ducetur ad crus linea recta ipsi cruri æquali, secabit bifariam angulum ad basin.

Repetatur antecedens constructio, actaque DE secet quoque circum in F, & jungatur AF. Dico AF secare bifariam angulum EAD.

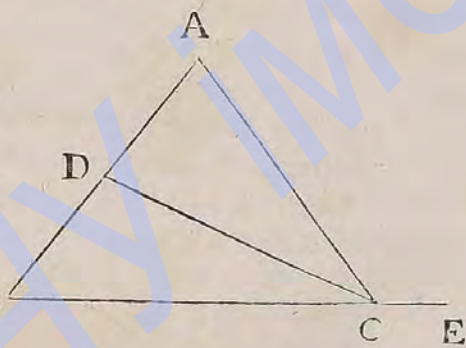
Quoniam enim ex hypothesi est ut DB ad DA, ita quadratum ex AB ad quadratum ex DC: ideo est ut DB ad AB, ita quod sit sub DA, AB ad quadratum ex DC. sed DB ad DE seu AB, est ut DF ad DC. Quare est DF ad DC, sicut id quod sit sub DA, AB ad quadratum ex DC. Et consequenter est DF ad AB seu DE, sicut DA ad DC; & subducendo est DF ad FE, sicut DA ad AC. Quare connexa EC sit ipsius FA parallela. Itaque angulus ECD angulo FAD est æqualis. Sed angulus EAD duplus est anguli ECD, cum ille sit è centro, hic è circumferentia. Angulus igitur EAD sectus est bifariam à recta AF. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXII.

Si fuerit triangulum æquicrum, quæ autem è termino basis ducetur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis, secet bifariam angulum ad basin: angulus ad verticem æquicruri, sesquialter est utriusque angulorum ad basin.

Sit triangulum ABC habens AB, AC crura æqualia, à cuius termino C cum ducitur ad crus ei oppositum recta linea CD cruri æqualis, quæ ipsum ACB angulum bifariam secet. Dico angulum BAC esse sesquialterum anguli ABC seu ACB.

Quoniam enim à C termino basis trianguli æquicruri ABC, ducitur recta CD ipsi cruri AB vel CA æqualis, ideo exterior angulus DCE triplus est anguli ACB vel ABC. Qualium itaque angulus ABC seu ACB partium est duarum, talium exterior anguli DCB est partium sex, angulus vero DCA qui dimidius est anguli ACB eorundem est una, ut etiam angulus DCB. Constant igitur angulus DCE B & suus exterior talibus septem partibus, valent autem duos rectos, sicut tres anguli trianguli. Cum sint igitur anguli ABC, ACB quilibet duarum partium, angulus BAC relinquitur earundem trium. Est igitur BAC angulus sesquialter utriusvis anguli ABC seu ACB. Quod erat ostendendum.



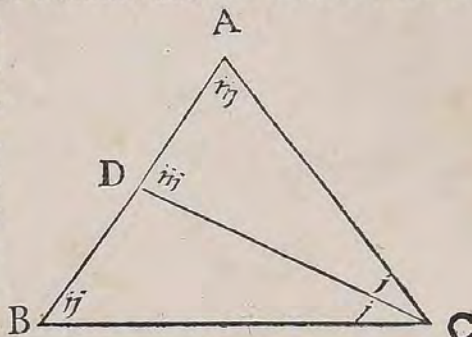
P R O-

PROPOSITIO XXIII.

Si fuerit triangulum æquicrum, cuius angulus qui existit in vertice sit sesquialter utriusque angulorum qui sunt ad basin, & à termino basis ducatur ad crus linea recta ipsi cruri æqualis, unde fiat triangulum rursus crurum æqualium, quorum unum est educta secans, alterum crus primi non sectum: erit in isto secundo triangulo uterque angulorum qui sunt ad basin triplus reliqui.

Sit triangulum ABC habens crura AB, AC æqualia, & sit angulus BAC sesquialter utriusque angulorum ABC, ACB, & à C basis termino ducatur in crus AB recta CD ipsi AB vel AC æqualis, unde triangulum ACD rursus sit æquicrum habens crura CD, CA æqualia. Dico in triangulo ACD utrumque angulorum ADC, DAC esse triplum anguli DCA. Quoniam enim angulus BAC sesquialter est anguli ABC, vel ACB, ideo qualium partium angulus ABC est duarum, talium BAC est trium. Sed & earundem angulus ACB est duarum cum sit angulo ABC æqualis, atque adeo tres anguli trianguli ABC, id est duo recti, æstimantur septem.

Quoniam autem æquicrum quoque sit triangulum ACD, habens videlicet crus DC cruri CA æquale, ideo qualium angulus DAC taxatus est trium partium, talium erit totidem angulus ADC, atque adeo angulus ACD pars una, cum talium duo recti sint septem. In triangulo igitur ADC uterque angulorum DAC, ADC est triplus reliqui ACD. Quod erat ostendendum.



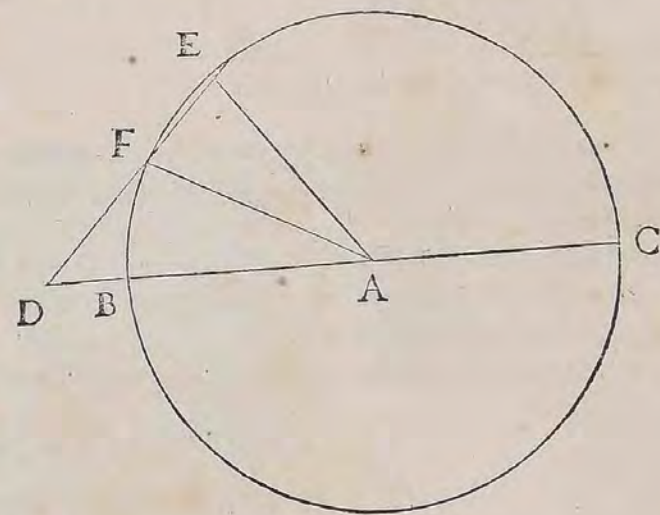
PROPOSITIO XXIV.

In dato circulo heptagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

Sit datus circulus cuius A centrum, diameter BAC. Oportet in dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

Diameter CB continuetur in D, ita ut DB ad DA sit, ut quadratum ex AB ad quadratum ex DC, & in circumferentia ponatur DE, æqualis semidiametro. Dico EB esse arcum heptagoni, id est, septimam partem totius circumferentiae.

Secet enim DE ipsum quoque circum in F, & jungantur semidiametri AE, AF. Est igitur triangulum DEA æquicrum & ita constitutum, ut differentia basis & cruris ad basin est, sicut quadratum cruris ad quadratum compositæ ex crure & base. Quare recta AF ipsi cruri æqualis secat bifariam angulum ad basin, ideoque qualium duo recti sunt partium septem, talium angulus EAD est duarum. Qualium vero quatuor recti sunt septem, id est tota circumferentia, talium angulus EAD est una. Ipsi autem anguli EAD amplitudinem definit arcus EB. Quare arcus EB est septima pars totius circumferentiae. Subtendatur igitur septies. Ergo in dato circulo inscriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

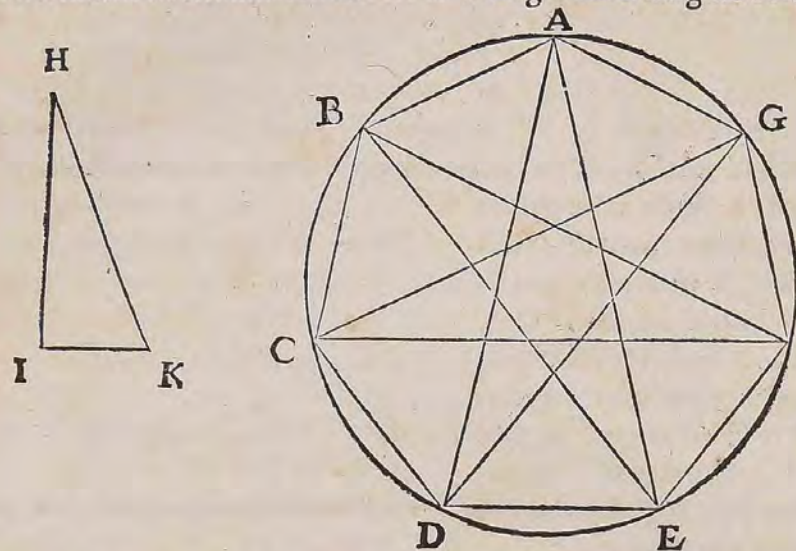


H h ;

Alind.

In dato circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

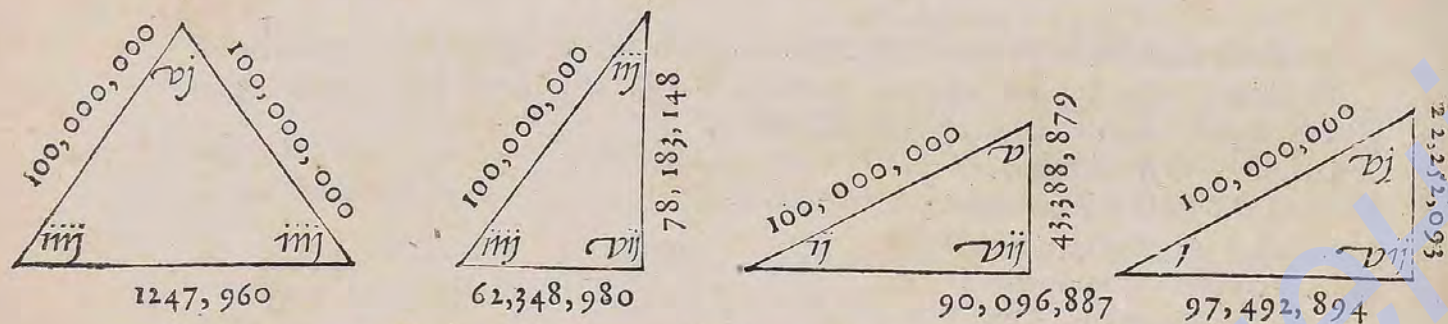
Sit datus circulus ABCDEFG. Oportet in ABCDEFG circulo heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Exponatur triangulum æquicrurum HIK habens utrumque eorum qui sunt ad I, K angulorum triplum reliqui ejus anguli qui est ad H, & describatur in circulo ABCDEFG triangulum triangulo HIK æquiangulum, & sit illud



ADE, ita ut angulo quidem qui est ad H æqualis sit angulus DAE, utrique vero ipsorum qui ad I, K sit æqualis uterque ADE, AED. & uterque igitur ADE, AED anguli DAE est triplus. Quare uterque arcus AD, AE ipsius arcus DE est quoque triplus, & horum AD, AE arcuum trientes erunt ipsi DE arcui æquales. Sunt igitur trientes il-

li AB, BC, CD, AG, GF, FE, & subtendantur. Ergo in dato circulo descriptum est heptagonum æquilaterum & æquiangulum. Quod facere oportebat.

Sit hypotenusæ 100, 000, 000 angulus rectus VII partium, ita triangula rectangula septimarum se habent.



Posito nempe Z crure trianguli æquicruri, cujus angulus ad verticem sesquialter est utriusque angulorum ad basin, A cubus, plus Z in A quadratum, minus Z quadrato 2 in A, æquatur Z cubo. Et fit A basis ejusdem trianguli.

Sit autem in numeris Z 1. A in N. $1C + 1Q - 2N$, æquatur 1.

Per reductionem vero E cubus, minus Z quadrato 21 in E, æquatur Z cubo 7. Et fit E composita ex base illius trianguli & triente cruris.

Sit autem in numeris Z 1. E in N. $1C - 21N$, æquatur 7.

PROPOSITIO XXV.

Est Confectarium generale.

Generaliter id verum est, opere saltem alterutro, vel constructionis duarum mediarum continue proportionalium inter datas, vel sectionis anguli in tres partes æquales, omnia Problemata, alioqui non solubilia, explicari, in quibus cubi solidis, vel quadrato-quadrata plano-planis sine adfectione vel cum adfectione adæquantur.

Enim-

Enimvero ostensum est in tractatu de æquationum recognitione, æquationes quadrato-quadratorum ad æquationes cuborum reduci.

Cubos vero adfectos sub quadrato, ad cubos adfectos sub latere.

Rursus, adfectos cubos sub latere reduci ad cubos puros.

Adfectos vero cubos sub latere negare ita demum reduci ad puros, cum solidum, à quo addicitur cubus, negatur de cubo, & præterea triens plani coefficientis cum latere adiciens solidum, cedit quadrato semissis latitudinis oriunda ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem.

In cubis igitur puris, ut pote cum A, de qua quæritur, cubus proponitur æquari B quadrato in D, intelligentur B & D extremæ in serie quatuor continue proportionalium, & harum A, de qua quæritur esse secunda.

In cubis autem ita adfectis sub latere negare, ut triens plani coefficientis cum latere adiciens solidum, præstet quadrato latitudinis semissis oriunda ex adplicatione adfecti cubi ad prædictum trientem, ut pote, cum A cubus, minus B quadrato; in A, proponitur æquari B quadrato in D 2, & B præstet ipsi D. Duo intelligentur proponi triangula æquicrura, & ipsa cruribus æqualia alterum alteri, quorum secundi angulus, qui est basis, intelligitur triplus ad angulum, qui est ad basin primi, & basis secundi esse D, crus vero B. A autem de qua quæritur, esse basis primi.

In cubis denique ita adfectis, ut ipsi de adficiente solido negantur, ut pote, cum B quadratum; in E, minus E cubo, æquabitur B quadrato in D 2. Eadem stante constructione, quæ in antecedente formula exposita est, E de qua quæritur, fiet basis dimidia primi, multata continuatave longitudine ejus, cujus quadratum æquale est triplo quadrato altitudinis primi.

Quod enim in triangulo æquicruro crus semper majus sit base dimidia vel ex eo evidens sit, quod altitudo secet basin bifariam. Itaque cruris quadratum præstat quadrato dimidiæ per ipsius altitudinis quadratum.

Atque adeo duobus Problematis æquationes cuborum omnes, & quadrato-quadratorum cujuscumque adfectionis alioqui non solubiles explicabuntur, una inventionem duarum mediarum inter datas, altera anguli dati in tres æquales partes sectione. Quod animadvertisse fuit operæ pretium.

FINIS.



FRAN.



FRANCISCI VIETÆ
PSEUDO-MESOLABVM

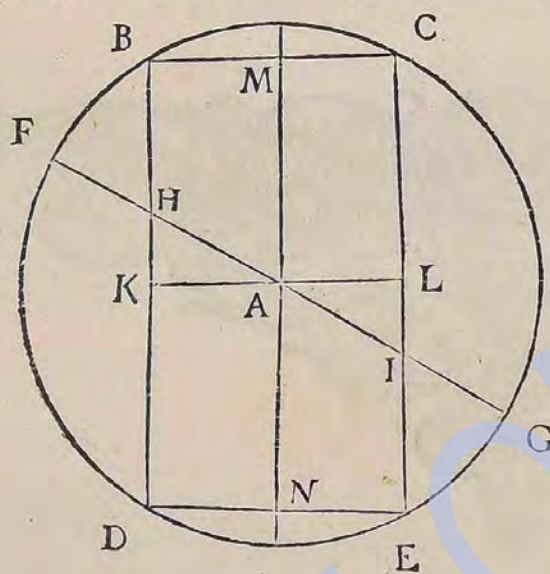
& alia quædam

ADIVNCTA CAPITVLA.

Pseudo-Mesolabum fabrico; ut Pseudo-Mesolabum, illi-
bata Eratosthenis, cuius quidem epichereia fuit *δυσμε-
χανόν*, sed generaliter ac vere propositum, laude & gloria.
Mutua autem segmenta inscriptæ circulo & diametri esse
proportionalia nemo nescit ex Elementis. Sed quatenus
proportio continua est, operæpretium erat in Mesogra-
phicis definire. Enimvero bene composituri resolvunt,
componunt bene resoluturi. Quare quatuor rectas proportionales in mu-
tua sectione inscriptæ & diametri ita speculabor, ut non ideo mihi appa-
reat esse continue proportionales, quia erant, & sequuta est *ἐφαρμογή*,
sed *τὸ διότι* in eo situ expendam, earum genesin à seipsis repetiturus, atque
adeo angulorum, qui in ea sectione fiunt, & deluserunt incautos, sympto-
mata adnotaturus. Sic igitur demonstro, sic facio.

PROPOSITIO I.

Si rectangulum est inscriptum circulo, & duo latera opposita secet dia-
meter: pars diametri à lateribus illis intercepta secabitur bifariam in cen-
tro, & segmenta laterum oppositorum permutatim erunt æqualia.



Circulo, cuius centrum A, in-
scribatur rectangulum BCED, ac
lateri quidem BD opponatur la-
tus CE, utrumque vero secetur à
diametro FG. Illud in H, hoc in I.
Dico HI secari bifariam in A, &
segmenta BH, HD segmentis CI,
IE permutatim esse æqualia, hoc
est BH æquari IE, & HD æquari
CI. Agantur enim per A centrum
KL, MN ipsi BC, BD parallelæ.

Acta igitur è centro AL secat
rectam CE bifariam in L, & acta
AM rectam BC bifariam in M. Et
proinde LA, AK, id est CM, MB,
sunt æquales. Triangula autem
HAK & IAL similia sunt. recti e-

nim sunt anguli AKH, ALI, & angulus ad A utrique est communis. Quare cum latus
AK lateri AL sit æquale, erunt quoque latera AH, AI subtendentia angulum rectum
æqualia,

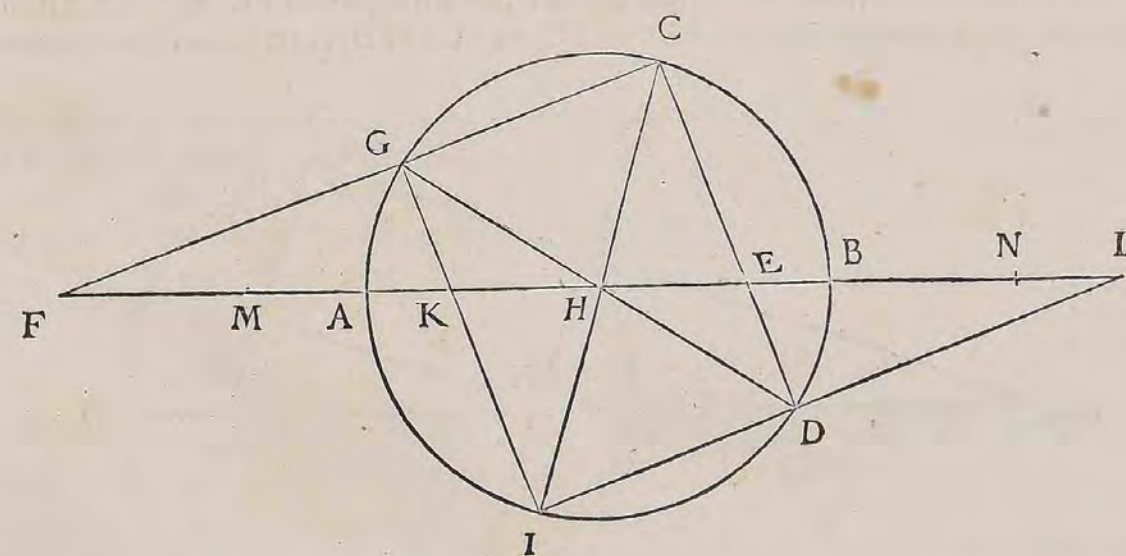
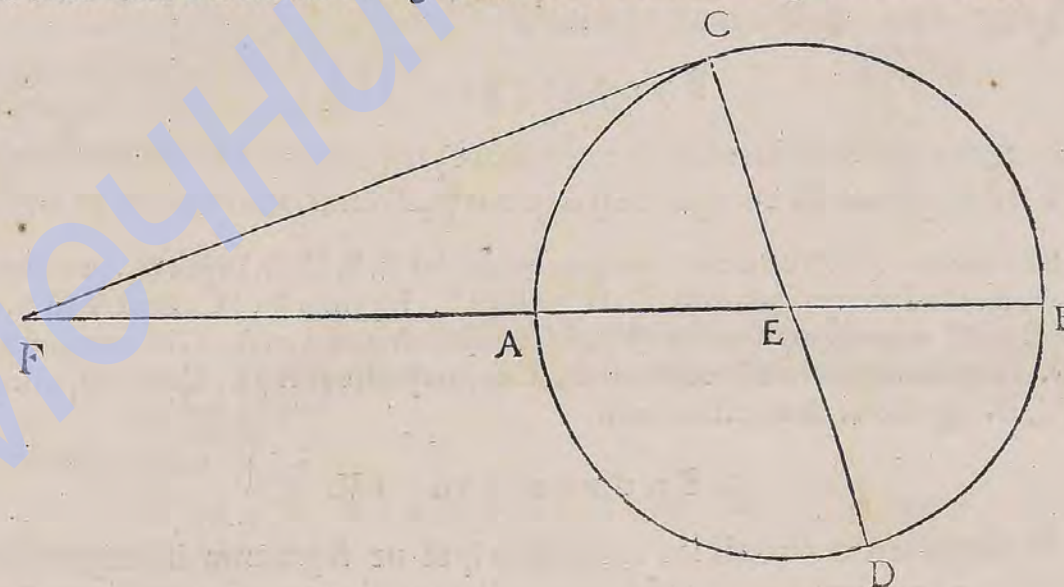
æqualia, ac æqualia quoque KH, LI. Et cum KD, CL sint semisses æqualium BD, CE,
utrique semissi addatur KH seu LI. Ergo DH erit æqualis CI, & reliqua BH reliquæ IE.
Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO II.

Si diametrum circuli secet inscripta, quæ vero per extremum inscriptæ
ducitur ipsi perpendicularis occurrat diametro in puncto quo continuata
est diameter per intervallum inscriptæ: erunt segmenta inscriptæ in conti-
nua proportionione, inter segmenta diametri.

Diametrum circuli AB inscripta CD secet in E, excutetur autem ad C perpendicularis
quæ occurrat diametro continuatæ ad partes A in F. Et sit continuatio AF, æqualis ipsi
inscriptæ CD. Dico esse ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB.

Aut enim recta FC circulum tangit, aut secat. Primum tangat circulum recta FC.



Quoniam angulus FCD est rectus ex hypothesi, ideo erit E centrum circuli, & segmenta
quæque inscriptarum, semidiametri. Itaque erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED
ad EB, æqualis videlicet ad æqualem.

Secet autem circulum recta FC in G puncto. Acta igitur GD erit diameter. Itaque
centrum consistit in mutua sectione AB, GD. Sit illud H, & agatur diameter CI, & jun-
gantur

gantur GI, DI, ipsaque GI secet AB in K. Rectangulum igitur est circulo inscriptum GCDI. Itaque æquales sunt KH, HE, atque adeo æquales AK, EB. Sed & GI, CD fecerunt in æqualia segmenta permutatim, nempe GK, ED segmenta æqualia sunt, & CE, KI æqualia.

Productantur FB, ID seque mutuo secant in L. Triangula igitur rectangula LDE, FGK æqualium sunt laterum, & angulorum. Itaque LB fit FA æqualis, id est CD ex hypothesi. Abs FA igitur refecetur FM ipsi CE æqualis. Itaque reliqua MA reliquæ ED fit æqualis. Abs LB vero refecetur LN ipsi ED æqualis. Itaque reliqua NB reliquæ EC fit æqualis.

Quoniam igitur parallelæ sunt FC, DL, atque adeo triangula FCE, LDE seu FGK sunt similia, erit FE ad EL, sicut EC ad ED. Et subducendo erit ME differentia inter FM, FE ad EN differentiam inter LN, LE, sicut EC ad ED. Sed & quia inscriptæ circulo AB, CD sese secant in E, ideo est AE ad EC, sicut ED ad EB, & componendo est ME composita ex AE, AM seu ED ad EN compositam ex EB, BN seu EC, sicut ED ad EB. Quare est EC ad ED, sicut ED ad EB. Et proinde erit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO III.

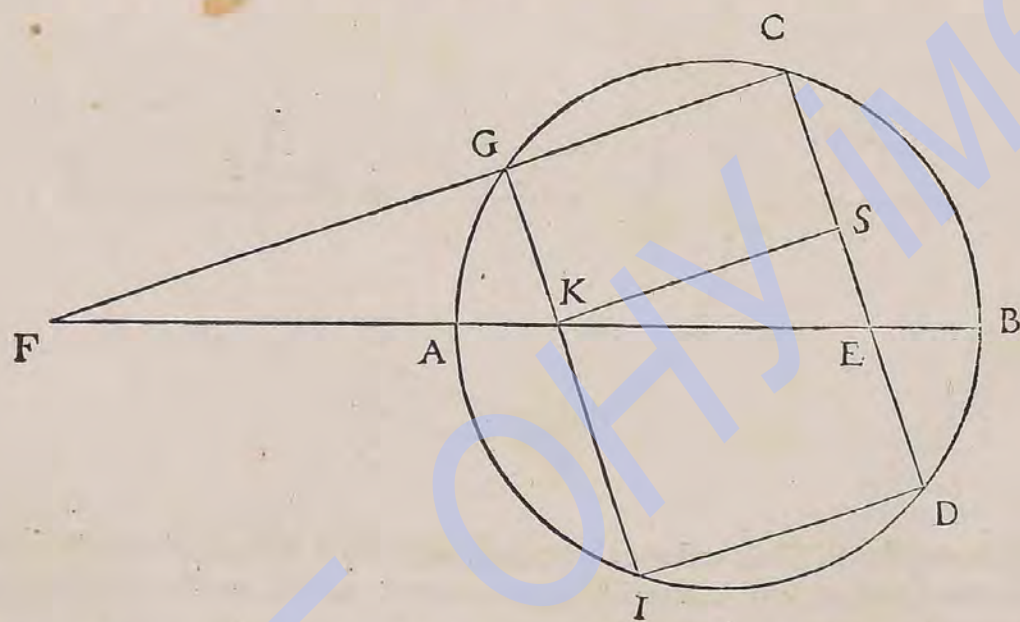
Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: erit ut compo-
 sita è tribus primis ad compositam è tribus postremis, ita secunda ad tertiam.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales A, B, C, D . Dico esse, ut composita ex A, B, C ad compositam ex B, C, D ita B ad C . Est enim B ad C , sicut A ad B , & sicut C ad D . quare componendo est B ad C , sicut composita ex A, C ad compositam ex B, D . Errursus componendo est B ad C , sicut composita ex A, B, C ad compositam ex B, C, D . Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO IV.

Si diametrum circuli ita fecet inscripta ut segmenta inscriptæ sint in continua proportionē inter segmenta diametri : quæ per extremum inscriptæ ducitur, ipsi perpendicularis, occurret diametro in puncto quo continuata est diameter per intervallum inscriptæ.

Circuli diametrum AB secet inscripta CD in E, & sint segmenta AE, EC, ED, EB in continua proportione, hoc est, sit ut AE ad EC, ita EC ad ED, & ita ED ad EB. ~~Excite-~~



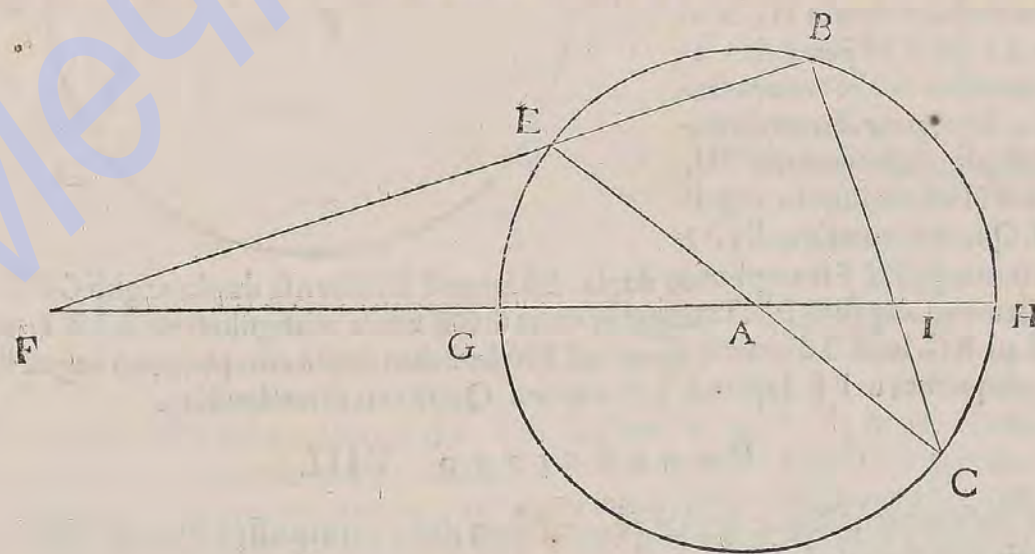
tur autem ad C perpendicularis ipsi CD, occurrens diametro BA continuatæ in F. Dico continuationem FA ipsi inscriptæ CD esse æqualem. Quoniam enim hic proponitur propor-

proportio inæqualitatis non æqualitatis, & proinde CE, ED sunt inæquales, non erit E centrum circuli. Itaque recta FG circum non tanget, sed secabit. Secet igitur in G, & compleatur parallelogrammum circulo inscriptum GCDI ipsamque GI abscindat AB in K, & ducatur KS ipsi GC parallela, abscindens CD in S. Est igitur GK seu CS ipsi ED æqualis, & EB ipsi AK. Et quoniam sunt in continua proportionem AE, EC, ED, EB ex hypothesi, ideo erit EC ad ED, sicut composita ex AE, CD ad compositam ex EB, CD. Et subducendo erit ut SE differentia inter EC, ED seu CS ad ED, ita KE differentia inter AE, EB seu AK ad compositam ex EB, CD. Sed est quoque ut SE ad ED, ita KE ad FK. Quare FK eadem est quæ composita ex EB, CD. Vtrinque dematur EB seu AK. Ergo fit FA æqualis ipsi CD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO V.

Circulo dato & inscripta : per centrum circuli ita secare inscriptam , ut segmenta inscriptæ sint in continua proportionē inter segmenta diametri.

Sit datus circulus, cujus A centrum, data quoque inscripta B C. Oportet facere quod propositum est. Agatur diameter C A E, & in juncta B E & continuata, sumatur ex A centro recta A F compositæ ex A C, C B æqualis, secans circulum in G, H, ipsam vero



BC in I. Quoniam igitur angulus CBE est in semicirculo, ideo est rectus. Fit autem AGF ex hypothesi ipsi ACB æqualis, eaque secat circulum in G, H; BC vero in I. Quare ex iis quæ demonstrata sunt, est ut GI ad IB, ita BI ad IC, & ita CI ad IH. Circulo itaque dato cujus A centrum, data quoque inscripta BC, ita secta est BC in I per A centrum, ut inscriptæ BC segmenta BI, IC sint in continua proportione inter mutua diametri GH segmenta GI, IH. Quod erat faciendum.

P R O P O S I T I O VI.

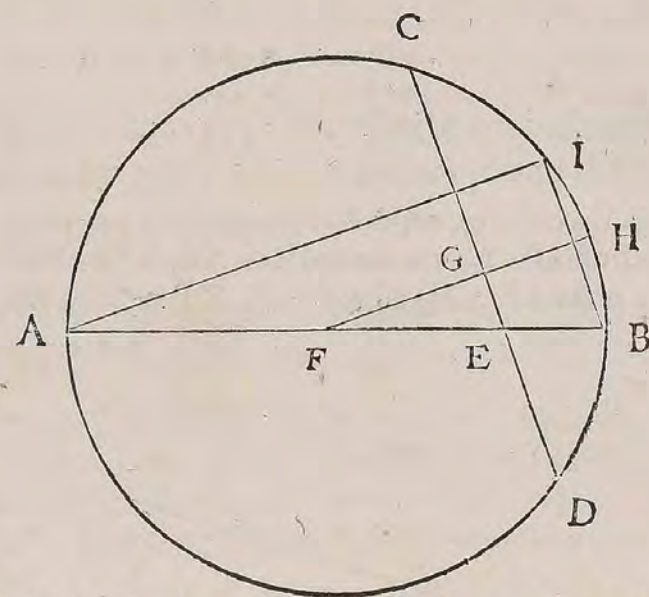
Si secetur linea recta inæqualiter: differentia inter semissem sectæ & segmentum, erit æqualis dimidiæ differentiæ segmentorum.

Secetur AB recta inæqualiter in C, æqualiter vero in D. Est igitur DC differentia inter AD semissem sectæ, & AC majus segmentum, vel inter DB id est AD, & CB minus segmentum. Dico ipsam DC esse dimidiam differentiam segmentorum AC, CB. Dupletur enim CD in E. Cum igitur ab æqualibus AD, DB auferentur æquales DE, fit AE æqualis CB minori segmento. differentia autem inter AE, id est CB, & AC est EC, quæ constructa est dupla ipsius DC. Est igitur DC differentia dimidia segmentorum inæqualium AC, CB, in quæ secta est AB. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VII.

Si diametrum circuli secet inscripta: erit ut differentia segmentorum diametri ad differentiam segmentorum inscriptæ, ita diameter circuli ad subtensam duplo complementi anguli sectionis inscriptæ & diametri.

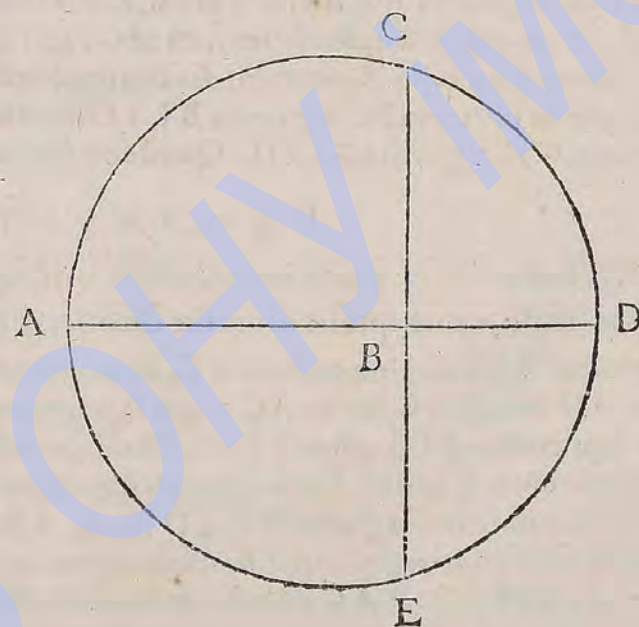
Diametrum enim circuli AB inscripta CD secet in E , quam acta è centro FG dividat bifariam in G . Est igitur FE dimidia differentia segmentorum AE, EB , & EG differentia dimidia segmentorum CE, ED . Dico itaque ut duplam FE ad duplam EG , ita esse diametrum AB ad subtensam duplo complementi anguli FEG . Quoniam enim acta è centro FG secat CD bifariam in G , ideo normaliter secat. Quare angulus GFE est complementum anguli GEF . Continuetur FG ad circumferentiam in H , & agatur AI ipsi FH parallela, secans circumulum in I , & connectatur BI . Erit igitur circumferentia BI dupla circumferentiæ BH , & ipsa BH est amplitudo anguli HFB . Quare circumferentia BI erit ipsius anguli HFB amplitudo dupla. Est igitur IB subtensa duplo anguli GFE , seu complementi anguli GEF . Triangulo autem FGE simile triangulum est AIB . Ergo erit ut FE ad EG , ita AB diameter circuli ad BI subtensam duplo complementi anguli FEG , & consequenter ut FE dupla ad EG duplam. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VIII.

Si fuerint tres lineæ rectæ proportionales: composita ex omnibus maior erit mediæ triplo.

Sunto tres proportionales AB, BC, BD . Dico compositam ex AB, BC, BD maiorem esse triplam BC . Faciant enim unam perpetuam lineam AB, BD , & fiat AD diameter circuli. Quæ igitur ex circumferentia cadet perpendiculariter ad B , erit ipsa BC . continuata autem secet quoque circumulum in E . Est igitur CE dupla ipsius CB . Est autem minor diametro AD , cum diameter sit maior inscriptarum, alioqui AB, BC, BD essent æquales. Hic autem proponitur proportio inæqualitatis, non æqualitatis. Quare composita ex AB, BD maior est composita ex CB, BE , & consequenter composita ex AB, BD, CB maior est composita ex CB, CE , id est maior tripla CB . Quod erat ostendendum.

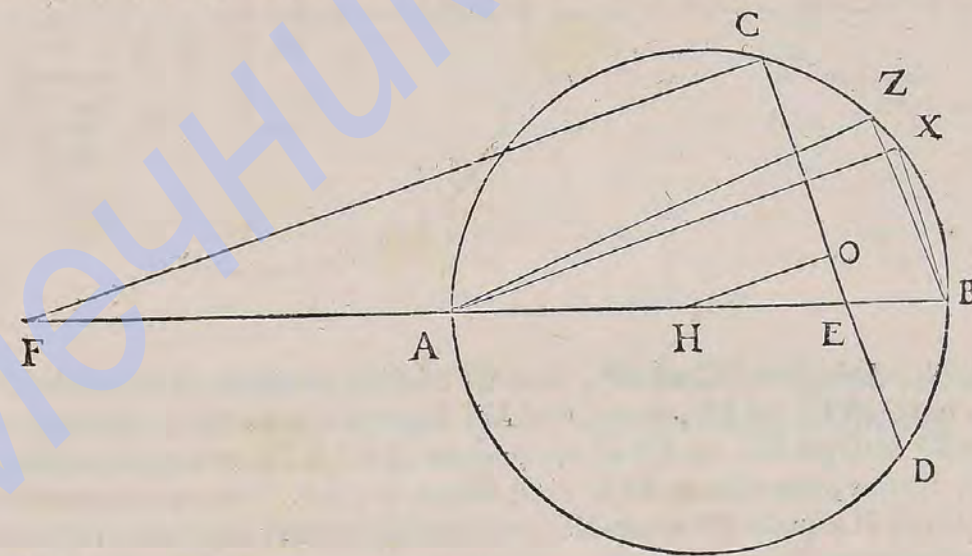


PRO-

PROPOSITIO IX.

Si diametrum circuli ita secet inscripta ut segmenta inscriptæ sint in continua proportionem inter mutua segmenta diametri: anguli, qui fit in sectione, duplum complementum, minus erit circumferentia, quæ à triente diametri circuli subtenditur.

Circuli, cujus H centrum, diametrum AB ita secet in E inscripta CD , ut EC, ED segmenta inscriptæ CD sint in continua proportionem inter AE, EB segmenta mutua diametri AB . Secetur autem CD bifariam in O ex H centro, unde angulus OHE est complementum OEH , quoniam angulus ad O est rectus. Subtendatur deinde ad partes O recta BZ , sumpta æqualis trienti diametri AB . Dico anguli OHE duplam amplitu-



dinem minorem esse circumferentia ZB . Connectatur enim AZ , & per CA ipsi CD perpendicularis, occurrat diametro BA in F . Erit igitur FA ipsi CD æqualis. Itaque tota FE erit composita ex tribus proportionalibus AE, EC, ED æqualis, quæ majores sunt triplo mediæ EC . Quare FE ad EC majorem habet rationem quam tria ad unum, id est quam AB ad BZ . Habeat eandem quam AB ad BX , & subtendatur BX . erit igitur BX minor quam BZ , & consequenter circumferentia BZ major erit circumferentia BX . Eadem autem est ratio HE ad OE , quam FE ad EC , similia enim sunt triangula HEO, FEC . Itaque erit AX ipsius HO parallela, & circumferentia BX dupla amplitudo anguli OHE , seu XAB , seu CFE . Dupla igitur amplitudo anguli OHE minor est circumferentia ZB . Quod erat ostendendum.

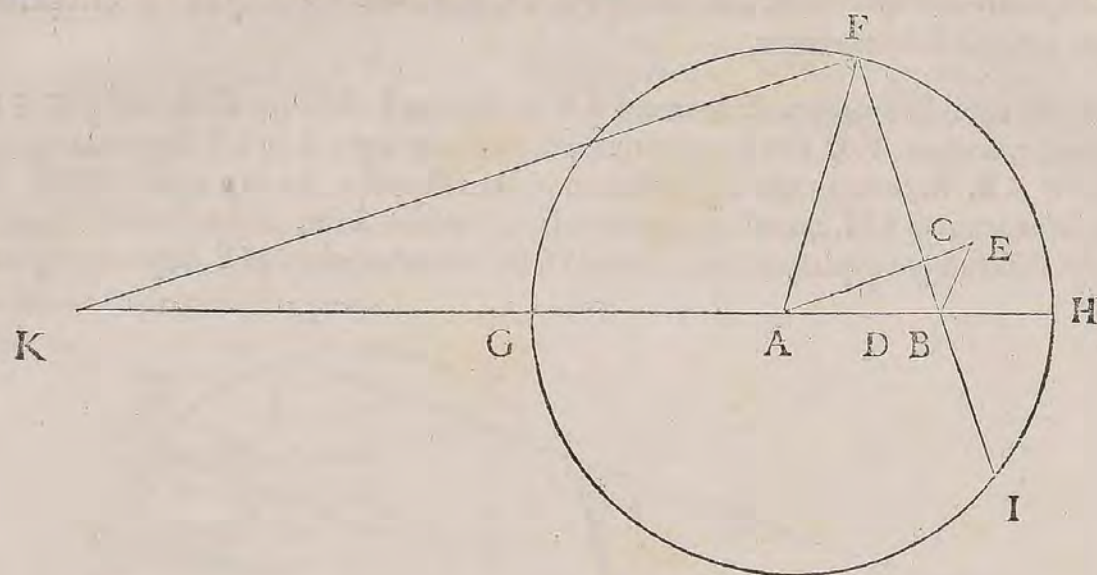
PROPOSITIO X.

Ad datum angulum ei æqualem qui fit in sectione inscriptæ circulo, & diametri, exhibere mutua earum segmenta in continua proportionem. Oportebit autem in eo triangulo rectangulo, cujus basis subtendetur angulo dato, perpendiculum esse minus triente hypotenuse, quoniam hypotenusa ad perpendiculum est sicut diameter ad subtensam duplo complementi anguli sectionis.

Oporteat exhibere circumulum cui inscriptam ita secet diameter, ut segmenta sint in continua proportionem, & præterea angulus qui fiet in sectione æqualis sit angulo dato. Detur angulus ABC , reliquus autem è recto in quocumque triangulo rectangulo BAC . Ita tamen ut ejus trianguli hypotenusa AB sit major triplo perpendiculi BC , ob ea quæ jam exposta & demonstrata sunt. Cum igitur ab AB abscindatur AD , æqualis duplæ BC , rur-

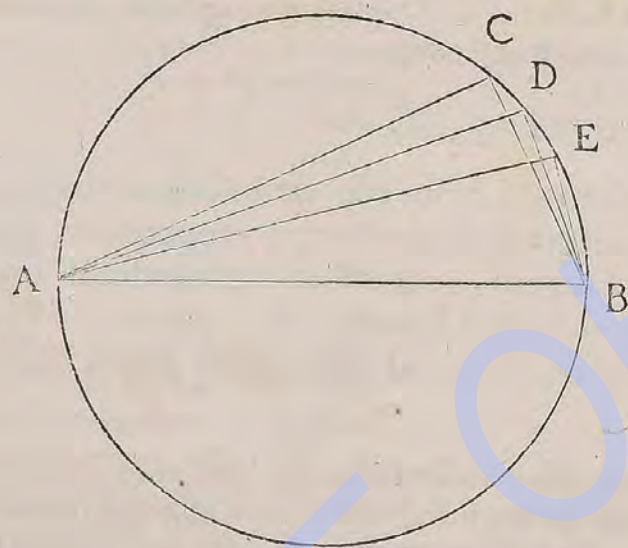
I i 3

CB, rursus erit DB major ipsa CB. In continuata itaque AC sumatur BE ipsi DB æqualis, & per A agatur recta AF ipsi BE parallela, secans BC continuatam in F. Et centro A, in intervallo AF describatur circulus, quem AB utrinque continuata secet in G, H, BC vero secet in F, I. Dico segmenta GB, BF, BI, BH esse in continua proportionione. Excitetur enim per punctum F recta FK, ipsi FI perpendicularis, occurrens diametro GH con-



tinuatæ in K. Erit igitur BC ad AB, sicut CF ad AK; parallelæ autem constructæ sunt BE, AF. quare est BC ad BE, sicut CF ad AF. Et per synthefin BC ad AB quæ composita est ex BE & dupla BC, ita CF ad compositam ex AF & FI, quæ quidem FI dupla est ipsius CF. Quare composita ex AF & FI est eadem quæ KA. Vtrinque dematur AF seu AG, fit KG ipsi FI æqualis. Est autem KG continuatio diametri ad punctum occurfus ejus rectæ quæ secuit inscriptam ad angulos rectos per ipsius extrema. Ergo sunt in continua proportionione segmenta, GB, BF, BI, BH. Ad datum itaque angulum ABC ei æqualem qui fit in sectione inscriptæ & diametri, eundemque reliquum è recto cujusvis trianguli rectanguli dummodo illius hypotenusa major sit triplo perpendiculari, exhibita sunt ipsa segmenta in continua proportionione. Quod erat faciendum.

Ex his licet angulorum qui sunt in sectione inscriptæ & diametri cum mutua earum segmenta sunt in continua proportionione, systemata expendere.



Sit circuli diameter AB. Et quoniam ratio diametri ad subtensam duplo complementi ejus anguli qui fit ab inscripta & diametro, cum segmenta earum sunt in continua proportionione, est ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, oportet autem differentiam extremarum majorem esse triplo differentia mediarum. Subtendatur BC triens diametri AB. erit igitur angulus CBA systema extremum omnium angulorum quos oportebit eo esse majores.

Placeat autem cum continue proportionales sunt in ratione dupla systema adnotare. Quoniam ratio est ut 2 ad 1, numerus autem proximus post binarium est ternarius, ducatur 3 in 2, sunt 6, quibus addatur unitas.

tas. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 7 ad 2. Quare qualium AB erit 7, talium subtenditor BD duarum, erit angulus DBA systema rationis dupla. Et cum ratio continue proportionalium erit minor dupla, anguli sectionum erunt majores quidem angulo CBA, sed minores angulo DBA.

Placeat autem cum proportionales sunt in ratione tripla systema adnotare. Quoniam ratio est ut 3 ad 1, numerus autem proximus post ternarium est quaternarius, ducantur 4 in 3 sunt 12, quibus addatur unitas. Erit igitur differentia extremarum ad differentiam mediarum ut 13 ad 3. Quare qualium AB erit 13 talium subtenditur BE trium. & erit angulus EBA systema rationis tripla. Et cum ratio continue proportionalium erit minor tripla sed major dupla, anguli sectionum erunt majores quidem angulo DBA, sed minores angulo EBA.

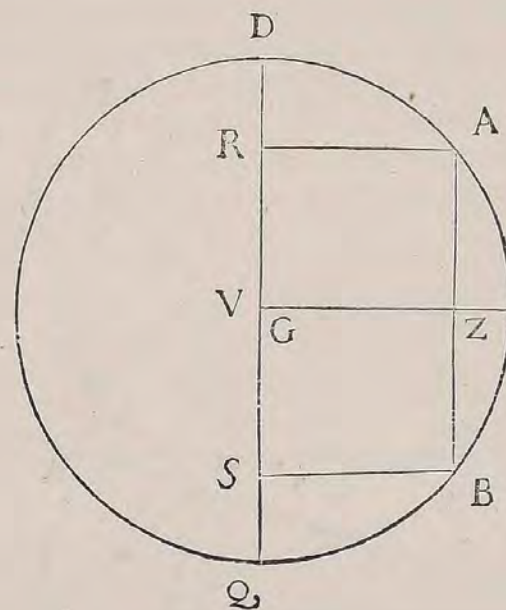
Ex Canonicis autem numeris triangulorum dabuntur idem anguli, in partibus qualium rectus estimatur XC, faciendo ut 7 ad 2, vel 13, ad 3, & ea in infinitum methodo, ita 100, 000 ad sinum complementi anguli qui fit ab inscripta & diametro. ut in tabella.

aqualitatis	3	1	33.333	XIX. XXVIII.	Cujus	LXX. XXXII.
dupla	7	2	28.571	XVI. XXXVI.	comple	LXXIII. XXXIII.
tripla	13	3	23.077	XIII. XX.	mentum	LXXVI. XL.
quadrupla	21	4	19.048	X. LIX.	est is qui	LXXIX. L.
quintupla	31	5	16.129	IX. XVII.	fit ab	XXX. XLIII.
sextupla	43	6	13.953	VIII. I.	incri	XXCI. LIX.
sextupla	57	7	12.281	VII. III.	pta &	XXCII. LVII.
octupla	73	8	10.959	VI. XVII.	diamet	XXCIII. XLIII.
nonupla	91	9	9.890	V. XLI.	tro.	XXCIV. XIX.
decupla	111	10	9.009	V. X.		XXCIV. L.

PROPOSITIO XI.

Si duæ parallelæ inæquales inscribantur circulo, & actæ per minoris extrema perpendiculares majorem abscindant: excessus majoris ex utraque parte erit æqualis.

Duæ parallelæ inæquales DQ, AB inscribantur circulo, majoremque DQ actæ AR, BS per extrema minoris AB, normaliter secant in R, S. Dico DR, SQ esse æquales. Circuli enim centrum esto G, per quod agatur diameter ipsis RA vel SB parallela, secans DQ, AB in V, Z. Cum igitur inscriptæ DQ, AB secantur è centro ad angulos rectos, ideo secabuntur bifariam. Erit itaq; DV ipsi VQ æqualis, & AZ seu RV ipsi ZB seu VS. Ab æqualibus igitur DV, VQ, æquales RV, VS subducuntur. Ergo DR fiet æqualis SQ. Quod erat ostendendum.

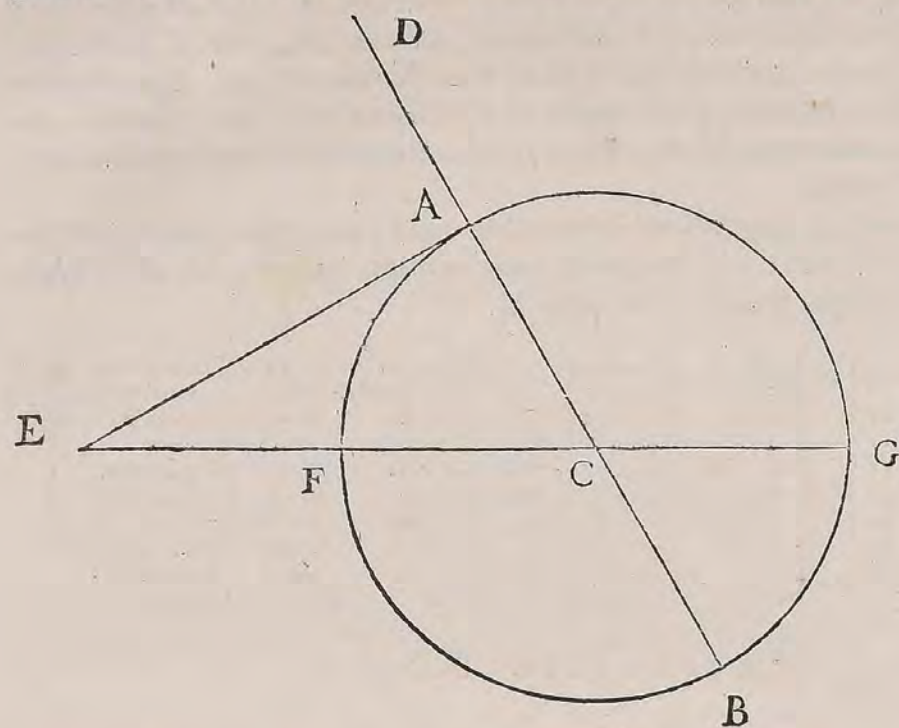


PROPOSITIO XII.

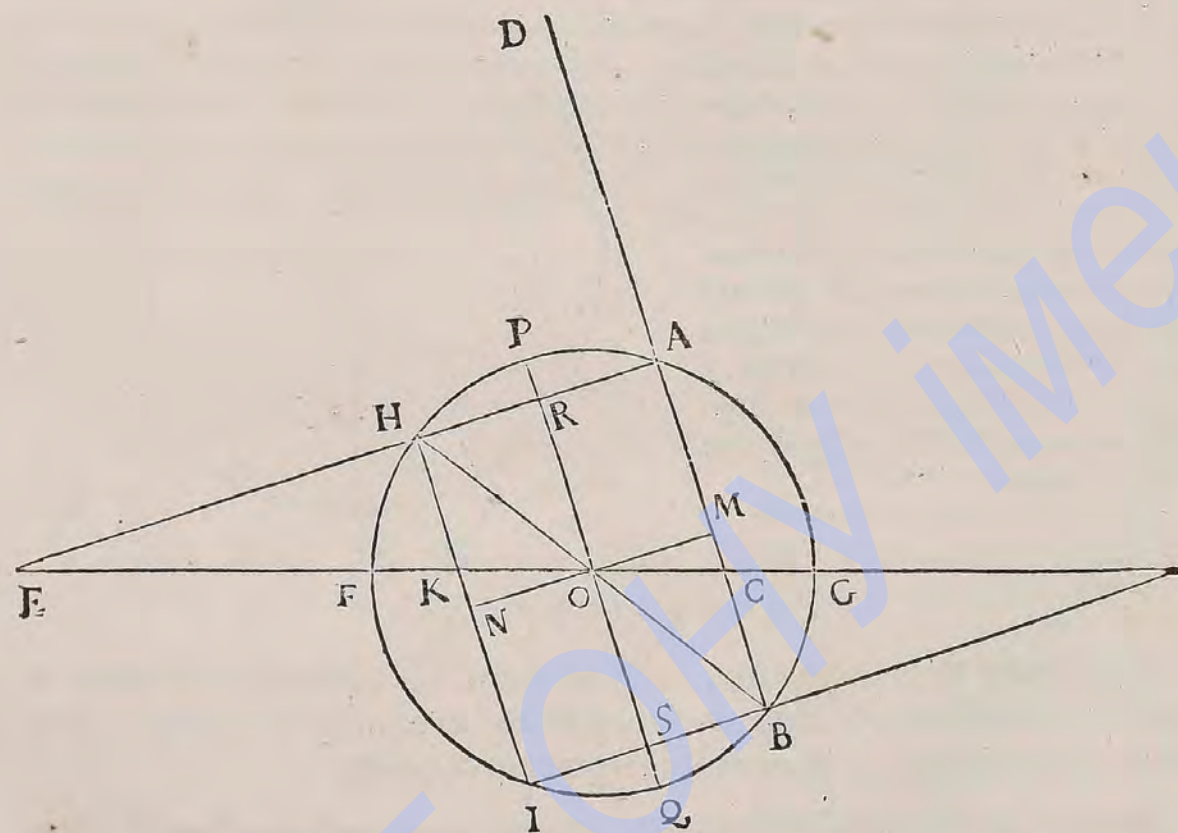
Data recta & in ea puncto, invenire circulum cui data inscribetur, & cum diameter eam abscindet in dato puncto, erunt segmenta inscriptæ in continua proportionione inter mutua segmenta diametri.

Sit data recta AB, & in ea punctum C. Oportet facere quod propositum est. Fiar ut BC ad CA, ita CA ad AD, & coeant in eandem rectam BA, AD. & ad A excitetur ipsi CD perpendicularis AE, in qua sumatur CE toti BD æqualis, & abscindatur CF ipsi AD æqualis. & per puncta A, B, F ducatur circulus, quem FC quoque secet in G. Sunt igitur

tur, FG, AB inscriptæ circulo quæ se mutuo secant in C. Itaque est ut FC ad CA, ita CB ad CG. Sed FC ad CA, est ut CA ad CB. Igitur est ut FC ad CA, ita CA ad CB, & ita CB ad CG. Sunt itaque segmenta AC, CB in continua proportionem inter mutua segmenta FC, CG. Dico autem FG esse diametrum circuli. Aut enim AB secata est in C æqualiter, aut secus. Sit primum secata in C æqualiter. Quoniam factum est ut BC ad CA, ita CA ad AD, erit quoque FC id est AD æqualis ipsi CB seu CA. Itaque centrum erit ipsum C, & perpendicularis EA circum cōtinget. Sed esto AB secata inæqualiter in C. Quoniam AB non est diameter, ideo perpendicularis EA circum



lum non continget, sed secabit. Secet in H, & subtendatur HB. Erit igitur HB diameter, angulus enim HAB, cum sit rectus est in semicirculo, agatur quoque HI ipsi AB parallela secans circumulum in I, FG vero in K, & jungatur IB, & ea continuata occurrat ipsi



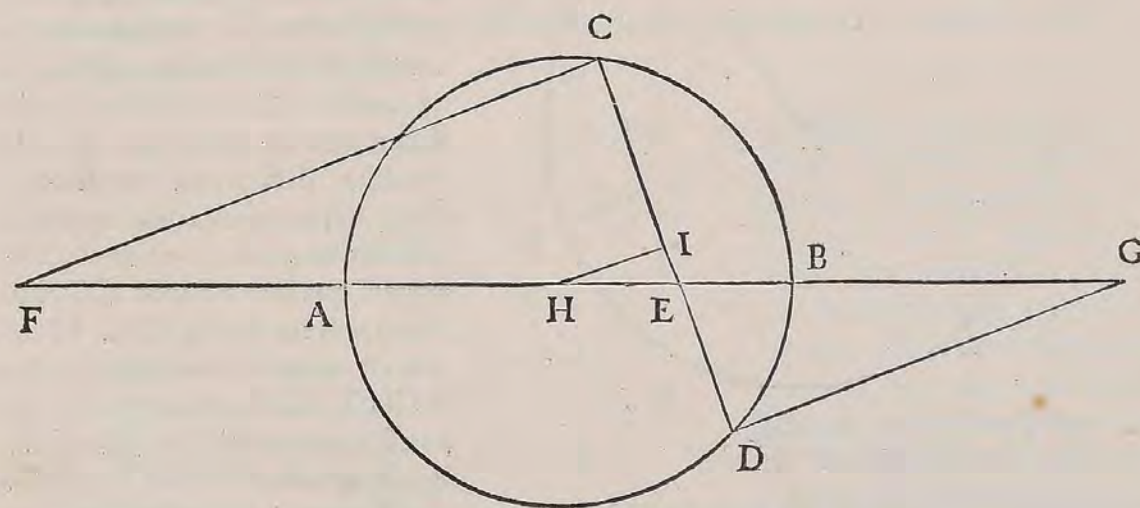
FG in L. Angulus igitur HIB erit quoque in semicirculo. itaque erit rectus, & rectangulum circulo inscriptum AHIB. Ducatur autem per medium AB recta MN, ipsi HA æqualis

æqualis & parallela secans FG in O. Erit igitur MC differentia dimidia segmentorum AC, CB. Et quoniam triangula rectangula EAC, CBL sunt similia, propter EA, IL parallelas. ideo est CA ad EC, sicut CB ad CL, & sicut differentia inter CA, CB ad differentiam inter EC, CL. Sed differentia inter CA, CB est dupla CM, & est CA ad EC, sicut CM ad CO ob similitudinem triangulorum COM, CEA. Quare CO erit dimidia quoque differentia inter EC, CL. atque adeo EL secata est bifariam in O. Composita autem est EC ex FC, CA, CB. & est ut AC ad CB, ita composita ex FC, CA, CB ad compositam ex CA, CB, CG. Itaque CL erit eadem quæ composita ex CA, CB, CG. proinde GL, EF erunt ipsi AB compositæ ex CA, CB æquales. Ab æqualibus itaque EO, OL æquales GL; EF subducendo, fit FO æqualis ipsi OG. Inscrubatur per O recta PQ, ipsi AB, HI parallela secans HA, IB in R, S. Erit igitur RS æqualis ipsi AB vel HI, & secata bifariam in O sicut AB, HI in M, N, & erunt RP, SQ æquales. Duæ igitur inscriptæ circulo FG, PQ secantur bifariam in circulo. Quare utraque est diameter. Est igitur diameter FG. Data igitur recta AB, & in ea puncto C, inventus est circulus AFB cui data AB inscribitur, & cum diameter FG eam abscondit in dato C puncto, existunt segmenta AC, CB in continua proportionem inter FC, CG mutua segmenta diametri FG. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XIII.

Si fuerint quatuor rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum, plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum: & ita composita è tribus primis ad secundam: & ita composita è tribus postremis ad tertiam.

Exponatur circulus ACBD cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportionem. Idem fieri posse secundum quamcumque rationem datam expositum est. Cum igitur CD secabitur in C & D perpendiculariter à rectis CF, DG, occurrentibus ipsi EA in F, G. Erunt FA, BG ipsi CD æquales. Sit autem H centrum, per quod secetur CD ad rectos angulos in I. Est igitur AH dimidia composita ex extremis, CI dimidia composita ex mediis, HE dimidia differentia extremarum, EI dimidia differentia mediarum, FA vel BG composita ex mediis,



FE composita è tribus primis, EG ex tribus postremis. Eadem autem est ratio totius ad totum quæ partis ad partem. Dico igitur esse ut HE ad EI, ita FH ad IC, & ita FE ad EC, & ita EG ad ED. Id autem est manifestum propter similitudinem triangulorum HEI, FEC, GED.

PROPOSITIO XIV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: differentia extremarum maior erit triplo differentiæ mediarum.

Id autem est manifestum, cum differentia extremarum ad differentiam mediarum ostensa est se habere, sicut composita est prima, secunda, & tertia ad secundam, vel ex secunda, tertia & quarta ad tertiam. Tres autem continue proportionales maiores sunt mediæ triplo.

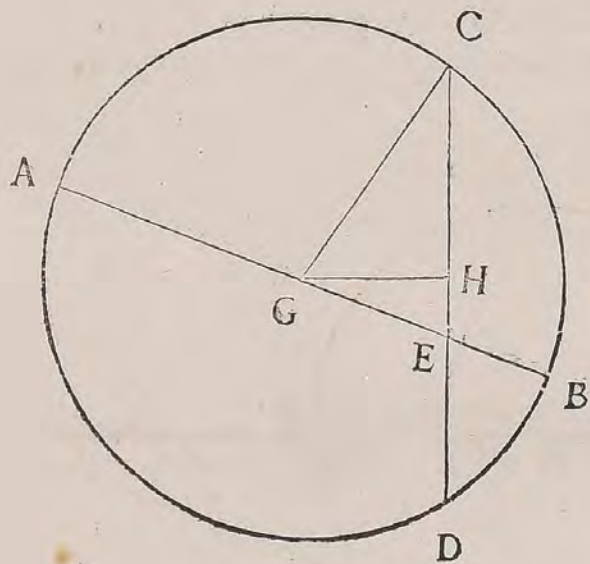
PROPOSITIO XV.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continue proportionales: erit ut differentia extremarum minus dupla differentia mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

Ostensum enim est esse ut differentia extremarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum plus duplo adgregati mediarum ad adgregatum mediarum. Quare subducendo erit ut differentia extremarum minus duplo differentiæ mediarum ad differentiam mediarum, ita adgregatum extremarum ad adgregatum mediarum.

PROPOSITIO XVI.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ proportionales: quadratum adgregati extremarum, minus quadrato adgregati mediarum, erit æquale quadrato differentiæ extremarum, minus quadrato differentiæ mediarum.



Exponatur circulus A C B D, cujus diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E: itaque sit ut AE ad EC, ita ED ad EB. Cum igitur CD secabitur in H ad rectos angulos ab ea quæ est ex G centro, & connectetur GC, erit GC dimidia composita ex extremis, & CH dimidia composita ex mediis. Sed & GE dimidia est differentia extremarum, & EH dimidia differentia mediarum. Dico igitur quadratum ex dupla GE, minus quadrato ex dupla EH, æquari quadrato duplæ CG, minus quadrato duplæ CH. Id autem est manifestum cum triangula CHG, GEH, quorum GH basis est communis, sint rectangula.

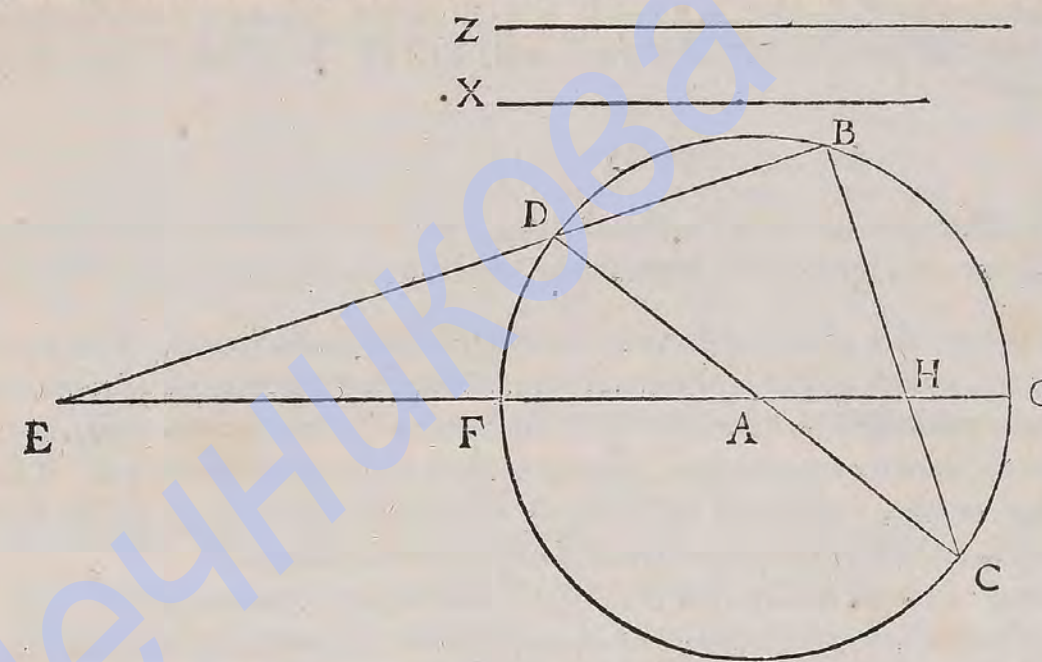
Itaque quadratum ex CG, minus quadrato ex CH, æquatur quadrato ex GH. sicut etiam quadratum ex GE, minus quadrato ex EH. Est autem eadem ratio totius ad totum quæ dimidii ad dimidium.

PROPOSITIO XVII.

Dato adgregato extremarum, & adgregato mediarum in serie proposita quatuor rectarum continue proportionalium, distinguere continue proportionales.

Propo-

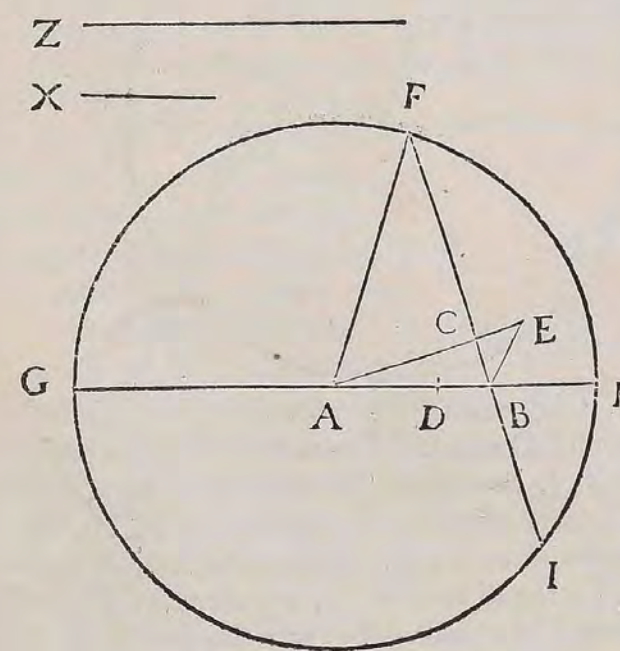
Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportionione, ex quarum extremis composita est Z, ex mediis X. Oportet distinguere medias & extremas. At vero dato circulo & inscripta, licet à diametro ita secare inscriptam, ut segmenta inscriptæ sint in continua proportionione inter mutua segmenta diametri. Quare centro A, intervallo AB æquali di-



midia Z describatur circulus, cui inscribatur BC æqualis datæ X. Et agatur diameter CAD. Et in iuncta BD & continuata, ponatur AE composita ex AB, BC æqualis. & EA secet circulum in F, G. BC vero in H. Ergo per ea quæ ostensa sunt, est ut FH ad HB, ita HB ad HC, & ita HC ad HG. Est autem FG æqualis ipsi Z ex constructione, & BC ipsi X. Quare factum est quod oportuit.

PROPOSITIO XVIII.

Data differentia mediarum, & differentia extremarum in serie proposita quatuor rectarum continue proportionalium, invenire continue proportionales. Oportet autem differentiam extremarum majorem esse tripla differentia mediarum.



Proponantur quatuor rectæ esse in continua proportionione, quarum extremæ differant per Z, mediæ per X. Oportet invenire sive medias, sive extremas. At vero ad angulum quemcumque inscriptæ & diametri, exhibere licet mutua earum segmenta in continua proportionione. Trianguli autem rectanguli, cujus hypotenusa est æqualis differentia extremarum, perpendiculum differentia mediarum, basis subtenditur angulo æquali ei qui fit in sectione diametri & inscriptæ. Quare constituatur triangulum rectangulum ABC cujus hypotenusa AB sit dimidia Z æqualis, perpendiculum vero BC dimidia X æqua-

Kk 2

X æquale. & ex AB abscindatur AD æqualis duplæ CB. Itaque DB sit rursus maior quam CB, quoniam AB maior est triplo CB. Vnde in producta AC ponatur BE ipsi DB æqualis, & per A agatur AF ipsi EB parallela, cui occurrat BC in F. & centro A, intervallo AF describatur circulus; quem AB secet in G, H; FB vero secet quoque in I. Ergo per ea quæ ostensa sunt, est ut GB ad BF, ita BF ad BI, & ita BI ad BH. Est autem AB differentia dimidia inter GB, BH, & CB differentia dimidia inter FB, BI. Quare factum est quod oportuit.

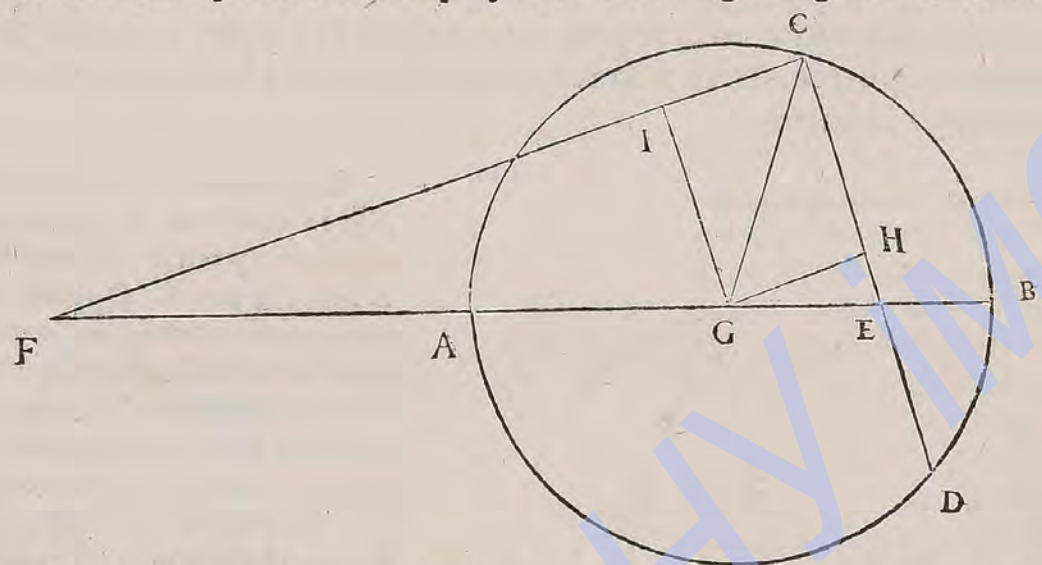
PROPOSITIO XIX. Δεδόμειον.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: Dato adgregato mediarum & adgregato extremarum, dantur singulæ mediæ vel extremæ.

Enimvero duo ab iis constituuntur triacula similia rectangula. Vnum cuius hypotenusa æqualis est compositæ ex adgregato extremarum & duplo adgregato mediarum, perpendiculum vero adgregato mediarum. Alterum cuius hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum. Est autem basis in isto, eadem quæ in triangulo rectangulo cuius hypotenusa est æqualis adgregato extremarum, perpendiculum adgregato mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum compositæ ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum, multatum quadrato adgregati mediarum ad quadratum adgregati extremarum minus quadrato adgregati mediarum, ita quadratum adgregati mediarum ad quadratum differentiæ mediarum. Vel ita quadratum compositæ ex adgregato extremarum & duplo adgregati mediarum ad quadratum differentiæ extremarum.

Exponatur circulus ADBC, cuius diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportionione. Id enim fieri posse secundum rationem quamcumque datam expositum est. Dico data diametro AB & inscripta CD, dari mutua earum quæ in continua proportionione sunt singula segmenta; diametri vide-



licet AE, EB; alterius inscriptæ CE, ED. Cum enim CD secabitur perpendiculariter recta CF occurrente ipsi BA in F, erit FA ipsi CD æqualis. Sit autem G centrum per quod secetur CD, CF ad angulos rectos in H, I. Sunt igitur duo triacula rectangula similia FGI, GEH. At trianguli quidem FGI, perpendiculum GI æquale est ipsi CH, seu dimidiæ CD. GF vero hypotenusa composita est ex AG dimidia diametri AB, & ex FA id est CD. Itaque datur triaculum FGI. Trianguli vero GEH, hypotenusa GE est differentia dimidia AE, EB, & perpendiculum EH æquale differentiæ dimidiæ CE, ED. Basis porro GH æqualis est basi trianguli rectanguli CGH, cuius hypotenusa CG est æqualis dimidiæ AB, perpendiculum CH æquale dimidiæ CD. Itaque datur basis GH. Cum igitur duo sint similia triacula FGI, GEH, quorum primilatera dantur: atque

in

in iisdem partibus unum latus secundi, videlicet GH, dabuntur latera reliqua HE, GE. Quod ipsum est quod hic enunciatur, lateribus omnibus duplatis. Data autem differentia mediarum & summa earundem vel extremarum, dantur singulæ.

Παράδειγμα.

In proposita serie quatuor continue proportionalium, sit data composita ab extremis 35, composita vero è mediis 30. & oporteat invenire continue proportionales. In triangulo igitur FGI dupla FG datur 95, composita ex adgregato extremarum & duplo adgregato mediarum, dupla GI 30 adgregatum mediarum, atque adeo dupla FI 125. Sed & in triangulo simili GHE datur dupla GH, cuius dupla quadratum æquale est quadrato adgregati extremarum, minus quadrato adgregati mediarum. Seu etiam quadrato differentie extremarum minus quadrato differentie mediarum, quæ quadratorum differentie sunt æquales. Nam GH est basis sive triaculi rectanguli GHE, sive GHC. Fiet igitur ut FI 125 ad GH 325, id est ut 5 ad 1, id est 5 ad 1. Ita GI 30 ad HE 6. & ita FG 95 ad GE 19. Est igitur 6 differentia mediarum, quæ addita 30, facit 36 duplum maioris mediarum. Atque est 19 differentia extremarum, quæ addita 35 adgregato extremarum facit 54 duplum maioris extremarum; ablata 16 duplum minoris extremae. Atque adeo series proportionalium quæ quærebatur est AE 27, EC 18, ED 12, EB 8.

PROPOSITIO XX. Δεδόμειον.

Si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales: Data differentia mediarum & differentia extremarum, dantur singulæ.

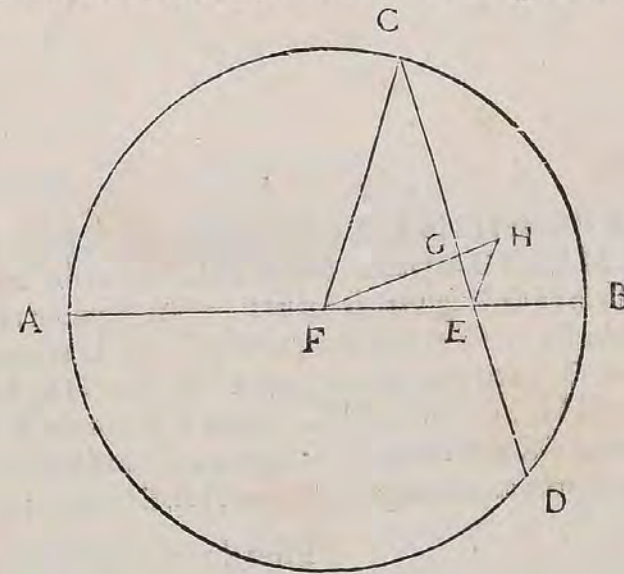
Enimvero duo ab iis constituuntur similia triacula rectangula. Vnum cuius hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum diminuta differentia dupla mediarum, perpendiculum vero differentiæ mediarum. Alterum cuius hypotenusa est æqualis adgregato extremarum, perpendiculum adgregato mediarum. Est autem basis in isto eadem quæ in triangulo rectangulo cuius hypotenusa est æqualis differentiæ extremarum, perpendiculum differentiæ mediarum.

Itaque: Erit ut quadratum differentiæ extremarum contractæ dupla differentia mediarum multatum quadrato differentie mediarum ad quadratum differentie extremarum minus quadrato differentie mediarum, ita quadratum differentie mediarum ad quadratum adgregati mediarum. Vel ita quadratum differentie extremarum contractæ dupla differentia mediarum ad quadratum adgregati extremarum.

Exponatur circulus ADBC, cuius diameter AB secet inscriptam quamcumque CD in E, ita ut AE, EC, ED, EB sint in continua proportionione. Et per centrum F secetur CD normaliter in G. Itaque fiat FE dimidia differentia extremarum AE, EB, & GE dimidia differentia mediarum CE, ED. Dico datis FE, GE, seu earum duplis dari singulas AE, EC, ED, EB. Iungatur enim CF & ipsi agatur parallela EH, quam FG interceptat in H. Duo igitur triacula rectangula sunt similia CGF, EGH. Est autem CG composita dimidia ex mediis, & est CG ad CF, sicut GE ad EH. Quare dupla EH est differentia extremarum, minus dupla differentia mediarum. Data itaque sunt latera triaculi EHG propter datas FE, GE. Et est HE differentia inter FE & duplam GE. Sed & triaculi similis CGF datur latus FG, quo plus potest una datatum altera. Quare reliqua similis triaculi CGF latera dabuntur. Et ex adgregato & differentia singulæ. Quod ipsum est quod hic duplatis lateribus enunciabatur.

K k 3

Παράδειγμα.



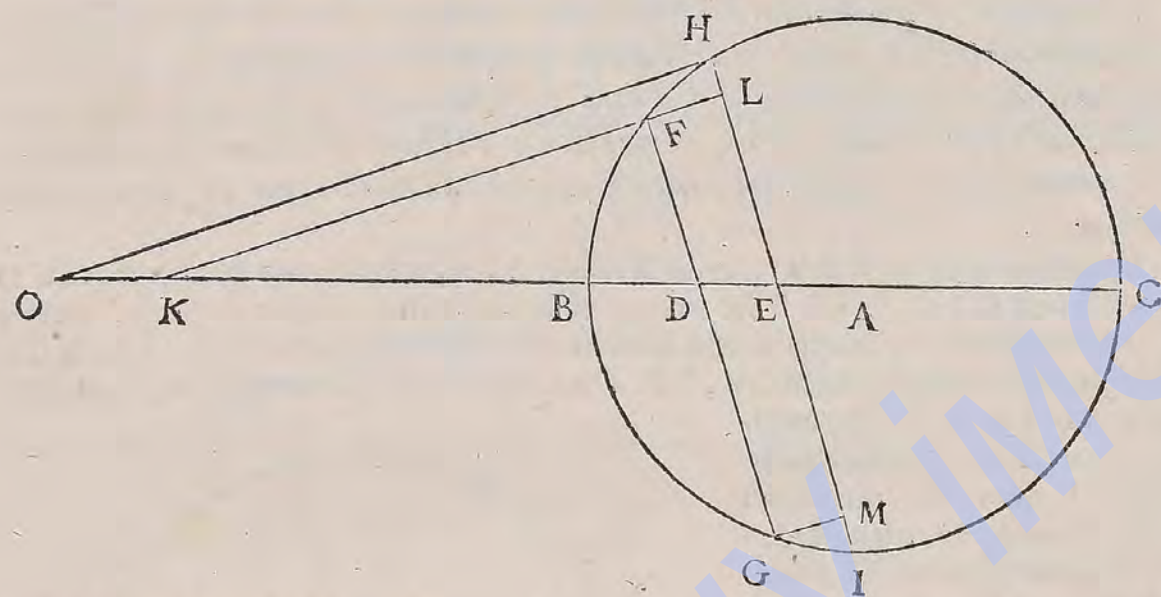
Παράδειγμα.

In propofita ferie quatuor continue proportionalium, fit data differentia mediarum 6, extremarum 19. Et oporteat invenire continue proportionales. Duo sunt igitur fimilia triangula EGH, CGF in quorum primo datur dupla GE nempe differentia mediarum 6, & dupla EH 7. differentia inter 19 & duplam 6. Quare fit dupla GH 13. In triangulo vero CGF datur duplum lateris FG quo plus potest differentia extremarum differentia mediarum, seu adgregatum extremarum adgregato mediarum. Fiet igitur ut HG 13 ad FG 1325, id est ut 1 ad 25 seu 1 ad 5, ita GE 6 ad GC 30, & ita EH 7 ad FC 35. Est igitur 30 summa mediarum, cui addita differentia earum, facit 36 duplam maiorem mediarum, vel ablata 24, duplam minorem mediarum. Aque est 35 summa extremarum, cui addita differentia earum 19, facit 54, duplam maiorem extremarum, ablata 16, duplam minorem. Atque adeo series proportionalium quaefita est AE 27, EC 18, ED 12, EB 8.

PROPOSITIO XXI.

Si duæ infcriptæ circulo inæquales parallelæ diametrum fecent, & fint segmenta unius in continua proportionione inter mutua segmenta diametri: segmenta alterius infcriptæ in continua proportionione inter mutua segmenta diametri non erunt.

Circuli enim cuius A centrum, diametrum BC fecent in D, E, infcriptæ parallelæ inæquales FG, HI, & segmenta FD, DG fint continue proportionalia inter BD, DC. Dico segmenta HE, EI non fore continue proportionalia inter BE, EC. Quoniam enim FD, DG sunt in continua proportionione inter BD, DC, ideo cum fecabitur perpendiculariter FG per F a recta FK occurrente ipsi CB in K. Erit KB ipsi FG æqualis. Ipsa au-



tem KF fecerit HI in L, & per G agatur GM ipsi FL parallela, secans HI in M. Erit igitur LM ipsi FG æqualis. Sed & HL, MI erunt æquales. Per H vero agatur ipsi KL parallela HO. Si igitur, sed si fieri possit, segmenta HE, EI sunt in continua proportionione inter BE, EC, erit OB æqualis ipsi HI. Erat autem KB æqualis ipsi FG seu LM. Quare OK erit æqualis compositæ ex duabus HL, MI, id est duplæ HL. Est autem ut OK ad HL, ita EK ad EL. Quare EK erit dupla EL. Hoc autem est absurdum. Nam oportet EK quæ composita est prima, secunda, & tertia esse maiorem tripla EL. Non igitur sunt in continua proportionione HE, EI inter BE, EC. Quod erat ostendendum.

Pseudo-mesolabi expositio.

Απαγωγή εἰς τὸ ἀδύνατον est methodus demonstrandi bene Mathematica

ca ὡς ἐπὶ μὴ ὁμογενῶν. Sed reducendum est εἰς τὸ ἀδύνατον totum quod negatur, non etiam pars tantum. Contingit enim sæpenumero una parte concessa alteram quoque partem concedi. Quod ipsum est quod probat eo paralogismo Sophista, non quod sibi est probandum. Ut pote placeat ψευδομεσολαβεῖν. Nam & περὶ ψευδαρίων scripsit Euclides, cuius librum invidit injuria temporis, & nobis cavendum est ἀπὸ τῆς ψευδαρίων.

Sic igitur ἀπολογίζω.

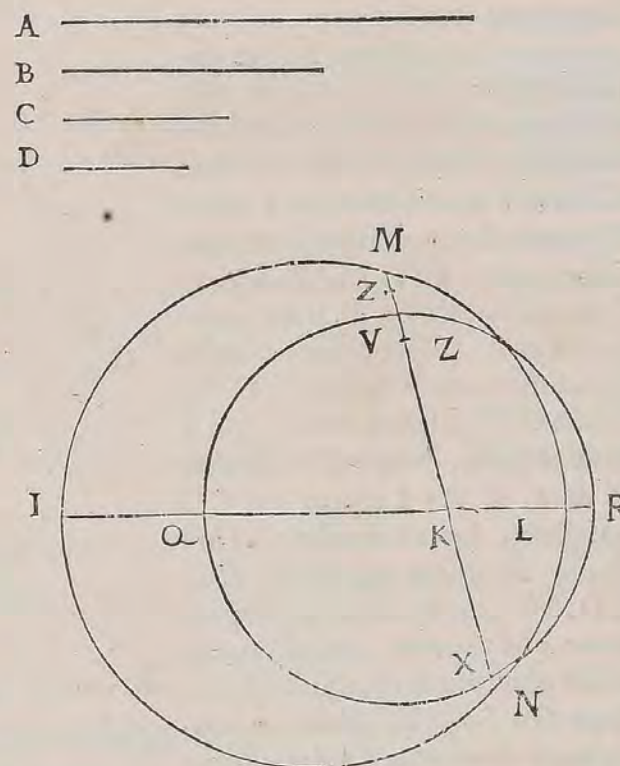
Ψευδομαθήματα.

Anguli qui fiunt ab infcripta & diametro circuli, cum mutua earum segmenta sunt in continua proportionione, qualicumque sit ratio continue proportionalium, sunt æquales.

Sint quatuor lineæ rectæ continue proportionales, siue ἐν λόγῳ ὁμοείω, vel ὁμομερεῖ, vel πολλαπλασίω. Neque enim addit, vel adimit ψευδογενεφύματι περὶ τὸ ἀληθές ista distinctio. Caliginem lippientibus fortassis inducit propter insensibilem per organa differentiam, cum λόγος est ὁμοείω, vel ὁμομερής. Sed neque prodest operis structuræ distinctio continuæ analogiæ à disjuncta, nisi forte captant animos ad captandum medias speciosa verba, qualia, Angulos qui fiunt in sectione infcriptæ & diametri, cum mutua earum segmenta sunt in continua

proportionione probabiliter videri τὴν παραγωγήν, & μὴ ἀπλῶς ἐχόντων. At contra in proportionione disjuncta esse τὴν πολυπλάσιον, & μὴ ἀπλῶς ἐχόντων. Sunt illæ A, B, C, D. Faciant eandem lineam rectam IK. KL positæ ipsis A, D æquales, & describatur circulus ad quem pertinet diameter IL. & ex K in circumferentia sumatur KM ipsi B æqualis, ætæque MK secet quoque circumferentiam in N. Et quoniam quod sit sub MK, KN, æquale est ei quod sit sub IK, KL. Sunt autem IK, KL ipsis A, D æquales, KM vero ipsi B, & ideo KN erit æqualis ipsi C. Exponentur qualibet aliæ quatuor continue proportionales, siue earum quadrata sint ipsis IK, KM, KN, KL similia siue dissimilia, quando & illa distinctio ψευδογενεφύματι περὶ τὸ ἀληθές nihil addit neque adimit, neque quicquam facit ad statuendum æqualitatem aliam ἐν ὁμοείω λόγῳ aliam ἐν ὁμομερεῖ. quoniam quadrata poterunt esse in ratione superpartiente, & rectæ ipsæ erunt in superparticulari. nempe si quadrata sint ut 25 ad 16 quæ ratio est superpartiens decimas sextas, erunt ipsæ longitudines in sesquiquarta. Sint igitur quatuor illæ aliæ rectæ E, F, G, H, similes dissimiles-ve, ἐν λόγῳ ἢ ὁμοείῳ ἢ ὁμομερεῖ, ipsis IK, KM, KN, KL. Dico cum extre-

mæ junctæ fient diameter circuli & mediæ junctæ infcriptæ, ita se secantes ut segmenta sint ipsis E, F, G, H æqualia, angulum sectionis fore angulo MKI æqualem. In ipsa enim diametro IL sumantur ad partes I, L rectæ KQ, KR ipsis E, H æquales. In infcripta vero MN ad partes M, N rectæ KV, KX ipsis F, G æquales, & describatur circulus cuius dia-



diameter QR. Ajo circumferentiam descripti circuli QR transire per V, X. Si enim non transeat per V transeat per Z, proximus remotiusve ipso V à K puncto. Quoniam igitur inscripta circulo QR, ZX sese secant in K, ideo ei quod fit sub ZK, KX erit æquale id quod fit sub QK, KR. Id autem est ineptum cum id quod fit sub QK, KR sit æquale ex hypothesi ei quod fit sub KV, KX, id est sub F, G. Est autem KZ major minorve KV. Transigitur per V, & ideo angulus VKQ idem est cum angulo MKQ libera autem fuit constitutio proportionalium KQ, KV, KX, KR, id est E, F, G, H. In quamque igitur sectione inscripta & diametri, anguli qui fiunt sunt æquales. Quod erat demonstrandum.

Elenchus ἀσχυρισίας.

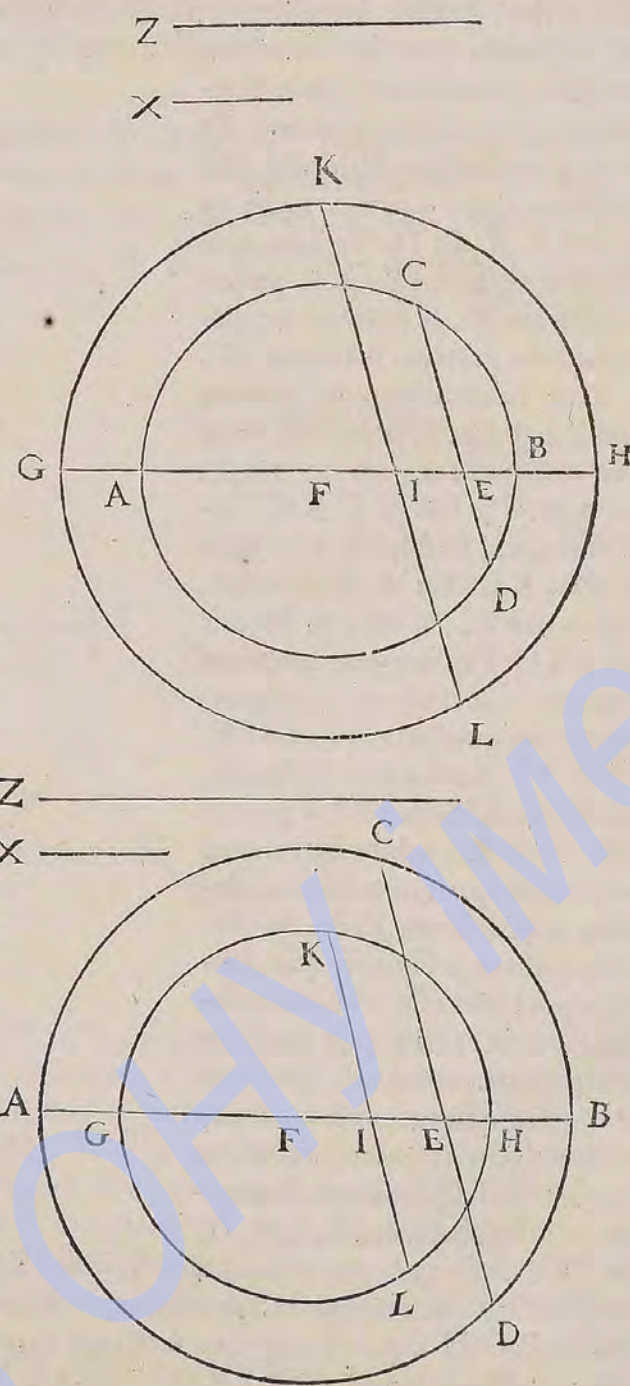
Α' πάλιν εἰς τὸ ἀδύνατον circumferentiam circuli, cuius diameter est QR, transire per aliud quam V punctum, quoniam adsumo transire per X. hoc enim concessio & illud concedi necesse est, & contra, ex Theoremate Euclideo xxxv. libri tertii. Sed cum parodos, siue per V siue per X negetur, una ex altera non potuit inferri. Quare captiosa est & imperfecta ea εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγή.

Ψευδοπρόβλημα.

Datis duabus lineis rectis, invenire duas medias continue proportionales.

Sint datae duae rectae Z, X. Oportet invenire inter datas Z, X duas medias continue proportionales. Exponatur circulus in quo diameter ita secet inscriptam, ut segmenta inscripta sint in continua proportionione inter segmenta diametri. Sit itaque diameter AB, inscripta CD, sese mutuo secantes in E, ita ut segmenta sint in continua proportionione, centrum vero F. Et eodem F centro intervallo dimidia composita ex Z, X describatur circulus quem diameter AB secet in G, H, & abs GH abscindatur GI, ipsi Z datae æqualis. Itaque IH sit altera data, & per I agatur ipsi CD parallela, secans circulum GH in K, L. Quoniam igitur AE, EC, ED, EB sunt in continua proportionione ex hypothesi, angulo autem CEA constitutus est æqualis KIG. Ergo GI, IK, IL, IH sunt in continua proportionione. Ad datas igitur Z, X, id est GI, IH inventae sunt KI, IL duae mediae in continua proportionione. Quod erat faciendum.

Sed illud est angulum angulo dato πρὸς sumere æqualem. Mesolaba autem organa sunt, & atopemata atopematis placet cumulare. Organum sane ABCD ex levi & dura materia, imo vero ex ære perenni constructo, & eo tanquam altero munimine iis qui in veteres Mathematicos temere insurgunt, obstituto.



AD-

ADIVNCTA CAPITVLA.

CAPVT I.

De construendo quadrilatero, quod sit in circulo.



Ignium certe explicatu est ac perutile Problema de construendo ex quatuor datis rectis lineis quadrilatero, ita ut circulus circa illud describi possit. Proposuerunt autem infelices Chirurgi ad id opus hoc Theorema.

Si fuerint quatuor lineae rectae ex quarum prima ut base, & secunda ut perpendiculo, constituatur triangulum unum rectangulum. Aequae ex tertia ut base, & quarta ut perpendiculo, constituatur triangulum alterum rectangulum, describatur autem circulus cuius diameter aequalis sit composita dimidia ex hypotenuseis eorum triangulorum, is est circulus intra quem constructum ex quatuor illis rectis lineis quadrilaterum poterit aptari.

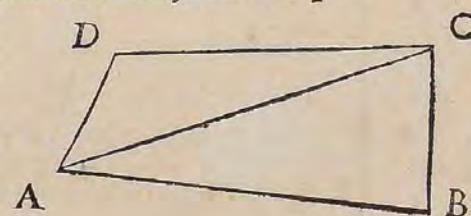
Sint itaque datae quatuor rectae lineae prima 15, secunda 20, tertia 7, quarta 24. Trianguli igitur rectanguli, cuius basis 15, altitudo 20, erit hypotenusa 25. Aequae trianguli rectanguli, cuius basis 7, altitudo 24, erit hypotenusa 25. quae duae hypotenuse conficiunt 50. Dimidia igitur summa, id est 25, erit (secundum Theorema) diameter circuli intra quem quadrilaterum ex quatuor datis constructum poterit inscribi, ut revera est. At inscriptarum ordo nihil addit adimitve peripheriarum subtensioni. Nempe si rectae 15, 20, 7, 24 subtendunt totam circuli circumferentiam, subtendent & ordine inverso quali 15, 7, 20, 24. Trianguli igitur rectanguli primi basis esto 15, altitudo 7. Erit hypotenusa $\sqrt{274}$, minor ideo $\sqrt{289}$ id est minor longitudine 17. Trianguli vero rectanguli secundi basis esto 20, altitudo 24, erit hypotenusa $\sqrt{976}$, minor ideo $\sqrt{1024}$ id est minor longitudine 32. Duarum itaque hypotenusarum summa minor erit 49, atque adeo diameter circuli erit minor 24 $\frac{1}{2}$. Cum ante per eandem methodum inventa fuisset 25.

Fallax igitur ea doctrina est qua ideo non utar, sed veram quam me mea docuerunt Analytica candide impertiam. Ab ipsis vero ordiar Geometricis elementis.

PROPOSITIO I.

Cujuslibet quadrilateri tria latera sunt maiora reliquo.

Exponatur quadrilaterum quodlibet ABCD, constructum ex rectis AB, BC, CD, AD. Sane si harum aliqua potest esse major reliquis tribus, ea erit major omnium. Sit major omnium AB. Dico ipsam AB minorem esse composita ex BC, CD, DA.



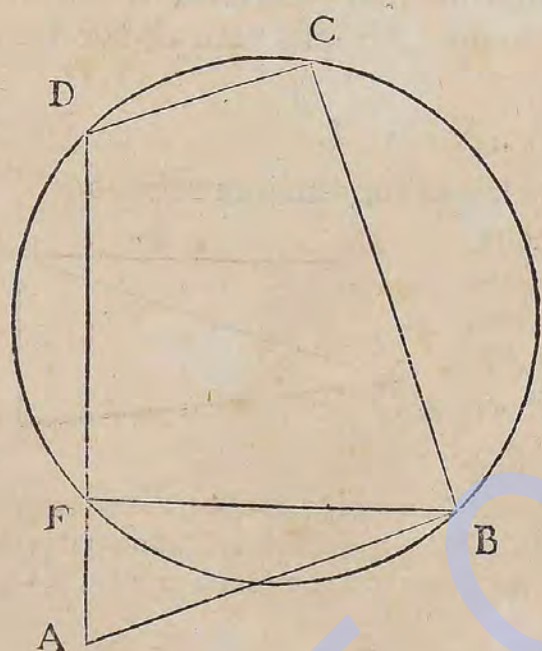
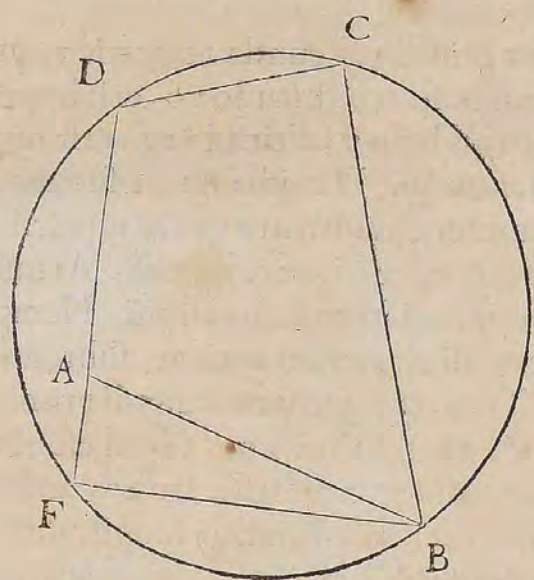
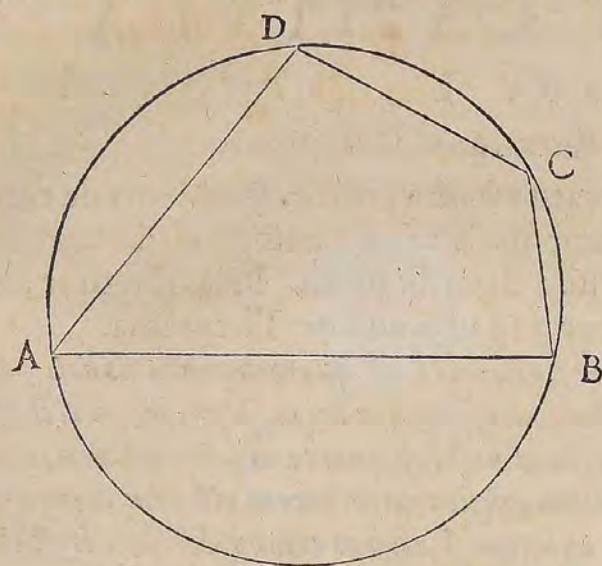
Agatur enim diagona CA, constituta igitur sunt duo triangula ACB, ACD. Trianguli autem cuiuslibet duo latera sunt maiora reliquo. Itaque erit AB minor composita ex BC, AC. Sed & ipsa AC minor erit composita ex CD, DA. Quare tanto manifestius AB minor erit composita ex BC, CD, DA. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO II.

Si in quadrilatero duo anguli oppositi duobus rectis sint æquales, erit quadrilaterum in circulo.

LI

Sit



Sit quadrilaterum ABCD, & anguli oppositi DAB, DCB sint duobus rectis æquales. Dico quadrilaterum ABCD esse in circulo. Descriptum videlicet circulum per puncta B, C, D transire quoque per A punctum.

Circulum enim per puncta B, C, D ductum secet recta DA in F. & si fieri possit sit F aliud ab A puncto. Itaque connectatur BF, erit igitur punctum A intra circumulum vel extra, sit primum intra circumulum. Et quoniam anguli DCB dupla amplitudo est circumferentia DFB, erit anguli DFB dupla amplitudo circumferentia DCB, quanta etiam ex hypothesi est dupla amplitudo anguli DAB, ut tum illius, tum anguli DCB dupla amplitudo quatuor rektos, id est circumferentiam totam, absumat. Angulo igitur DFB angulus DAB erit æqualis. quod quidem est absurdum, quandoquidem angulus DAB, qui exterior est trianguli AFB, valet angulum AFB, & præterea angulum ABF. Non est igitur intra circumulum punctum A. Sit extra. Sunt igitur duobus rektis æquales anguli DCB, DFB in ea constitutione. sicut anguli DCB, DAB ex hypothesi. Quare angulo FAB æqualis est angulus DFB. Quod quidem est absurdum, quandoquidem angulus DFB exterior est trianguli AFB. Itaque valet angulum FAB & præterea angulum FBA. Non est igitur extra circumulum punctum A. Cum itaque non sit neque extra circumulum neque intra, erit in ipsius circuli circumferentia, & idem ipsum quod F punctum, atque adeo quadrilaterum ABCD erit in circulo. Quod erat ostendendum.

COROLLARIUM.

*Ex his manifestum fit, quem-
admodum circa datum quadrila-
terum circulus describatur, si
quidem duo oppositi anguli sunt
duobus rectis æquales.*

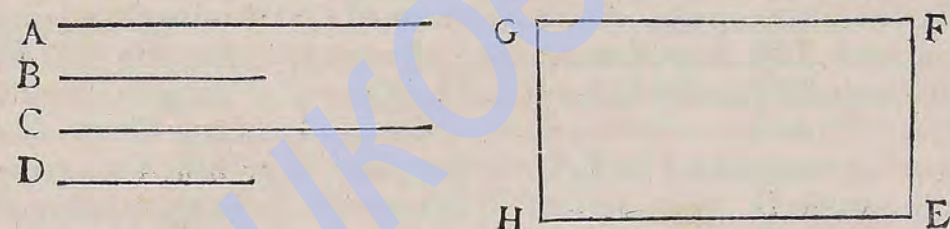
Dato nempe quadrilatero $ABCD$, & acta diagona BD , circa triangulum DCB describetur circulus, qui quidem transibit per A punctum, secundum ea quæ exposita sunt.

PRO-

PROPOSITIO III.

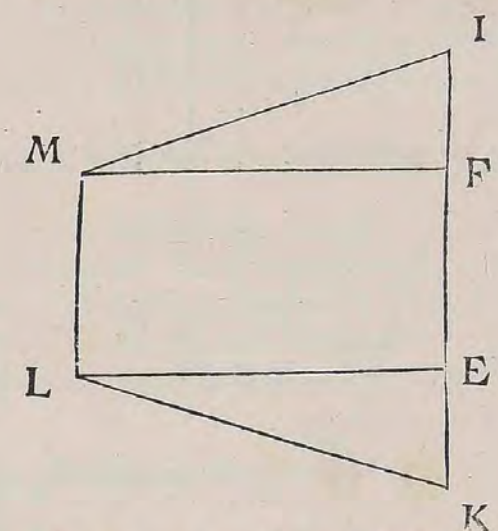
Ex datis quatuor lineis rectis quarum tres simul sumptæ sint majores reliqua, quadrilaterum quod sit in circulo, constituere.

Sint datæ quatuor lineæ rectæ A, B, C, D quarum tres simul junctæ sunt majores reliqua. Oportet ex datis A, B, C, D quadrilaterum quod fit in circulo, constituere. Intelligatur A opponi C, B vero opponi D. Aut igitur A, C erunt æquales, aut inæquales. Sint primum æquales, ac ipsæ B, D inter se quoque æquales. Faciant angulum rectum EF,

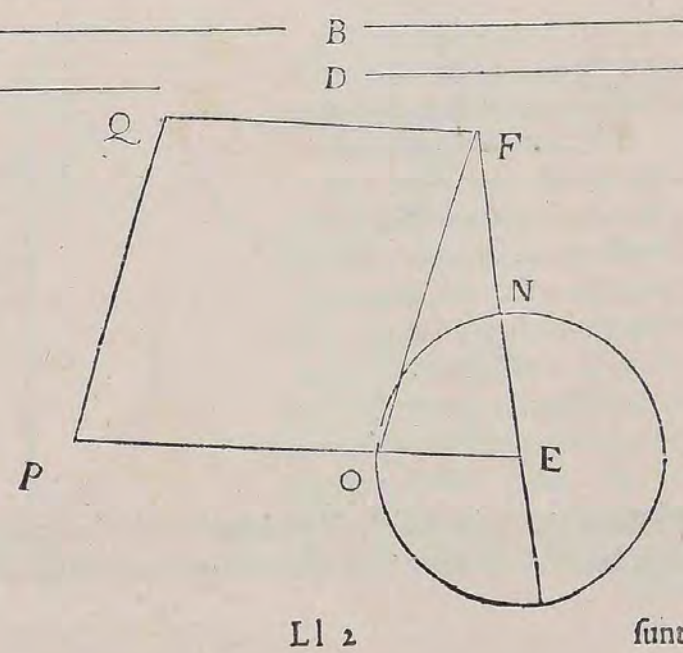


FG datis B, C seu D, A æquales, & compleatur parallelogramum GHEF, five quadratum, five ἑτερόμηνες. Bini igitur anguli oppositi duobus rectis erunt æquales. Quilibet enim est rectus. Constructum est igitur eo casu quadrilaterum quod est in circulo.

Sed manente restarum A, C æqualitate, sint B, D inæquales, & harum major sit B, minor D. Agatur EF ipsi D æqualis. Differentia autem inter B, D secetur æqualiter, quoniam A, C sunt æquales, & producatur EF utrinque in punctis I, K, posita unaquaque productionum FI, EK æquali ipsi dimidiæ differentiæ. Itaque sit IK ipsi B æqualis, & perpendicularis F, E agantur perpendiculares EL, FM, in quibus sumantur KL, IM ipsis A, C æquales, & jungatur ML. Constructum est igitur quadrilaterum MLKI in quo LK, MI datis A, C sunt æquales, & IK, ML seu FE datis quoque B, D æquales. Equianiam æquilatera. Et angulus IML MF, cujus complementum est MIK seu angulus LKI. Angulus igitur IML, una cum angulo LKI æquatur duobus rectis. Quadrilaterum itaque MLKI est ex datis A, B, C, D constructum eo quoque casu est in circulo.

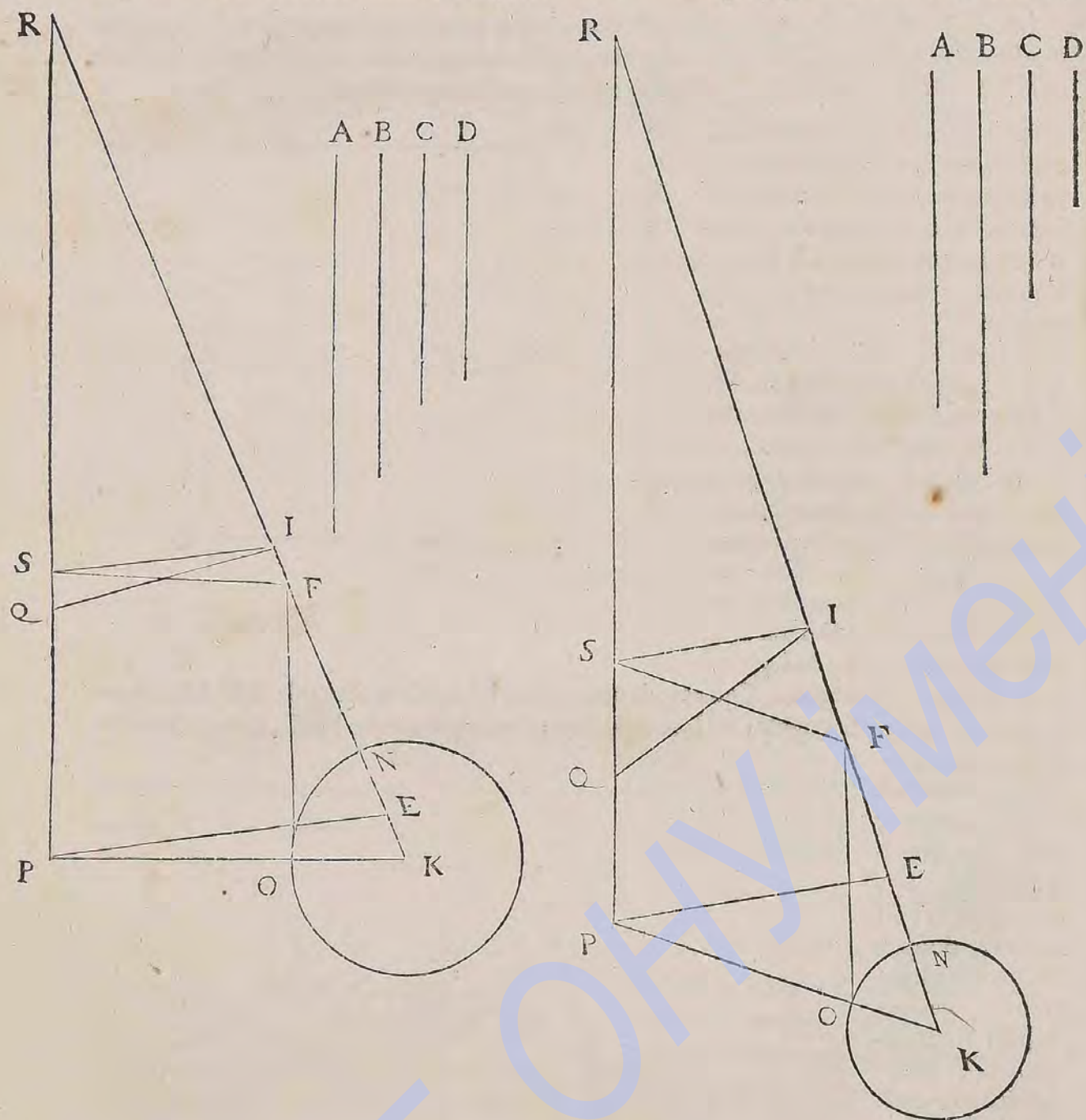


Sed sunt A,
C inæquales. Et
si quidem B, D



sunt æquales, is casus cum antecedente concurrit. Sola enim ad constructionem opus est notarum A, C in notas B, D subrogatione. Quo tamen constantior undique cernatur methodus, agatur rursus EF ipsi B æqualis. Et quoniam nulla est inter B, D differentia, centro E, intervallo EN, æquali differentia inter A, C abscisso ex EF describatur circulus, & ex puncto F in circumferentia circuli sumatur FO ipsi FE æqualis, & agatur EOP majori ipsarum A, C (scilicet A) æqualis. Vnde OP fit æqualis ipsi C, & per P, F agantur rectæ ipsi FO, OP æquales & parallelæ sese committentes in Q. Quadrilaterum igitur constructum est QPEF, cujus latera sunt datis æqualia. Nempe PE, QF id est PO sunt datis A, C æqualia, & reliqua duo QP, FE reliquis B, D. Angulus autem PQF angulo FOP est æqualis, rhomboides enim est QPOF. Angulus itaque PQF, seu FOP cum angulo FOE duos rectos æquabit. Sed angulus FOE angulo FEO est æqualis, cum in triangulo FOE constructa sint crura FE, FO æqualia. Angulus itaque PQF una cum angulo FEO duobus rectis est æqualis. Itaque quadrilaterum QPFE est in circulo.

Sed quatuor omnes datæ A, B, C, D jam sunt inæquales. Et sit A major opposita C, & B major opposita D. Agatur rursus EF ipsi D æqualis. Et quoniam rectam D superat opposita B, erit excessus minor composita ex A, C, alioquin ipsa B tribus reliquis A, C,



D esset major vel æqualis. Quod quidem fieri non potest ob expositam cautionem. Secetur excessus ille sicut A ad C, & ad producendum EF; pars una excessus ponatur in directum

rectum versus F & sit FI; altera versus E, & sit EK. Sit pars EK similis ipsi A & ideo major; pars FI similis ipsi C & ideo minor. Est igitur IK ipsi B æqualis. Centro autem K intervallo KN, æquali excessui quo A præstat ipsi C, describatur circulus quem IK abscindat in N.

Quoniam IF, EK similes sunt datis C, A, & ipsis tamen minores, ideo excessus quo EK superat ipsam IF minor est semidiametro KN, quæ est excessus quo latus A superat C datam. Id autem manifestum est si punctum E consistat intra puncta K, N. Sin minus. Utrobique addatur IF. Ergo composita ex KN, IF est major ipsa EK. & utrinque ablata KN, fit IF major ipsa EN. Constat autem IE ex IF, FE; FN vero constat ex FE, EN. Itaque IE major est FN. Eadem IE minor est FK, quoniam IE componitur ex IF, FE; at FK composita est ex FE, EK: & constructa est EK pars major, IF minor. Cum itaque IE sit major quam FN, & minor quam FK, poterit à puncto F ad circumferentiam circuli duci recta FO ipsi IE æqualis.

Ducatur igitur FO, & producat KO in P, posita KP ipsi A æquali seu PO ipsi C, & agatur PQ ipsi FO parallela, datæ vero D seu EF æqualis, & jungatur IQ. Dico in primis IQ esse ipsi PO, id est datæ C, æqualem.

Enimvero continentur KI, PQ donec convenient in R, & agatur RS ipsi PO æqualis & parallela, & jungantur PE, SI. Erunt igitur SP, FO parallelæ & æquales, id est æquales ipsi IE composita ex EF seu PQ & IF. Quare IF, SQ sunt æquales. Facta autem est KE ad FI, sicut PK ad SF. Trianguli igitur SFI crura SF, FI cruribus PK, KE trianguli PKE sunt similia; angulus autem verticis in utroque est æqualis, videlicet angulus SFI angulo PKE, cum sint parallelæ SF, PK. Quare triangula SFI, PKE similia sunt, arque adeo bases SI, PE parallelæ. Est igitur ut RS ad RI, sicut SP ad IE. Sed SP, IE ostensæ sunt æquales. Ergo RS, RI erunt quoque æquales & etiam RQ, RF. Trianguli igitur RSF crura RS, RF cruribus RI, RQ trianguli RIQ sunt æqualia. Idem autem est angulus ad R verticem. Quare basis quoque IQ basi FS id est PO erit æqualis, ut est adseveratum.

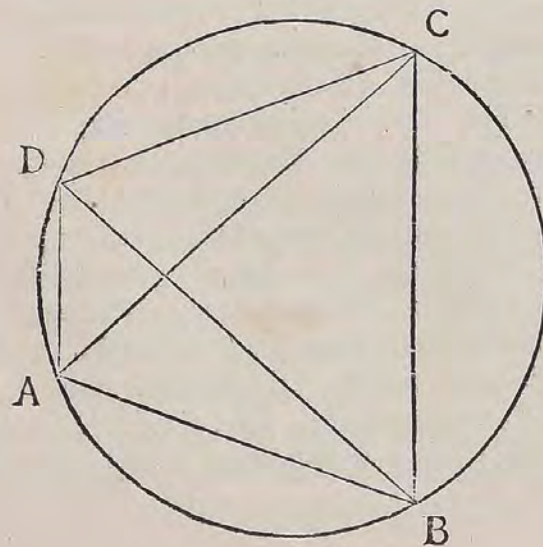
Est igitur quadrilaterum PKIQ ex quatuor datis A, B, C, D constructum, Dico denique ipsum esse in circulo.

In ea enim triangulorum RSF, RIQ æqualitate, & similitudine angulus RQI, qui exterior est anguli IQP, fit æqualis angulo RFS seu IKP. Exterior autem angulus cum interiore æquatur duobus rectis. Quare angulus IQP una cum angulo IKP est æqualis duobus rectis. Quadrilaterum igitur PKIQ est in circulo. Ex datis itaque quatuor inæqualibus rectis A, B, C, D constructum est quadrilaterum PKIQ quod est in circulo, sicut oportebat.

Ad Arithmeticas autem effectiones hoc addatur

Δεδομένων.

Datis quatuor lateribus quadrilateri circulo inscripti, diagonia utravis est data.



Sit quadrilaterum ABCD inscriptum circulo, & dentur latera singula AB, BC, CD, DA. Dico dati diagonias AC, DB.

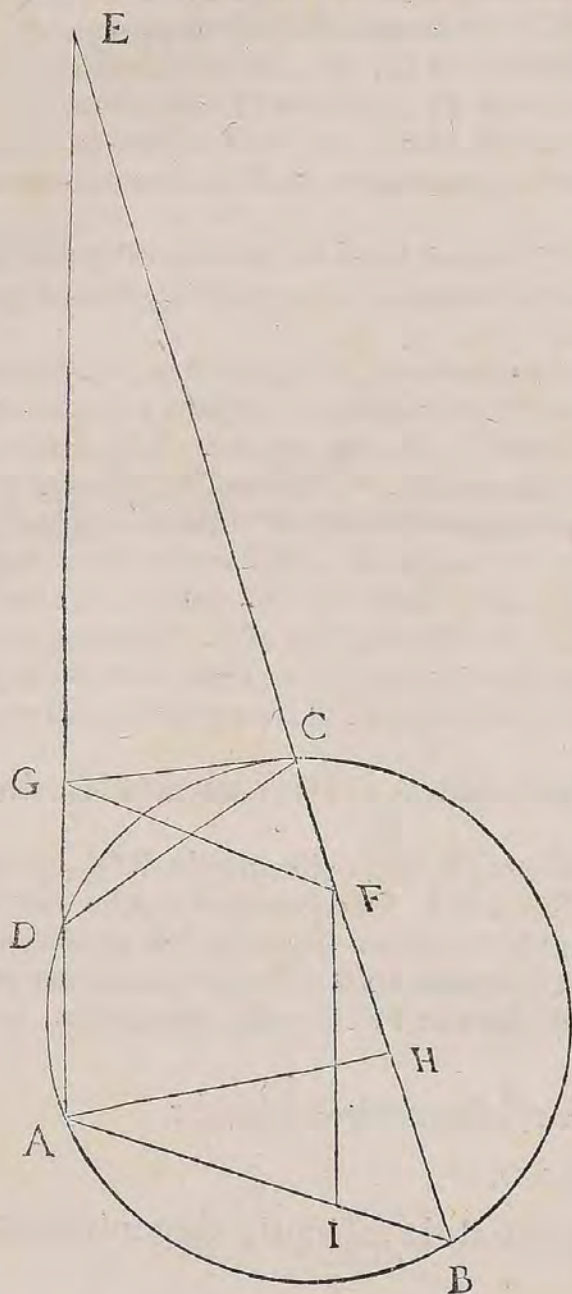
Aut enim opposita duolatera AB, CD æqualia sunt, vel inæqualia. Sint primum æqualia. Quoniam ex circumferentiæ sunt æquales, quæ ab æqualibus rectis subtenduntur, & contra, lineæ rectæ quæ æqualibus circumferentiis subtenduntur sunt æquales. erunt circumferentiæ DC, AB æquales, & diagonia DB erit diagoniæ AC æqualis.

LI 3

Quod

Quod autem fit sub diagoniis quadrilateri circulo inscripti, æquale est ei quod fit sub duobus lateribus oppositis, una cum eo quod fit sub duobus reliquis. Quare quod fit sub AC, DB id est quadratum AC vel DB, æquabitur ei quod fiet sub AB, CD id est quadrato AB vel CD una cum eo quod fit sub CB, DA. Sunt autem datæ ex hypothesi rectæ AB, CB, CD, DA. Quare dabitur ipsa AC.

Sed sunt AB, CD latera inæqualia. Rursus si latus BC lateri DA est æquale, accidit ut ante æquales diagoniæ, & dabuntur exposita methodo.



ita EH ad EA, æqualis videlicet ad æqualem. Quare parallelæ quoque sunt GC, AH, atque adeo triangu- la CGF, HAB similia. Et quia GA, CH sunt æquales, utrinque dem- ptis æqualibus ED, EF, fit DA æqualis ipsi FH. Data est igitur composita ex CF, HB, quoniam composita illa est differentia datarum CB, DA. Cæterum secatur differentia illa secundum datam rationem. Nam propter similitudinem triangulorum HAB, CGF, est AB ad HB, sicut FG seu CD ad CF. Quare dabuntur segmenta CF, HB, atque adeo dabuntur FB, GA. Illa auferendo à data CB ipsam CF, hæc addendo ipsam CF seu GD ipsi DA. Itaque ipsi GA agatur FI æqualis & parallela. Fit igitur AI ipsi GF æqualis, cum sint parallelæ GF, AB, atque adeo IB differentia est inter datas AB & GF id est CD. Trian- gulum igitur FIB est datorum laterum. Et autem simile est EAB, cujus basis data est AB. Quare crura quoque dabuntur EA, EB, atque adeo EF, EG, seu ED, EC. Datis igitur lateribus trapezii ABCD circulo inscripti datæ sunt diagoniæ CA, DB. Quod erat ostendendum.

Vel

Sed sit undique inæqualitas, ut po- te sit BC latus majus latere DA, & AB majus latere CD. Quoniam re- ctæ AB, CD sunt inæquales, erunt circumferentiæ quoque AB, CD in- æquales. Quare non erunt parallelæ AD, CB, sed extra circulum produ- ctæ sese committent. Conveniant in E. fient igitur duo triangu- la EAB, ECD habentia angulum verticis communem ad E. Et quoniam an- gulus DCB una cum angulo oppo- sito DAB est æqualis duobus rectis & idem angulus DCB una cum an- gulo suo exteriore ECD æquatur duo- bus rectis, utrinque ablato angulo DCB, fit angulus ECD angulo DAB æqualis. Quare similia sunt trian- gula EAB, ECD, & est ED ad EC, sicut EB ad EA. Abs EB autem ab- scindatur EF ipsi ED æqualis; & con- tra abs EA abscindatur EG ipsi EC æqualis, & jungatur FG. Triangu- la igitur EFG, EDC æqualium sunt la- terum & angulorum. Angulus enim ad verticem utrique est communis, quem æqualia comprehendunt late- ra situ permutato. Itaque data est GF datæ DC æqualis. Et quia est ut ED id est EF ad EC id est EG, ita EB ad EA. ideo erunt parallelæ GF, AB. Abscindatur quoque abs EB recta EH æqualis ipsi EA, & jungantur GC, AH. Est igitur ut EC ad EG,

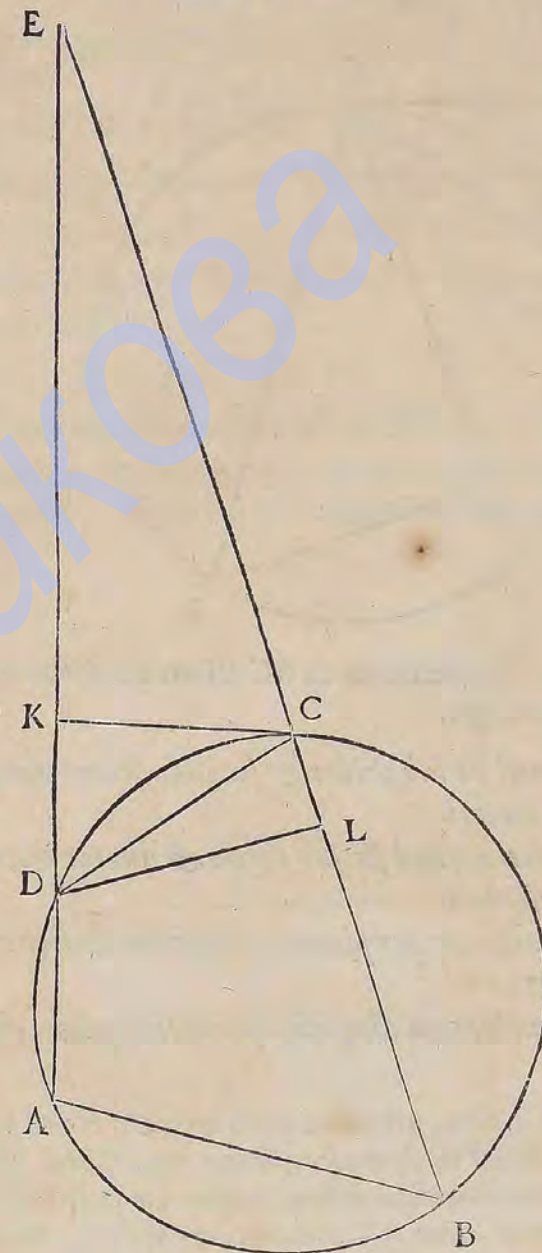
Vel ex D cadat in EB perpendicularis DL. Quo- niam triangulum EDC da- torum est laterum, & data quoque ipsa CB, dabuntur segmenta EC, CL, LB, at- que adeo ipsa altitudo DL, cujus quadratum una cum quadrato LB, æquabitur quadrato diagoniæ DB. quæ quidem rectum sub- tendit angulum in triangu- lo rectangulo DLB. Ex C autem cadat in ED perpen- dicularis CK. Quoniam triangulum EDC datorum est laterum, & data quoque ipsa EA, dabuntur segmen- ta EK, KD, KA, atque adeo ipsa altitudo KC, cujus qua- dratum una cum quadrato EA, æquabitur quadrato diagoniæ CA, quæ quidem rectum subtendit angulum in triangulo rectangulo CKA,

Primo casu sit AB 65, BC 75, CD 65, DA 9. Fit AC vel DB 70, altitudo 60, diame- ter $81\frac{1}{4}$.

Opus autem secundo ca- su instituendum in hanc re- cidit analogiam.

Sit latus primum tertio oppositum idemque majus, & secundum majus quarto. Erit ut rectangulum sub primo & secundo, una cum rectangulo sub tertio & quar- to ad adgregatum quadratorum primi & secundi minus adgregato quadrato- rum secundi & tertii, ita rectangulum sub primo & secundo ad adgregatum qua- dratorum primi & secundi minus quadrato diagoniæ, quæ angulo qui fit à pri- mo & secundo, vel tertio & quarto subtenditur. & ita rectangulum sub tertio & quarto ad quadratum diagoniæ ejusdem minus adgregato quadratorum tertii & quarti.

Et hæc ex Analyticis suam habent demonstrationem. Sit enim quadrilaterum ABCD circulo inscriptum. ac primum quidem latus AB sit majus ipso CD, & CB majus ipso DA & agatur diagonia CA. Circumferentia igitur ABC major erit circumferentia CDA. Angulus itaque CDA erit obtusus, angulus vero CBA acutus, & æqualis CDE exteriori anguli CDA. Cadant vero in AB, AD perpendiculares CP, CQ, illa igitur cadet intra triangulum CAB, hæc extra triangulum CDA. Itaque quod fit sub BP, AB bis, æquale erit quadratis ex AB, CB, minus quadrato ex AC. Et quod fit sub QD, DA bis, æquale erit quadrato ex AC, minus quadratis ex CD, DA. Et per æqualium cum æqualibus ad- ditionem, quod fit sub BP, AB bis, una cum eo quod fit sub QD, AD bis, erit æquale quadratis ex AB, CB minus quadratis ex CD, DA. Porro similia sunt triangu- la CDQ, CBP.



FRANCISCI VIETÆ
AD
ANGVLARES SECTIONES
THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ,
DEMONSTRATA
PER
ALEXANDRUM ANDERSONUM.



AD
ANGVLARES SECTIONES
THEOREMATA ΚΑΘΟΛΙΚΩΤΕΡΑ
DEMONSTRATA
PER
ALEXANDRUM ANDERSONUM.

THEOREMA I.



I fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus, differat ab acuto secundi, per acutum tertii, & sit excessus penes primum, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, fit similis rectangulo sub hypotenuse primi & secundi.

Perpendiculum, simile rectangulo sub perpendiculo primi & base secundi, minus rectangulo sub perpendiculo secundi, & base primi.

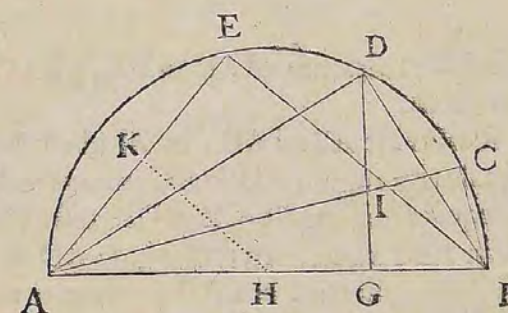
Basis, rectangulo, sub basibus primi & secundi, plus rectangulo sub perpendiculis eorundem.

Is angulus acutus intelligitor, cui latus perpendiculi voce designatum subrenditur. reliquis è recto, cui basis. hypotenusa vero, latus recto subtensum.

Sint tria triangula AEB, ADB, ACB, quorum bases sint AE, AD, AC, perpendiculara EB, DB, CB. secet EB basin AC in I puncto: & demittatur perpendicularis DG in rectam AB.

Eritque ut AD ad DB, ita AE ad EI, id est EB minus IB. & rectangulum DB in AE, æquale erit rectangulo AD in EB minus AD in IB, additoque communi AD in IB: DB in AE plus AD in IB, æquabitur AD in EB. est quoque ut AD ad AB, ita CB ad IB, & rectangula AB in CB, AD in IB æqualia: ergo DB in AE plus AB in BC, æqualia erunt ipsi AD in EB. & ablato communi (AE in DB,) AB in BC æquabitur AD in EB minus AE in DB, quibus ipsi AB applicatis orietur latitudo BC, eritque AB quadratum ad AD in EB minus AE in DB. ut AB ad BC. Quod erat demonstrandum.

Rursus ut AG ad AD, ita AE ad AI, & AD in AE, æquale erit ipsi AG in AI; est autem AB in AC, æquale AG in AI plus AG in IC plus GB in AC; & GB in AC, æquale ipsis GB in AI plus GB in IC. est quoque AG in IC plus GB in IC, æquale AB in IC, & proinde AG in AI plus AB in IC plus GB in AI, æqualia erunt AB in AC: sed GB in AI, æquale



æquale est DB in EB minus DB in IB, (est enim GB ad DB, ut EI vel EB minus IB, ad AI.) & DB in IB, æquale est AB in IC (est enim IB ad IC, ut AB ad DB:) ergo AG in AI plus AB in IC plus EB in DB minus AB in IC, id est AG in AI sive AD in AE plus DB in EB, æqualia erunt AB in AC, hisce igitur ipsi AB applicatis, orietur latitudo AC, eritque AB quadratum ad AD in AE plus EB in DB, ut AB ad AC. Quod erat secundo loco ostendendum.

EXPOSITION.

Eadem est demonstrationis vis, quum triangulorum diversæ sunt hypotenuse, ut in triangulis AKH, ADB, ACB, nam propter triangulorum similitudinem, erit ut AB quadratum ad AE in AD plus EB in DB, ita AB in AH ad AD in AK plus DB in KH: siquidem est ut AB ad AH, ita AE ad AK, & EB ad KH, itemque ut AB quadratum ad AB in AH, ita EB in AD minus DB in AE ad KH in AD minus DB in AK.

Sit trianguli primi perpendicularum 1. basis 2.

Secundi perpendicularum 1. basis 3.

Trianguli tertio similis sit perpendicularum 1. basis 7.

THEOREMA II.

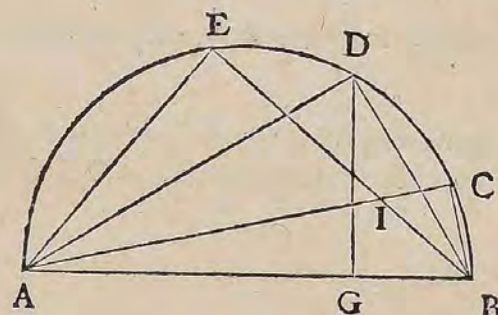
Si fuerint tria triangula rectangula, quorum primi angulus acutus adjunctus acuto secundi, æquet acutum tertii, latera tertii recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa, sit similis rectangulo sub hypotenuse primi & secundi.

Perpendicularum, simile rectangulo sub perpendicularo primi, & base secundi, plus rectangulo sub perpendicularo secundi & base primi.

Basis, rectangulo sub basibus primi & secundi, minus rectangulo sub perpendicularis eorundem.

Reperatur superioris Theorematis diagramma, in quo est AG ad AD, ut CB ad IB, & rectangulum AD in CB, æquale rectangulo AG in IB.



erit AB quadratum ad AD in CB, plus DB in AC, ut AB ad EB. Quod erat demonstrandum.

Rursus est AB ad AD, ut AI id est AC minus IC ad AE, & rectangulum AB in AE, æquale rectangulo AD in AC, minus rectangulo AD in IC: sed rectangulum AD in IC, est æquale rectangulo CB in DB, (est enim AD ad DB, ut CB ad IC.) ergo rectangulum AB in AE, æquale erit rectangulo AD in AC, minus rectangulo CB in DB, & omnibus ipsi AB applicatis, erit AB quadratum ad AD in AC, minus CB in DB, ut AB ad AE. Quod erat demonstrandum. Eodemque modo licet hypotenuse triangulorum inæquales fuerint, ut prius animadversum est.

Sit trianguli primi perpendicularum 1. basis 7.

Secundi perpendicularum 1. basis 3.

Trianguli tertio similis perpendicularum erit 1. basis 2.

THEO-

THEOREMA III.

Si fuerint duo triangula rectangula, quorum angulus acutus primi, sit submultiples ad angulum acutum secundi.

Latera secundi, recipiunt hanc similitudinem.

Hypotenusa sit similis potestati conditionaria hypotenuse primi: est autem potestas conditionaria, quæ sequitur gradum proportionis multiplæ, quadratum videlicet in ratione dupla, cubus in tripla, quadrato-quadratum in quadrupla, quadrato-cubus in quintupla, & eo in infinitum progressu.

Ad similitudinem autem laterum circa rectum hypotenuse congruentium, efficitur à base & perpendicularo primi ut binomia radice, potestas æque alta, & singularia facta homogenea distribuuntur in duas partes successive, utrobique primum affirmata, deinde negata, & harum primæ parti similis sit basis secundi, perpendicularum reliquæ.

Sic in ratione dupla; hypotenusa secundi sit similis quadrato hypotenuse primi, seu aliter aggregato quadratorum à lateribus circa rectum; basis differentia; perpendicularum duplo sub prædictis lateribus rectangulo.

In ratione tripla; hypotenusa secundi sit similis cubo hypotenuse primi; basis cubo basis primi, minus solido ter sub quadrato perpendiculari primi; & base ejusdem, perpendicularum simile solido ter sub perpendicularo primi & quadrato basis ejusdem, minus cubo perpendiculari.

In ratione quadrupla; hypotenusa secundi sit similis quadrato-quadrato hypotenuse primi; basis quadrato-quadrato basis primi, minus plano-plano sexies sub quadrato perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus quadrato-quadrato perpendiculari; perpendicularum simile plano-plano quater sub perpendicularo primi & cubo basis ejusdem, minus plano-plano quater sub cubo perpendiculari primi & base ejusdem.

In ratione quintupla; hypotenusa secundi sit similis quadrato cubo hypotenuse primi; basis similis quadrato cubo basis primi, minus plano-solido decies sub cubo perpendiculari primi & quadrato basis ejusdem, plus plano-solido quinquies sub perpendicularo primi & quadrato-quadrato basis ejusdem; perpendicularum plano-solido quinquies sub quadrato-quadrato perpendiculari primi & base ejusdem, minus plano-solido decies sub quadrato perpendiculari & cubo basis ejusdem, plus quadrato-cubo basis ejusdem.

Sit triangulum rectangulum quodcumque, cujus hypotenusa Z. perpendicularum B. basis D. Erit igitur ex demonstratis Theoremate secundo, pro triangulo anguli dupli, (quando quidem duplum differt à dimidio per ipsum dimidium.)

Vt Z q. ad D q. — B q. ita Z ad basin anguli dupli: & ex iisdem ut Z q. ad D in B bis, ita Z ad perpendicularum dupli.

Et iterum, ut Z cub. ad D cub. minus D in B q. ter, ita Z ad basin trianguli anguli tripli. & indidem Z cub. ad D q. in B ter, minus B cubo, ut Z ad perpendicularum ejusdem trianguli anguli tripli.

Et Z qq. ad D qq. minus D q. in B q. sexies, plus B qq., ut Z ad basin trianguli anguli quadrupli. & Z qq. ad D cub. in B quater, minus B cubo in D quater, ut Z ad perpendicularum ejusdem trianguli anguli quadrupli.

Item ut Z qc. ad D qc. minus D c. in B q. decies, plus D in B qq. quinquies, ita Z ad basin trianguli anguli quintupli. & ut Z qc. ad D qq. in B quinquies, minus D q. in B c. decies, plus B qc. ita Z ad perpendicularum ejusdem trianguli anguli quintupli.

Atque ita ex ductu hypotenuserum, laterumque circa rectos angulos pro rationum simili-